

Medpredmetno povezovanje matematike in naravoslovja v petem razredu za razvoj kompetenc za trajnostnost preko problemov

Marina Volk

*Univerza na Primorskem
marina.volk@pef.upr.si*

Mara Cotič

*Univerza na Primorskem
mara.cotic@pef.upr.si*

V pričujočem prispevku je predstavljeno teoretično ozadje pristopa medpredmetnega poučevanja skozi povezovanje matematike ter naravoslovja in tehnike z namenom razvijanja kompetenc za trajnostnost, ki so praviloma interdisciplinarne. Matematično znanje in razvito matematično mišljenje, ki vključuje tudi reševanje problemov, sta ključna za delovanje v današnji hitro spreminjajoči se družbi, prepleteni s sodobno tehnologijo, oz. kot sta poudarila Aguele in Usman (2007), brez matematike ni znanosti, brez znanosti ni sodobne tehnologije in brez sodobne tehnologije ni moderne družbe. Skozi prizmo spoznavanja in reševanja različnih vrst matematičnih problemov ter povezovanja z razvojem kompetenc za trajnostnost smo pregledali matematična učna gradiva in zastavili primere problemskih nalog za učence 5. razreda, ki vključujejo znanje matematike, naravoslovja in tehnike ter ob usmerjanju učencev v širši kontekst naloge postopoma razvijajo kompetence za trajnostnost.

Ključne besede: matematika, naravoslovje in tehnika, kompetence za trajnostni razvoj, matematični problemi



© 2024 Marina Volk in Mara Cotič

<https://doi.org/10.26493/978-961-293-403-3.121-138>

Uvod

Učenci v osnovni šoli se ne izobražujejo za delovanje na področju znanosti, temveč bi morali pridobivati predvsem znanja in spretnosti za vsakdanje življenje, v katerem se ne srečujejo z vprašanji znanstvenih disciplin, ampak z življenjskimi problemi, ki so velikokrat večdisciplinarni in kompleksni. Učenci dobro poznajo vsebine posameznega predmeta, težko pa razdrobljeno in nepovezano znanje (Laurie, 2010) povezujejo pri reševanju resničnih problemov (Buljubašić-Kuzmanović, 2014). Priprava posameznika na reševanje izzivov prihodnosti se začne že v osnovni šoli z razvijanjem različnih kompetenc, kritičnega mišljenja ter spretnosti reševanja problemov. Anita Summer (2020) poudari pomen razvijanja matematične kompetence in veščin reševanja matematičnih problemov, saj je matematika odlično sredstvo za ra-

zvoj posameznikovih intelektualnih sposobnosti na področju logičnega sklepanja, prostorskih predstav, analize, abstraktnega mišljenja ipd. (Akinmola, 2014), ki so podlaga za uspešno reševanje problemov. Podobno se tudi naravoslovna kompetenca nanaša na sposobnost uporabe pridobljenega znanja in metodologije, med drugim opazovanja in eksperimentiranja, pri čemer je poudarek na razumevanju sprememb, ki jih povzroča človekova dejavnost, in odgovornosti posameznega državljana za te spremembe na podlagi logičnega sklepanja in kritičnega razmišljanja (Priporočilo Sveta z dne 22. maja 2018 o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje (2018/C 189/01) 2018). Z medpredmetnim povezovanjem matematike in naravoslovja v osnovni šoli lahko pri učencih postopoma razvijamo tudi kompetence za trajnostnost, ki jih Evropski okvir kompetenc za trajnostnost (v nadaljevanju GreenComp) opredeli kot opolnomočenje učečih se, da ponotranjijo »vrednote trajnostnosti in sprejmejo kompleksne sisteme, da lahko ukrepajo za obnovo in ohranjanje zdravja ekosistemov ter okrepitev pravičnosti ali zahtevajo tako ukrepanje, s čimer se ustvarjajo zamišljanja za trajnostne prihodnosti«, pri čemer je poudarek na tem, da jo začnejo otroci razvijati že v zgodnjem otroštvu (Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023, str. 12), da bi lahko kot odrasli živeli v skladu z njo.

Medpredmetno povezovanje

Medpredmetni pristop poučevanja učencem omogoča pridobivanje znanja, razvijanje socialnih spretnosti in učenja preko osmišljenih dejavnosti, ki prečijo predmete (Drake in Burns, 2004). Pristop medpredmetnega povezovanja z dogovorjenim povezovalnim elementom oz. elementi poveže samostojne predmete, ki uresničijo skupen, v naprej določen učni cilj (Pavlič Škerjanc, 2010). Cilj povezovanja med predmeti je po Strmčniku (2003 v Blažič idr., 2003) premagovanje meja med učnimi predmeti, »zavestno vzpostavljanje zveze med sorodnimi učnimi vsebinami znotraj enega učnega predmeta ali med več predmeti, da bi dosegli čim bolj enotne ali celostne izobraževalne učinke, ki bi omogočali učencem nadpredmetno razumevanje sveta« (Blažič idr., 2003, str. 233).

Različni raziskovalci didaktičnega pristopa medpredmetnega poučevanja (npr. Lake, 1994; Boix Mansilla in Dawes Duraing, 2007; Fogarty, 2009; Pavlič Škerjanc, 2010) različno razdelijo povezave med predmeti, in sicer od najenostavnejših povezav, ki se zgodijo znotraj enega predmeta, do najzahtevnejših povezav, t. i. nadpredmetnih, ki nimajo temeljev v posameznih disciplinah (Volk, 2017), kot je npr. razvoj kompetenc za trajnostnost. Pri medpredmetnem poučevanju in učenju združimo informacije, podatke, tehnike, orodja,

perspektive, koncepte in teorije dveh ali več predmetov za razlago pojavov, reševanje problemov na način, ki ne bi bil mogoč skozi pogled ali z vedenjem ene same discipline (Boix Mansilla, 2010).

Vesna Buljubašić-Kuzmanović (2014) povzema vidike predmetnega, medpredmetnega in nadpredmetnega poučevanja skozi tri vrste rezultatov učenja, in sicer: »znati«, »storiti« in »biti«. »Znati« se nanaša na rezultate učenja znotraj posameznih predmetov, »storiti« se nanaša na rezultate, ki jih dosežemo pri povezovanju predmetov, »biti« pa na stanja po poučevanju, ki preseže predmetno ločevanje. Na vrhu piramide bi morali biti rezultati transdisciplinarnega učenja, kot so npr. biti strpen, odgovoren, toleranten ... Na sredino piramide so postavljene meddisciplinarne veščine in spretnosti ter znanja, ki se nanašajo na kritično mišljenje, reševanje problemov, uporabo tehnologije, učinkovito komunikacijo ipd. Na dno piramide so postavljena predmetna znanja. Poučevanje, ki temelji na povezovanju in koherentnosti, tako poteka od dna piramide proti vrhu (zakaj so potrebna določena znanja) in obratno, od vrha piramide navzdol (kakšne osebe naj postanejo učenci) (Volk, 2017). Iz zapisanega sledi, da medpredmetno poučevanje od učitelja ne zahteva le sprememb pri ustaljenem načinu poučevanja, ampak tudi več sodelovanja s sodelavci pri oblikovanju skupnih učnih ciljev, razvijanju in usklajevanju učnih dosežkov ter uporabi ustreznih spremenjenih metod preverjanja in ocenjevanja znanja (Volk, 2017).

Pri načrtovanju medpredmetnega poučevanja je najustreznejše procesno-ciljno načrtovanje. Procesna znanja so tista znanja, veščine in procesi, s pomočjo katerih lahko prihajamo do vsebinskih znanj, slednja pa tudi nadgrajujemo ter uporabljamo: gre za primerjanje, sklepanje, abstrakcijo, raziskovanje, analizo, delo z različnimi viri in pripomočki ... Učenci ob vsebinah, katerih obvladovanje izkazujejo s pomočjo procesov, razvijajo zmožnosti medpredmetnega povezovanja in uporabe znanja v novih situacijah (Rutar Ilc, 2003).

Pri ponavljajoči se izpostavljenosti medpredmetnemu načinu poučevanja učenci razvijajo več naprednih epistemoloških prepričanj, izboljšujejo sposobnost kritičnega mišljenja in razumevanja odnosov med perspektivami, ki izhajajo iz različnih predmetnih področij, ter hkrati pridobivajo zmožnost uporabe pridobljenega znanja pri vsaki disciplini (Ivanitskaya idr., 2002).

Povezovanje disciplin nadgrajuje sodobne teorije poučevanja in učenja (konstruktivizem, izkustveno učenje, aktivno učenje ipd.) ter učenca postavlja v vlogo aktivnega graditelja svojega znanja in vedenja (Volk, 2017). Vesna Buljubašić-Kuzmanović (2014) priporoča, naj bosta medpredmetno poučevanje in učenje usmerjena k procesu ter delovanju, ne le k rezultatom. S tem se razvija nova kultura vseživljenjskega učenja, ki ima podstat v med-

predmetnem učenju, saj je le-to sestavljeno iz kombinacije disciplin, učenja iz različnih virov ter povezovanja različnih konceptov in obenem fleksibilno razporejeno ter organizirano. Sposobnosti videnja povezav, reševanja problemov z vidika različnih perspektiv in vključevanja informacij z različnih področij so bistvene sposobnosti za življenje v dobi hitrih sprememb (Lake, 1994).

Leta 2003 so v raziskavi PISA ocenjevali sposobnosti in veščine 15-letnikov za reševanje problemov ter tako »prvič omogočili neposredno preverjanje življenjskih kompetenc, pridobljenih z različnih področij učnega načrta« (Repež in Drobnič Vidic, 2008, str. 6). Po analizi dobljenih podatkov so ugotovili, da v državah OECD le približno 18 % učencev dosega najvišjo raven reševanja medpredmetno zastavljenih problemov. Ti učenci analizirajo situacije, kažejo sposobnost razmišljanja o problemu, uporabe informacij, ki jih lahko najdejo, sistematično se lotijo reševanja in izpeljejo rešitev problema. To so učenci, ki se bodo praviloma znašli v življenju in svetu, ki se hitro spreminja, v nasprotju s 17 % učencev, ki so padli pod prvo raven znanja, ali s 30 % učencev, ki so dosegli prvo raven, ki je opredeljena kot reševanje preprostih problemov (Repež in Drobnič Vidic, 2008).

Medpredmetno povezovanje ni zanikanje predmetnosti, temveč njena kvalitetna nadgradnja. Ko učitelji oblikujejo medpredmetne učne sklope, morajo upoštevati cilje in standarde znanj posameznih predmetnih področij, da ne rušijo zakonitosti didaktike posameznega predmeta (Pavlič Škerjanc, 2010).

Medpredmetno povezovanje matematike in naravoslovja v 5. razredu

Učni proces medpredmetnega povezovanja je usmerjen v aktivno vlogo učenca in mu omogoča doseganje razumevanja, spodbuja sklepanje, analiziranje in utemeljevanje ter multidisciplinarno reševanje problemov. Znanje, ki ga učenci pridobijo z medpredmetnim učenjem, je celostnejše in trajnejše kot znanje, izgrajeno na podlagi posameznih predmetov (Buljubašić-Kuzmanović, 2014; Ivanitskaya idr., 2002).

Haylock in Thangata (2007) medpredmetne povezave z matematiko razlagata na tri načine. Prvič, matematiko oz. matematične spretnosti in znanja, ki jih učenci pridobijo pri matematiki, uporabijo pri drugih šolskih predmetih, kar pomeni, da imajo matematični koncepti in znanja vlogo podpornega predmeta (npr. risanje grafov in merjenje temperature pri predmetu spoznavanje okolja ali družba). Drugič, znanja s področij drugih šolskih predmetov lahko smiselno uvedemo v obravnavane matematične koncepte, kar pomeni, da imajo matematični koncepti nosilno vlogo. Tretjič, matematika se

združi z ostalimi disciplinami v neke vrste celoletni medpredmetni projekt, ki nima posebnega mesta na urniku.

Ob pregledu raziskav na temo medpredmetnega povezovanja matematike z ostalimi šolskimi predmeti na ravni osnovne šole ugotavljamo, da so največkrat obravnavane povezave matematike z naravoslovjem. Davison idr. (1995) omenjene povezave utemeljijo s tem, da je veliko tem, ki so se zgodovinsko gledano prekrivale in razvijale vzajemno. Avtorji nakažejo naslednje vrste povezav matematike z naravoslovjem:

- specifična predmetna integracija – v to vrsto integracije vključimo (lokalni) problem, o katerem se z učenci pogovorimo, učenci ga dodatno raziščejo, podajo različne možne rešitve, kritično razmišljajo o njem ipd. (npr., teme iz okoljske vzgoje rešujemo z matematičnimi strategijami reševanja problemov);
- vsebinska integracija, v primerih, ko se cilji in vsebine obeh predmetov prekrivajo (npr. učenje razmerij s pomočjo učne teme velikosti dinozavrov ali razmerij pri zobnikih);
- integracija na ravni procesov – z izvajanjem eksperimentov in oblikovanjem vprašanj, zbiranjem podatkov, analizo podatkov in s poročanjem o rezultatih učenci izkusijo naravoslovne procese in uporabljajo matematično znanje;
- metodološka integracija (eksperimentiranje in učenje iz napak);
- tematska integracija (npr. razlitje olja – pri matematiki je poudarek na meritvah prostornine in površine, pri naravoslovju na obravnavi gostote tekočin, mešanju tekočin in okoljski škodi, ki jo povzroči razlitje).

Vedno večji poudarek se daje smiselnemu povezovanju matematike in naravoslovja, saj to odraža način delovanja in interakcije teh disciplin v resničnem svetu (Tytler idr., 2021). Povezava med matematiko in naravoslovjem je ena najnaravnejših, saj matematiko v znanosti in naravoslovju uporabljamo pri branju in ustvarjanju grafov, beleženju podatkov, z njeno pomočjo zaznavamo vzorce in ponovljivost pojavov, prav tako pa nam naravoslovje pomaga na konkreten način razlagati abstraktnost matematike (Park Rogers idr., 2007). Vendar se je treba zavedati, da je za uspešno medpredmetno učenje velikokrat pogoj obvladovanje veščin in znanj posameznih disciplin, in šele ko jih učenec obvlada, jih lahko integrira z ostalimi predmetnimi področji. To zagotovo velja za nekatere matematične vsebine, ki so kompleksne že same po sebi in bi bile za učence še zahtevnejše, če bi bile povezane z drugimi predmeti. Kot poudarijo Davison idr. (1995), so nekatere povezave

med predmeti zgolj površinske in ne prispevajo k poglobljenemu razumevanju (npr., štetje paramecijev pod mikroskopom ni povezava naravoslovja in matematike).

Medpredmetno poučevanje za razvoj kompetenc za trajnostnost

Pri medpredmetnem poučevanju in učenju ni poudarek na pomnjenju dejstev, temveč na obravnavi določene teme ali problema z vidika različnih znanj. Na izobraževanje o trajnostnosti se gleda kot na transformativno učenje, saj je njegov namen spremeniti človeka in družbeno ustanovo s celostnim pristopom (Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023), predvsem z vključevanjem interdisciplinarnega poučevanja in učenja z uporabo tradicionalnih ter inovativnih učnih pristopov, vključno s praktičnim učenjem in pristopom STEM (iz angl. *science, technology, engineering & mathematics*) (European Council in Council of the European Union, 2022). Namen izobraževanja o trajnostnosti je učečim se zagotoviti kompetence za trajnostnost, da bi lahko razmislili o trajnostnosti in jo sprejeli v vsakdanjem življenju v vlogi učečih se, potrošnikov ipd. (European Council in Council of the European Union, 2022). Zavod Republike Slovenije za šolstvo (2023) opredeljuje sklop kompetenc za trajnostnost z namenom vključitve v vzgojno-izobraževalne programe, »da bi učeči se razvili znanje, spretnosti in odnose, ki spodbujajo mišljenje, načrtovanje in delovanje z empatijo, odgovornostjo ter skrbjo za naš planet in javno zdravje« (str. 2). Za dolgotrajne spremembe je potrebno vseživljenjsko učenje, ki je v svojem bistvu disciplinarno povezano in v mnogih primerih »nadpredmetno«, če ga opredelimo z vidika povezovanja med različnimi disciplinami.

Okvir GreenComp sestavlja 12 kompetenc, ki so razvrščene v štiri medsebojno povezana področja kompetenc, in sicer: (I.) poosebljanje vrednot trajnostnosti, (II.) sprejemanje kompleksnosti v trajnostnosti, (III.) zamišljanje trajnostnih prihodnosti in (IV.) ukrepanje za trajnostnost (Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023). Za potrebe obravnave problemov, povezanih z matematiko, naravoslovjem in s tehniko, ter razvijanja kompetenc za trajnostnost smo si izbrali področje poosebljanja vrednot trajnostnosti in znotraj tega razvijanje kompetenc za promoviranje narave, pri katerih je glavni poudarek na razvijanju empatije do planeta in izkazovanju skrbi za druge vrste (Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023). Glede na opisnike v okviru GreenComp smo videli možnost za razvijanje teh kompetenc preko vsebin in ciljev pri naravoslovju in tehniki, ko se učenci učijo o ustreznem in odgovornem odlaganju odpadkov, o pomenu skrbi za vodo, prst, zrak ter o posledicah onesnaženosti le-teh, o pomenu raznolikosti živih bitij ter trajnostnosti ipd.

(Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2011). Podobne predloge medpredmetnih povezav poda tudi učni načrt za naravoslovje in tehniko (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2011), in sicer pri povezovanju naravoslovja in tehnike ter okoljske vzgoje. »Poznavanje naravnih pojavov nas lahko spodbudi k tesnejši povezavi z naravo, to pa lahko nato spodbudi nadaljnje učenje za trajnostnost« (Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023, str. 19). K razumevanju omenjenih tem lahko pripomoremo tudi z matematičnim mišljenjem in s pristopom sistematičnega reševanja problemov. Učitelj je tisti, ki skozi poznavanje učnega načrta določi, v kolikšni meri bosta povezana omenjena predmeta in katere kompetence bi pri učencih rad razvijal. V raziskavi JeongWon Kima in JeongSuk Pang (2022), katere glavni namen je bil raziskati, kako so bile vsebine, povezane s trajnostnim razvojem, predstavljene v japonskih, korejskih in singapurskih osnovnošolskih matematičnih učbenikih, je bilo ugotovljeno, da so omenjene vsebine uporabljene za uvajanje in uporabo matematičnih vsebin ali konceptov. Večina nalog ali dejavnosti na temo razvoja kompetenc za trajnostnost je učence vodila k reševanju problemov z uporabo matematičnih veščin in k razmišljanju o trajnostnem razvoju na podoben način, kot smo tudi sami zastavili problemske naloge, kar predstavljamo na koncu prispevka.

V nadaljevanju je predstavljena analiza matematičnih učnih gradiv z vidika vključevanja kompetenc za trajnostni razvoj v okviru reševanja matematičnih problemov.

Namen

Za namene prispevka smo pregledali dva učna kompleta za matematiko za učence 5. razreda z vidika vključevanja problemskih nalog za razvijanje kompetenc za trajnostnost, in sicer s področja kompetenc poosebljanja vrednot trajnostnosti in znotraj tega razvijanja kompetenc za promoviranje narave, saj smo želeli identificirati, v kolikšni meri so vsebine trajnostnega razvoja medpredmetno vključene v učenje matematike. Nadalje smo želeli pripraviti primere problemskih nalog, ki vključujejo omenjene vsebine.

Raziskovalni vprašanji

- Ali se znotraj učnih gradiv za matematiko pojavljajo vsebine za razvoj kompetenc za trajnostnost?
- Ali se v učnih gradivih za matematiko pojavljajo matematični problemi, ki vključujejo vsebine za razvoj kompetenc za trajnostnost?

Metodologija

Materiali

V analizo smo zajeli dva učna kompleta za matematiko v 5. razredu, in sicer:

- samostojni delovni zvezki: M. Kopasič (2019), *Radovednih pet: matematika 5* (samostojni delovni zvezek, 1., 2. in 3. del);
- učbenik ter delovni zvezek: M. Cotič idr. (2013), *Svet matematičnih čudes 5*.

Postopek zbiranja podatkov in obdelava podatkov

Analiza izbranih učnih gradiv za matematiko je potekala kvalitativno, z metodo analize po vnaprej pripravljenih kriterijih, in sicer analizo problemskih nalog, ki zajemajo vsebine za razvijanje kompetenc za trajnostnost s področja promoviranja narave, ki se lahko izkazujejo kot (I.) znanje: učenec ve, da so naše dobro počutje, zdravje in varnost odvisni od dobrega stanja narave; (II.) spretnosti: učenec zna ovrednotiti lasten vpliv na naravo in verjame, da je varovanje narave temeljna naloga vsakega posameznika; (III.) odnos: učenec skrbi za uravnovešen odnos med naravo in ljudmi (povzeto po Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2023).

Rezultati analize učnih gradiv

Ob pregledu kompleta samostojnih delovnih zvezkov *Radovednih pet* (Kopasič, 2019) smo ugotovili, da se vsebine, ki so povezane z razvijanjem kompetenc za trajnostni razvoj, pojavljajo zelo redko. Našli smo dva primera omenjenih vsebin, ki sta bila integrirana v matematične probleme, in sicer (I.) ločevanje odpadkov, natančneje zbiranje starega papirja ter pomen varčnega ravnanja s papirjem in ohranjanja gozda, ter (II.) problematika prekomernega ulova školjk ter posledice le-tega (ogroženost živalske vrste). Pojavili sta se še vsebini prekomernega turizma in merjenja temperature, ki ju lahko povežemo z vsebinami trajnostnega razvoja, vendar sta bili podani zgolj kot podlaga za preverjanje računskih spretnosti učencev. Omenjeni primeri v obliki problemskih nalog ali nalog za utrjevanje računanja so bili podani ob koncu obravnave nove učne vsebine kot ponovitev matematične vsebine in nadgradnja z medpredmetno povezavo. Podobno sta v svoji analizi učbeniških gradiv ugotovila tudi JeongWom Kim in JeongSuk Pang (2022), in sicer da je večina nalog ali dejavnosti na temo razvoja kompetenc za trajnostnost učence usmerila k reševanju problemov z uporabo matematičnih veščin in k razmišljanju o trajnostnem razvoju.

Pri pregledu učnega gradiva *Svet matematičnih čudes 5* (Cotič idr., 2013) smo

ugotovili, da se matematika ne povezuje z vsebinami za razvoj kompetenc za trajnostnost, kar lahko pripišemo tudi dejstvu, da je učbeniški komplet starejšega datuma, ko trajnostnost še ni bila tako razširjena tema v izobraževalnem sistemu. Znotraj učnega gradiva se pojavljajo problemske naloge, v katere bi lahko vključili tudi razmislek o vplivu človeka na okolje (npr. graf padavin, merjenje temperatur ipd.), vendar je ta usmeritev prepuščena učitelju in je ne podaja učno gradivo.

Zaključimo lahko, da vsebine za razvoj kompetenc za trajnostnost še niso vključene v učna gradiva za poučevanje in učenje matematike oz. da se v nekaterih primerih vsebine sicer nakažejo, vendar jih mora zaznati in nadgraditi učitelj, da bi pri učencih razvijal kompetence za trajnostnost. V nadaljevanju prispevka sledijo utemeljitev pomena reševanja problemskih nalog ter primeri problemskih nalog, ki so lahko izhodišče za pogovor z učenci o naši vlogi pri ohranjanju narave, odnosu do narave ipd.

Primeri medpredmetnih problemov za razvoj kompetenc za trajnostnost

Za učenca pa tudi odraslega naj bi bila matematika s svojimi koncepti in z metodami predvsem pomembno sredstvo za razumevanje, prikazovanje in kritično interpretacijo stvarnosti ter za zavestno delovanje v le-tej. Matematika je v okviru raziskave PISA (OECD, 2023) opredeljena kot učenčeva sposobnost matematičnega razmišljanja ter oblikovanja, uporabe in interpretacije matematike za reševanje problemov v različnih okoliščinah resničnega sveta. Pri pouku matematike pa učenci največkrat rešujejo probleme z matematično vsebino, kar ni vedno ustrezno, saj nam mora biti matematika v pomoč pri vsakdanjem življenju. Pomembno je, da učenci rešujejo avtentične probleme, ki povezujejo znanje z različnih predmetnih področij, pri čemer vključujejo razumevanje pojmov in obvladovanje različnih postopkov ter tudi proceduralno znanje. Problemi bi morali sprožiti diskusijo in tudi različna mnenja učencev. Zato so ustrezni odprti problemi, ki od učencev zahtevajo samostojno postavljanje raziskovalnega vprašanja ter v nadaljevanju omogočajo veliko priložnosti za pogovor o poteh reševanja in morebitnih rešitvah. Delo samo ni usmerjeno le v končni rezultat, temveč tudi v strategije dela in postopke. Pri tradicionalnih oblikah učenja in poučevanja je situacija prav nasprotna, vprašanja si sledijo v hitrem tempu in ni časa za razmisleke ter preverjanje in pojasnjevanje.

Učencem je smiselno ponuditi matematične probleme, ki so povezani z različnimi predmetnimi področji, tako da je otrok motiviran, da reši problem. Sposobnosti in veščine reševanja problemov, kot so npr. sposobnost razumeti probleme, ki so postavljeni v novo in medpredmetno okolje, prepoznati

koristne podatke ali omejitve oz. pogoje, prikazati morebitne drugačne poti reševanja, posredovati rešitve in rešiti probleme, so primeri učenčevih kompetenc, ki so potrebne na najrazličnejših področjih (Repež in Drobnič Vidic, 2008).

Pri reševanju takšnih problemov razvijamo različne oblike mišljenja (Žakelj 2003):

- ustvarjalno mišljenje – učenec ob določenem problemu išče različne poti, ideje in rešitve (divergentno, lateralno);
- kritično mišljenje – učenec primerja in vrednoti, daje ideje z vidika logičnosti, uporabnosti, zanesljivosti;
- analitično mišljenje poudarja posamezne elemente sistema, analitično napoveduje korak za korakom, spreminja eno spremenljivko, hkrati se opira na natančnost;
- sistemsko mišljenje poudarja povezave, izmenjave učinkov med elementi, opira se na opažanja celote in spreminja več spremenljivk hkrati.

Zaradi zgoraj navedenega učencem pri pouku ne bi smeli zastavljati samo nerealnih, poenostavljenih, »abstraktnih« in »izumetničenih« problemov, odmaknjenih od življenja in stvarnega sveta, ampak probleme, ki izhajajo iz realnih situacij in iz sveta, v katerem živijo, ter so medpredmetno povezani, kot so primeri, navedeni v nadaljevanju.

V ta namen naj bi na razredni stopnji pri pouku matematike učencem poleg enostavnih matematičnih problemov zastavljali še naslednje vrste zahtevnejših problemov (Cotič, 1995):

- sestavljene probleme,
- probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev,
- probleme, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev,
- probleme z več rešitvami in
- probleme, pri katerih so podatki v preglednici.

V nadaljevanju je predstavljenih nekaj medpredmetno zastavljenih problemov, ki zajemajo področja matematike ter naravoslovja in tehnike v 5. razredu ter ob pogovoru v širšem kontekstu postopoma razvijajo tudi kompetence za promoviranje narave (opredeljene v predhodnem poglavju).

Sestavljeni problemi

Enostavni matematični problemi so problemi z malo podatki, enostavnim in kratkim besedilom ter enostopenjskim reševanjem. Na razredni stopnji se pri

pouku matematike največkrat rešujejo enostavni matematični problemi, ne-povezani z realnim življenjem. To so v glavnem problemi, ki jih učenci rešijo z enim računom. Otrokom moramo ponuditi tudi sestavljene oz. kompleksne probleme, ki zahtevajo uporabo različnih matematičnih postopkov in večstopensko reševanje, saj je v besedilu veliko podatkov.

Primer 1. V podjetju Aquafil v Sloveniji vsak mesec predelajo 260 ton materiala iz zavrženih ribiških mrež. S predelavo 1.000 ton prihranijo 3.000 sodov nafte, ki bi jih potrebovali za izdelavo najlona.

Vprašanja ob nalogi:

- Koliko ton mrež predelajo v enem tednu (v soboto in nedeljo ne delajo)?
- Koliko v štirih tednih?
- Koliko sodov nafte prihranijo v enem tednu?
- Koliko v štirih tednih?
- Kako zgoraj omenjena tovarna prispeva k ohranjanju okolja?
- Razišči, iz katerih snovi poleg nafte še lahko izdelamo najlon. Utemelji, ali so postopki izdelave najlona iz drugih snovi ekološko ustrežnejši kot izdelava iz nafte.

Problemi, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev

Poznamo dve vrsti problemov, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev. Pri prvih vrsti so podatki podani implicitno, kar pomeni, da niso zapisani s številko, ampak lahko iz besedila razberemo, katere podatke potrebujemo in jih poiščemo v ustreznih virih. Druga vrsta pa so problemi, pri katerih podatki manjkajo, kar pomeni, da niso podani ne eksplicitno ne implicitno in jih ne moremo niti poiskati (Cotič, 2010).

Primer 2. V Sloveniji vsako leto nastane 495 kg odpadkov na prebivalca. Koliko ton odpadkov ustvarimo v Sloveniji v enem letu?

Ko z učenci prvič rešujemo probleme, ki nimajo zadostnega števila podatkov za rešitev, jih usmerjamo z naslednjimi vprašanji:

- Ali lahko rešiš problem? Zakaj ne?
- Kateri podatek manjka?
- Ali lahko poiščeš manjkajoči podatek?
- Kje oz. kako boš poiskal manjkajoči podatek?
- Dopolni problem in ga nato reši.
- Poišči podatke o tem, katere vrste odpadkov je bilo največ v Sloveniji v preteklem letu.

- Za tri delovne dni beleži količino odpadkov, ki ste jih ustvarili znotraj družine. Kako bi lahko zmanjšali količino odpadkov?

Večina problemov, ki jih srečamo v vsakdanjem življenju, so problemi s pre-malo podatki za takojšnjo rešitev (Tenuta, 1992). Rešiti tak problem pomeni znati poiskati, kateri podatki manjkajo ter kje in kako jih poiskati.

Problemi, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev

Probleme, ki imajo več podatkov, kot je potrebnih za rešitev, srečujemo vsak dan, saj smo obkroženi z veliko informacijami, med katerimi moramo poiskati tisto, ki jo potrebujemo za razrešitev določene problemske situacije.

Primer 3. Slovenec letno zavrže 12 kg oblek. Dne 10. junija 2024 je bila med 14.00 in 18.00 na OŠ Grad v okviru ekodneva organizirana izmenjava rabljenih oblačil. S tem so prispevali k zmanjšanju potrošništva in količine odvrženih tekstilnih oblačil. Zbrali so 248 različnih kosov oblačil, od katerih so si učenci izbrali 130 oblačil za nadaljnjo uporabo. Iz ostalih oblačil so izdelali igrače: žogice, blazinice, punčke ... Iz koliko rabljenih oblačil so izdelali igrače?

Pri prvem srečanju učencev s to vrsto problemov učitelj vodi pogovor z naslednjimi vprašanji/napotki:

- Ali so vsi podatki potrebni za rešitev problema?
- Kateri niso potrebni za rešitev problema? Zakaj?
- Kateri podatki so potrebni za rešitev problema? Zakaj?
- Podatke, ki so potrebni, podčrtaj. Podatke, ki niso potrebni, prečrtaj in reši problem.
- Kako ravnate v vaši družini z oblačili, ki jih ne potrebujete več?
- Kateri so negativni vplivi »hitre mode« na okolje?
- Razmisli še sam/-a o kakšni rešitvi za zmanjševanje količine zavrženih oblačil in zmanjševanje nakupa novih oblačil.

Primer vsebuje podatke, ki jih ne potrebujemo za rešitev problema. Pomembno je, da učenec bere problemsko nalogo z razumevanjem in uvidi, katere podatke potrebuje za reševanje in kateri so odvečni oz. namenjeni dodatni razlagi.

Problemi z več rešitvami

Obstajajo problemi, ki jih rešimo na različne načine in pri tem dobimo različne rešitve. Tradicionalni pouk matematike pozna v glavnem probleme z eno rešitvijo. Če pa želimo učenca naučiti, da bo znal uporabljati matematiko

v konkretnih življenjskih problemih, je nujno, da ga seznanimo s problemi z več rešitvami. Vsakdanji problemi namreč skoraj nikoli nimajo ene same rešitve. Včasih rešitev ne obstaja, drugič obstaja več različnih rešitev, med katerimi je treba glede na situacijo izbrati najboljšo oz. najsprejemljivejšo. Torej se »najboljša« rešitev spreminja glede na okoliščine oz. glede na osebo, ki se v določeni situaciji nahaja. Poleg tega pa taki problemi učencu nudijo možnost spoznanja, da matematika ni dogmatična disciplina, v kateri ima vsaka situacija že vnaprej določeno natanko eno rešitev. Pri teh problemih ločimo probleme, ki imajo končno število rešitev, in probleme, ki imajo neskončno število rešitev (Valenti, 1987). Primer 3 lahko nadaljujemo v problem z več rešitvami, kot je zapisano spodaj.

Primer 4. Za dan šole so otroci na stojnicah staršem prodajali izdelane igrače. Vsak obiskovalec je kupil bon za 10 evrov. Kaj je lahko posameznik kupil za en bon?

Cenik:

- prtiček: 3 €
- blazinica: 5 €
- žogica: 2,50 €
- punčka: 7,50 €
- pajac: 7 €

Napiši vsaj tri možne rešitve.

Nadaljevanje matematičnega problema. Zasluženi denar bodo učenci porabili za izlet v Škocjanske jame. Bone je kupilo 123 staršev.

- Koliko so zaslužili za izlet?
- Koliko učencev bo lahko odšlo na izlet, če upošteváš spodnji cenik:

Cenik ogleda Škocjanskih jam:

- 24,00 € odrasli
- 18,00 € upokojenci
- 18,00 € študenti
- 12,50 € otroci do 17,99 leta
- 0,00 € otroci do 5,99 leta

Če je skupina obiskovalcev večja od 21 oseb, ima vsaka oseba 1 € cenejšo karto.

- Za število učencev, ki gredo lahko na izlet z zbranim denarjem, izračunaj skupno vsoto cene kart.

- Zapiši predlog, za kaj naj šola porabi preostali denar.
- V mnogih jamah velja omejitev števila obiskovalcev zaradi negativnih vplivov na jamo. Razišči, kateri so ti vplivi ter ali imajo v Škocjanskih jamah sprejet omenjeni ukrep.

Problemi, v katerih so podatki dani v preglednici

V različnih medijih so podatki velikokrat prikazani v preglednicah ali drugih oblikah prikazov (prikaz s stolpci, z vrsticami, tortni prikaz ...). Tako moramo učence naučiti brati različne prikaze. Poglejmo primer, v katerem so podatki podani v preglednici.

Primer 5. V Sloveniji se številčnost mnogih rastlinskih in živalskih vrst zmanjšuje ter obstaja možnost, da bodo postale ogrožene ali bodo izumrle. V spodnji preglednici so prikazani podatki za število znanih živalskih vrst živali v Sloveniji in število živalskih vrst, ki so ogrožene.

Skupina	Število živalskih vrst	Ogrožene vrste, vezane na gozd
Dvoživke	21	19
Ribe	273	62
Plazilci	24	20
Ptice	233	136
Sesalci	89	41

Vprašanja, vezana na razbiranje podatkov iz preglednice:

- Koliko je vseh znanih živalskih vrst v Sloveniji, popisanih v preglednici?
- Koliko je skupaj ogroženih vrst?
- Katera živalska vrsta je najbolj ogrožena na podlagi podatkov v preglednici?
- Koliko sesalcev ni ogroženih?
- Poišči nekaj sesalcev, ki so na območju Slovenije ogroženi, ter podatke, ali v zadnjih letih njihovo število pada ali narašča.
- Poišči razloge, zakaj je tako veliko vrst dvoživk ogroženih. Kaj lahko ljudje naredimo za to, da se bi se življenjski pogoji za dvoživke v Sloveniji izboljšali?
- Še sam sestavi štiri vprašanja glede na podatke, ki so prikazani v preglednici, in nanje odgovori.

Sklepi

Če želimo s poučevanjem in učenjem matematike formirati mišljenje učencev v njegovih različnih vidikih ter jim hkrati matematiko prikazati kot kori-

stno orodje v njihovem življenju, moramo pri pouku matematike poleg tradicionalnih problemov, ki so največkrat enolično rešljivi, ponuditi tudi take probleme, kot smo jih prikazali v prispevku. Nujno je, da na razredni stopnji oz. na vseh ravneh izobraževanja razširimo pojem matematični problem in pri tem učence usposobimo, da prepoznajo problemsko situacijo in jo raziščejo. Poleg spoznavanja različnih vrst matematičnih problemov je pomembno, da je kontekst problemske situacije avtentičen, povezan z drugimi predmetnimi področji, kar nakaže uporabo matematičnega znanja izven okvirov matematike.

Za razvijanje kompetenc za trajnostnost je treba sistematično uvajati vsebine s tega področja v učne kurikule od predšolskega izobraževanja naprej. Nekatere teme trajnostnega razvoja so zelo kompleksne in se jih začne uvajati kasneje, na predmetni stopnji šolanja, nekatere teme pa lahko učenci razumejo že na razredni stopnji, predvsem skozi poučevanje različnih predmetov. V tej smeri delujejo tudi izobraževalne institucije na državni ravni, ki skozi kurikularno prenovo ter prenovo *Smernic vzgoje in izobraževanja za trajnostni razvoj* (Ministrstvo za šolstvo in šport, 2007) nakazujejo razvijanje kompetenc za trajnostnost bodisi skozi naravoslovne predmete ali kot vključevanje nadpredmetnih tem v vse učne predmete. Ob pregledu učnih gradiv za matematiko teh primerov skoraj nismo zasledili, v nasprotju z raziskavo, ki je bila narajena na primerih japonskih, korejskih in singapurskih osnovnošolskih matematičnih učbenikov (Kim in Pang, 2022) in v kateri se je izkazalo, da so v tamkajšnjih učbenikih v mnogih primerih matematični problemi povezani z vsebinami trajnostnega razvoja. Vendar avtorja analize vseeno opozorita na dejstvo, da podani primeri še ne zagotavljajo, da se pri učencih res spodbuja razvijanje in krepitev kompetenc za trajnostnost, saj učitelji te vsebine pogosto obravnavajo le površinsko, ker nimajo zadostnega znanja.

Med mladimi sta vedno večji zavest in želja po trajnostnem delovanju, zlasti na področju okoljskih in podnebnih vprašanj. Rezultati Eurobarometra iz leta 2022 kažejo, da mladi v EU razmišljajo o varovanju okolja in boju proti podnebnim spremembam kot ključnih prednostnih nalogah (European Council in Council of the European Union, 2022). Ker je izobraževanje o trajnostnosti dolgotrajen in dolgoročen proces, se nanj gleda kot na transformativno učenje, z namenom spremeniti človeka in posledično delovanje družbe. Medpredmetno povezovanje skozi reševanje problemov z vidika matematike ter naravoslovja in tehnike je zagotovo ena izmed učinkovitih poti k razvoju kompetenc za trajnostnost pri učencih. Ob tem zavedanju bi bilo treba učitelje spodbuditi, da učencem zastavljajo podobne probleme, kot smo jih predstavili v članku, ob hkratnem razmišljanju, kako učence po-

stopoma navajati na soočanje s takšnimi nalogami, pri katerih rešitev ni dosegljiva s kratkim premislekom ali z uporabo le matematičnega znanja.

Nesporno dejstvo je, da moramo nekatera znanja ali spretnosti pridobiti samo z vidika ene discipline, in šele ko jih obvladamo, jih lahko uspešno integriramo na ostala področja, saj je postopno razumevanje določenih vsebin nujno za učinkovito nadaljnje učenje. Sklenemo lahko, da predmetna področja povezujemo, ko je to smiselno in ko vemo, da bo povezava prinesla boljše znanje in razumevanje ter razvoj kompetenc, kot bi jih disciplinarno podana vsebina.

Literatura

- Aguele, L. I., in Usman, K. O. (2007). Mathematics education for dynamic economy in Nigeria in the 21st Century. *Journal of Social Sciences*, 15(3), 293–296.
- Akinmola, E. A. (2014). Developing mathematical problem solving ability: A panacea for a sustainable development in the 21th century. *International Journal of Education and Research*, 2(2), 1–8.
- Blažič, M., Ivanuš Grmek, M., Kramar, M., in Strmčnik, F. (2003). *Didaktika: visokošolski učbenik*. Visokošolsko središče, Inštitut za raziskovalno in razvojno delo.
- Boix Mansilla, V. (2010). Learning to synthesize: The development of interdisciplinary understanding. V R. Frodeman (ur.), *The Oxford handbook of Interdisciplinarity* (str. 288–308). Oxford University Press.
- Boix Mansilla, V., in Dawes Duraising, E. (2007). Targeted assessment of students' interdisciplinary work: An empirically grounded framework proposed. *The Journal of Higher Education*, 78(2), 215–237.
- Buljubašić-Kuzmanović, V. (2014). Integrirani kurikulum u funkciji razvoja pedagoških kompetencija. *Pedagogijska istraživanja*, 11(1), 95–109.
- Cotič, M. (1995). Reševanje matematičnih problemov na razredni stopnji. *Matematika v šoli*, 3(1), 18–24.
- Cotič, M. (2010). Razvijanje matematične pismenosti na razredni stopnji. *Sodobna pedagogika*, 61(1), 264–282.
- Cotič, M., Felda, D., Bremec, B., Grželj, D., Pisk, M., Vršič, V., in Benčina Smotlak, N. (2013). *Svet matematičnih čudes 5: učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole*. DZS.
- Cotič, M., Felda, D., Bremec, B., Grželj, D., Pisk, M., Vršič, V. in Benčina Smotlak, N. (2013). *Svet matematičnih čudes 5: delovni zvezek za matematiko v 5. Razredu*. DZS.
- Davison, D. M., Miller, K. W. in Metheny, D. L. (1995). What does integration of science and mathematics really mean? *School Science and Mathematics*, 95(5), 226–230.

- Drake, S. M., in Burns, R. C. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*. Association for Supervision and Curriculum Development.
- European Council in Council of the European Union. (2022, 16. junij). *Council adopts recommendation to stimulate learning for the green transition and sustainable development*. https://www.consilium.europa.eu/en/press/press-releases/2022/06/16/council-adopts-recommendation-to-stimulate-learning-for-the-green-transition/?utm_source=dsms-auto&utm_medium=email&utm_campaign=Council+adopts+recommendation+to+stimulate+learning+for+the+green+transition+and+sustainable+development
- Fogarty, R. (2009). *How to integrate the curricula*. Corwin Press.
- Haylock, D., in Thangata, F. (2007). *Key concepts in teaching primary mathematics*. Sage Publications.
- Ivanitskaya, L., Clark, D., Montgomery, G., in Primeau, R. (2002). Interdisciplinary learning: Process and outcomes. *Innovative Higher Education*, 27(2), 95–111.
- Kim, J. W., in Pang, J. S. (2022). An analysis of sustainable activities in Japanese, Korean, and Singaporean elementary mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(2), em2080.
- Kopasič, M. (2019). *Radovednih pet: matematika 5; samostojni delovni zvezek za matematiko v 5. razredu osnovne šole*; 3 deli. Rokus Klett.
- Lake, C. (1994). *Integrated curriculum* (School Improvement Research Series). Office of Educational Research and Improvement (OERI), U.S. Department of Education.
- Laurie, J. (2010). Curriculum planning and preparation for cross-curriculum teaching. V T. Kerry (ur.), *Cross-curricular teaching in the primary school: planning and facilitating imaginative lessons* (str. 125–141). Routledge.
- Ministrstvo za šolstvo in šport. (2007). *Smernice vzgoje in izobraževanja za trajnostni razvoj od predšolske vzgoje do univerzitetnega izobraževanja*.
- Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. (2011). *Učni načrt: program osnovna šola; naravoslovje in tehnika*.
- OECD. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing.
- Park Rogers, M. A., Volkmann, M. J., in Abell, S. K. (2007). Science and mathematics: A natural connection. *Science and Children*, 45(2), 60–61.
- Pavlič Škerjanc, K. (2010). Smisel in sistem kurikularnih povezav. V Z. Rutar Ilc in K. Pavlinič Škerjanc (ur.), *Medpredmetne in kurikularne povezave: priročnik za učitelje* (str. 19–42). Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Priporočilo Sveta z dne 22. maja 2018 o ključnih kompetencah za vseživljenjsko učenje (2018/C 189/01). (2018). *Uradni list Evropske unije*, (C 189), 1–13.
- Repež, M., in Drobnič Vidic, A (2008). *Reševanje problemskih nalog v jutrišnjem svetu: prva ocena sposobnosti medpredmetnega povezovanja znanja; raziskava PISA 2003*. Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut.

- Rutar Ilc, Z. (2003). *Pristopi k poučevanju, preverjanju in ocenjevanju*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Strmčnik, F. (2003). Didaktične paradigme, koncepti in strategije. *Sodobna pedagogika*, 54(1), 80–92.
- Summer, A. (2020). A sustainable way of teaching basic mathematics. *Discourse and Communication for Sustainable Education*, 11(2), 106–120.
- Tenuta, U. (1992). *Itinerari di logica, probabilità, statistica, informatica*. Editrice La Scuola.
- Tytler, R., Mulligan, J., Prain, V., White, P., Xu, L., Kirk, M., Nielsen, C., in Speldewinde, C. (2021). An interdisciplinary approach to primary school mathematics and science learning. *International Journal of Science Education*, 43(12), 1926–1949.
- Valenti, E. (1987). *La matematica nella nuova scuola elementare*. Le Monnier.
- Volk, M. (2017). *Medpredmetne povezave v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju osnovne šole z vključevanjem IKT* [Neobjavljena doktorska disertacija]. Univerza na Primorskem.
- Zavod Republike Slovenije za šolstvo. (2023). *GreenComp: evropski okvir kompetenc za trajnostnost: poročilo skupnega raziskovalnega središča v okviru znanosti za politiko* (B. Vogrinec Škraba, prev.).
- Žakelj, A (2003). *Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Cross-Curricular Integration of Mathematics and Science in 5th Grade to Develop Competences for Sustainability through Problems

This paper outlines the theoretical foundation of a cross-curricular approach that integrates mathematics, science, and technology to foster competences for sustainability, which are typically interdisciplinary. Mastery of mathematical knowledge and developed mathematical thinking, including problem-solving skills, is essential for thriving in today's rapidly evolving society, which is closely linked with modern technology. As Aguele in Usman (2007) emphasize, without mathematics, there is no science; without science, there is no modern technology; and without modern technology, there is no modern society. By focusing on learning and solving various types of mathematical problems, we have reviewed mathematical textbooks and designed problem-based tasks for 5th-grade students that combine knowledge from mathematics, science, and technology, and by situating students within a broader task context, progressively build competencies for sustainability.

Keywords: mathematics, science and technology, competences for sustainable development, mathematical problems