

Vizualizacija geometrijskih konceptov nekoč in danes: stališča učiteljev glede rabe dinamične geometrije pri pouku matematike

Sanela Hudovernik

Univerza na Primorskem

sanela.mesinovic@pef.upr.si

Prostorske veščine začnemo razvijati že kmalu po rojstvu. V nekaterih poklicih, kot so fotograf, grafični oblikovalec, arhitekt, likovni umetnik, kartograf, gradbeni inženir, kirurg, fizik itn., so prostorske zmožnosti temeljne za njihovo uspešno opravljanje. Nekoč smo lahko prostorske predstave razvijali z opazovanjem in manipulacijo konkretnih objektov, slik in skic ter s konstrukcijami s svinčnikom in šestilom, kar je bilo pogosto zelo zamudno. Sodobna tehnologija pa ponuja dinamične programe, ki nam omogočajo interaktivno manipulacijo objektov ter so z vidika uporabe v primerjavi s fizičnimi manipulacijami učinkovitejši. Glede na to, da je uporaba tehnologije v izobraževanju odvisna od učiteljev in da jo slovenski učitelji pri pouku izkoriščajo v manjši meri v primerjavi z učitelji v drugih državah, je bil namen raziskave, predstavljene v prispevku, ugotoviti, kakšna so stališča osnovnošolskih učiteljev 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja glede rabe dinamičnih programov pri pouku geometrije. Na podlagi rezultatov, ki smo jih pridobili z anketnim vprašalnikom, pri izpolnjevanju katerega je sodelovalo 117 učiteljev, ugotavljamo, da dobra tretjina respondentov ne uporablja dinamičnih programov pri pouku geometrije in da je raba teh programov odvisna od izobrazbe učiteljev ter od stopnje, na kateri učitelji poučujejo. Večina učiteljev, ki pri pouku matematike uporablja dinamično geometrijo, se zaveda prednosti njene uporabe in ima pozitiven odnos do teh programov. Anketiranci, ki pri poučevanju niso še nikoli uporabljali dinamične geometrije, imajo ravno tako pozitiven odnos do tehnologije in njene rabe pri pouku matematike. Kljub temu k pouku matematike še vedno pristopajo tradicionalno.

Ključne besede: matematika, geometrija, vizualizacija, dinamična geometrija

Uvod

Prostorske predstave nam omogočajo prepoznavanje predmetov in prizorov ter določanje odnosov med predmeti. Pomagajo nam pri orientaciji v prostoru in na zemljevidu ter resnični svet ponazoriti z dvo- ali tridimenzional-

nimi predstavitvami. Izkoriščamo jih pri reševanju problemov v vseh znanostih. Zmožnost prostorske predstavljalivosti je Gardner (1995) poimenoval prostorska inteligenca in jo opredelil kot eno izmed sedmih razmeroma samostojnih človeških intelektualnih sposobnosti. Prostorske predstave so torej ena izmed bistvenih človekovih sposobnosti za vsakodnevne naloge in opravila. Marcia C. Linn in Anne C. Petersen (1985) prostorsko zmožnost definirata kot večplastno, ki temelji na podlagi treh komponent, in sicer prostorske vizualizacije, miselne rotacije in prostorskega zaznavanja. Vizualizacija je sposobnost ustvarjanja mentalnih ali vizualnih podob nekega koncepta (Kosslyn 1996) in ima osrednje mesto pri oblikovanju prostorskih predstav.

Teoretična izhodišča

Ljudje z visokimi prostorskimi zmožnostmi so sposobni ustvariti vizualno podobo, si jo predstavljati z različnih zornih kotov in izvajati miselne transformacije ter druge miselne operacije. Nekoč je veljalo, da je sposobnost prostorskih predstav prirojena (Samsudin, Rafi in Hanif 2011), vendar sodobnejše raziskave kažejo, da lahko prostorske zmožnosti občutno izboljšamo z ustreznimi in specifičnimi nalogami (Ben-Chaim, Lappan in Houang 1988; Sowder in Wearne 2006 v Van de Walle, Karp in Bay-Williams 2013). Van de Walle, Karen S. Karp in Jennifer M. Bay-Williams (2013) npr. predlagajo aktivnosti, kjer učenci spoznavajo lastnosti geometrijskih oblik in odnosov med njimi, izvajajo geometrijske transformacije, prepoznavajo in opisujejo položaj predmetov z različnih zornih kotov ter prepoznavajo odnose med tridimenzionalnimi telesi in njihovimi dvodimenzionalnimi predstavitvami.

Prostorska zmožnost ima bistveno vlogo v matematičnem mišljenju, saj večina matematičnih konceptov zahteva vizualno predstavo, ki je osnova za usvajanje zahtevnejših in abstraktnejših pojmov (Clements in Battista 1992; Lean in Clements 1981). Rudolf Arnheim, psiholog umetnosti, vidnim in prostorskim predstavam pripisuje vlogo osnovnega vira mišljenja in zmanjšuje vlogo jezika, ker meni, da o nekem procesu ali pojmu nismo zmožni jasno misliti, če si najprej ne ustvarimo predstav o njem (Gardner 1995).

Številni menijo, da so prostorske zmožnosti močno povezane z geometrijskim znanjem, kar potrjuje velik obseg raziskav (Ben-Chaim, Lappan in Houang 1988; Johnson in Meade 1987; Lean in Clements 1981; Nickson 2004). Povezanost med prostorskimi zmožnostmi in geometrijo, ki se jo učenci učijo v osnovni šoli, lahko opazimo tudi v učnem načrtu (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011), saj pri pouku geometrije učenci razvijajo prostorske in ravninske predstave, spoznavajo geometrijske elemente in odnose med njimi, konstruirajo, rišejo in načrtujejo geometrij-

ske objekte ter razvijajo sposobnost transformacij. Vsi navedeni cilji zahtevajo uporabo prostorskih zmožnosti in dobro razvite vizualne predstave.

Pri pouku geometrije lahko razvijamo zmožnost vizualizacije, če učencem ponudimo aktivnosti, ki od njih zahtevajo, da razmišljajo o obliki, z njo miselno manipulirajo ali jo preoblikujejo oz. predstavijo. Na začetku je uporaba fizičnih objektov, skic oz. slik in drugih manipulativnih pripomočkov skorajda nujna, saj učencem olajšajo in omogočijo razmišljanje o geometrijskih oblikah v različnih položajih. Bishop (1980) je ugotovil, da so tisti učenci, ki so pri učenju geometrije uporabili različne pripomočke, v primerjavi z učenci, ki jim je teh pripomočkov primanjkovalo, bolje opravili test prostorskih zmožnosti.

Zmožnost ponazoriti dvodimenzionalno obliko v tridimenzionalno pa tudi obratno, tridimenzionalno obliko narisati z dvodimenzionalno sliko, je eden izmed osrednjih ciljev vizualizacije (Van de Walle, Karp in Bay-Williams 2013). Tudi mednarodna raziskava TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), ki meri znanje matematike in naravoslovja iz vsebin šolskega učnega načrta velike večine držav (75 %), med cilji za osmošolce (iz vsebinskega področja geometrijske oblike in merjenje) navaja naslednji cilj: »[U]čenec prepozna odnose med tridimenzionalnimi telesi in njihovimi dvodimenzionalnimi predstavitvami« (Japelj Pavešić in Svetlik 2013). Sodoben pouk geometrije torej poudarja razvijanje vizualizacije pri učencih, vendar pa primerjava ujemanja vsebin iz preizkusov TIMSS s slovenskim učnim načrtom po poročanju učiteljev pokaže, da je bilo le 13 % učencev deležnih obravnave tega cilja (Japelj Pavešić in Svetlik 2016). Sklepamo lahko, da so učenci v slovenskih osnovnih šolah le redko deležni nalog iz vizualizacije, kar lahko potrdimo tudi s pregledom učnega načrta za matematiko (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011), kjer osrednjega cilja, vizualizacije, ni.

Geometrijo v naši osnovni šoli bi lahko opredelili kot učenje o geometrijskih pojmi po načelu »korak za korakom«. Tu imamo v mislih predvsem strukturo geometrijskih znanj, prilagojeno učencem osnovne šole, ki jo le-ti pridobivajo sistematično. Učenci se najprej srečajo s konkretnimi predmeti, ki jih opazujejo, z njimi manipulirajo in jih vizualizirajo. Na začetni stopnji učenja geometrije torej izhajamo iz tridimenzionalnih objektov in postopoma prehajamo na manjše dimenzije. Učenci z različnimi aktivnostmi in manipuliranjem raznih materialov ter učnih pripomočkov spoznajo nekatere osnovne geometrijske pojme in odnose med tridimenzionalnimi telesi ter njihovimi dvodimenzionalnimi predstavitvami.

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju je pri pouku geometrije v slovenski osnovni šoli večji poudarek na načrtovanju likov in ustrezni izbiri ter

uporabi formul za izračun obsega in ploščine likov ter izračun površine in prostornine teles. Kot smo že omenili, bi moral biti temelj učenja osnovnošolske geometrije razvoj prostorskih zaznav otrok. Tudi v zadnjem vzgojno-izobraževalnem obdobju bi morali osrednjo pozornost nameniti vizualizaciji geometrijskih oblik. Le tako bodo učenci lahko uporabili prostorske predstave za prehajanje med dvo- in tridimenzionalnimi oblikami ter njihovimi ponazoritvami in usvojili znanje iz geometrije, ki ga zahteva večina držav sveta (Japelj Pavešić in Svetlik 2013; Kozina, Svetlik in Japelj Pavešić 2012; Šterman Ivančič 2013).

Pri začetni vizualizaciji so v veliko pomoč modeli geometrijskih oblik in drugih osnovnih elementov v geometriji. Ne glede na stopnjo učenja geometrije je uporaba fizičnih pripomočkov, skic in računalniških modelov nujna (Van de Walle, Karp in Bay-Williams 2013). Anderson (1957 v Clements in Battista 1992) meni, da uporaba ustreznih pripomočkov olajša izgradnjo geometrijskih konceptov, ki so bili podani v slišni obliki. Naši učenci se pri začetnem pouku geometrije srečajo z različnimi modeli teles in likov, geoploščo in osnovnim geometrijskim orodjem (šablona, ravnilo, geotrikotnik in šestilo), ki jih kot ustrezne didaktične pripomočke predlaga učni načrt za matematiko (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011). Številne raziskave potrjujejo, da uporaba manipulativnih pripomočkov olajša razumevanje geometrijskih konceptov (Blažič idr. 2003; Fuys, Geddes in Tischler 1988; Glenberg idr. 2004; Hudovernik, Cotič in Felda 2015; Martin in Schwartz 2005; Nickson 2004; Raphael in Wahlstrom 1989), kar še posebej velja za mlajše otroke (Prigge 1978). Vendar ko govorimo o konkretnem razumevanju, ne mislimo vedno na »fizičnost«. Na določeni stopnji pričakujemo, da bodo imeli učenci nekakšno »konkretno« razumevanje, ki presega manipulativnost, zato so lahko računalniške manipulacije, v primerjavi s fizičnimi, učinkovitejše.

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učni načrt za matematiko (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011) predlaga uporabo modelov geometrijskih teles, geometrijsko orodje, risanje skic za boljšo predstavljenost in programe dinamične geometrije (v nadaljevanju tudi DG). Vendar je uporaba le-teh prepuščena odločitvi učitelja, kar pomeni, da je odvisna od njegovega znanja in poznavanja ustreznih programov, od odnosa, ki ga ima do tehnologije, in tudi od opremljenosti šole s programi za vizualizacijo geometrijskih konstrukcij. Predvidevamo lahko, da naši učenci geometrijske elemente najpogosteje vizualizirajo s skico, kar pogosto ni dovolj, da jim približamo geometrijo. Poleg tega so skice velikokrat vir napačnih predstav (Battista 2007; Clements in Battista 1992). S fizičnimi

materiali ni mogoče izvajati nekaterih operacij, ki jih omogočajo programi dinamične geometrije, zato morajo učenci z njimi miselno operirati (Olive in Lobato 2008). Konkretni materiali se ravno tako ne odzivajo na dejanja učencev in napačne predstave pogosto ostanejo neopažene (Zbiek idr. 2007). V našem učnem načrtu je torej premalo poudarka na uporabi dinamičnih programov, ki omogočajo, da morda premostimo nekaj težav, s katerimi se učenci srečujejo pri učenju geometrije.

Dinamična geometrija učencem omogoča vizualizacijo geometrijskih konceptov (Crompton, Grant in Shraim 2018; Dixon 1997) in učenje geometrije na najvišjih stopnjah geometrijskega mišljenja po van Hielu¹ (Healy in Hoyles 2001; Pratt in Ainley 1997; Vincent in McCrae 1999). S pomočjo tovrstnih programov lahko učenci oblikujejo geometrijske elemente na računalniškem zaslonu in jih nato merijo ter z njimi manipulirajo. Omogočajo tudi raziskovanje odnosov med geometrijskimi objekti, katerih učinki so neprimerljivi s kakršnim koli nedigitalnim sredstvom (Van de Walle, Karp in Bay-Williams 2013). Osrednja ideja dinamičnih programov je namreč »vlečenje« oz. premikanje geometrijskih elementov po zaslonu z miško. Če so bile vzpostavljene povezave med npr. točkami, črtami in krogi, program vse te odnose ohranja tudi, ko eno od osnovnih komponent konstrukcije vlečemo, kar omogoča raziskovanje odnosov med elementi, ki niso očitni iz konstrukcije ter so v primerjavi s fizičnimi povezavami med objekti obvladljivejši in prilagodljivejši. Računalniške manipulacije so v primerjavi s fizičnimi učinkovitejše zaradi lažje in hitreje uporabe ter zagotavljajo takojšnje in specifične povratne informacije (Reimer in Moyer 2005). Poleg tega »vlečenje« učence spodbuja, da zaznajo splošno v posebnem (Hoyles in Noss 1994).

Zdi se, da dinamični programi olajšajo učenje geometrije in s tem tudi razvoj prostorskih predstav. Računalniška grafika zagotavlja vizualne predstavitve pa tudi prostorske ponazoritve, ki lahko učenje spodbujajo v večji meri kot predstavitve pri tradicionalnem pouku, saj tehnologija omogoča eksperimentiranje z geometrijskimi objekti, ki presegajo netehnološke pripomočke (Crompton, Grant in Shraim 2018).

Van de Walle, Karen S. Karp in Jennifer M. Bay-Williams (2013) priporočajo uporabo dinamične geometrije od 3. oz. najkasneje od 4. razreda osnovnošolskega izobraževanja dalje. Npr., v 4. razredu učenci že poznajo pravoko-

¹ Teorijo razvoja geometrijskih predstav sta razvila zakonca van Hiele. Njun model je sestavljen iz petih stopenj, in sicer vizualizacije, analize, neformalne dedukcije, formalne dedukcije in strogo matematične stopnje. Stopnje si sledijo v točno določenem zaporedju in so hierarhično razporejene (Hudovernik, Cotič in Žakelj 2017).

tnik, zato se osredotočijo na njegove lastnosti (stranici sta paroma vzporedni, vsi štirje koti so pravi). Učencem lahko ponudimo take dejavnosti, da s pomočjo dinamičnega programa oblikujejo pravokotnik, ki bo vedno pravokotnik, ne glede na to, kako »vlečemo« njegove elemente. S tovrstnimi dejavnostmi se učenci osredotočijo na lastnosti pravokotnika in na odnose med temi lastnostmi. Učenci 7. razreda, kjer je geometrija že zelo abstraktna, spoznajo lastnosti geometrijskih transformacij, kot so zrcaljenje, premik in vrtež. V dinamičnem geometrijskem okolju so zmožni razviti in poglobiti tudi razumevanje transformacij (Clements idr. 2008). Juli K. Dixon (1997 v Clements idr. 2008) je namreč pokazala, da so učenci, ki so pri učenju uporabljali program za dinamično geometrijo (npr. The Geometer's Sketchpad), bolje reševali naloge iz zrcaljenja in vrtežev kot tisti, ki so pri učenju manipulirali s konkretnimi pripomočki. Ravno zaradi dinamičnosti lahko ti programi vplivajo na razumevanje geometrijskih transformacij (Glass 2001).

Kot smo že omenili, je uporaba dinamične geometrije pri pouku matematike v največji meri odvisna od učitelja. Učitelj mora dinamični program najprej dobro obvladati, potem pa tudi razmisliti, katera orodja ponuditi učencem ter kako ta orodja najbolje uporabiti, da bo lahko zagotovil razumevanje geometrijskih konceptov. Izkazalo se je namreč, da zgolj vključevanje računalnikov pri pouku geometrije brez učiteljevega vodenja ni učinkovito (Clements in Meredith 1993). Programi za dinamično geometrijo sami po sebi ne omogočajo učenja. V računalniško podprtem učnem okolju je vloga učitelja kot moderatorja bistvenega pomena (Yelland 2003 v Clements idr. 2008). Učitelj mora izbrati učni pristop, ki učencem zagotavlja razumevanje geometrijskih vsebin, kar pa je mogoče le, če učence vodi in predvideva, kakšno pomoč potrebujejo, in sicer v obliki namigov, nagovarjanja, spraševanja, modeliranja itn., in ne v obliki razlage geometrijskih pojmov in navajanja definicij (Hannafin, Burruss in Little 2001).

Veliko učiteljev pri pouku matematike uporablja sodobno tehnologijo, vendar jo večina uporablja za ponavljanje in vajo (Manoucherhri 1999), kar pa nujno ne omogoča razumevanja geometrijskih pojmov. Uporaba računalniške tehnologije pri pouku geometrije je smiselna, ko je omogočeno odprto učno okolje, osredotočeno na učenca (Hannafin, Burruss in Little 2001), kjer učenci uporabljajo sodobno tehnologijo za raziskovanje matematičnih dejstev in konceptov, za pridobivanje osnovnih spretnosti, za iskanje informacij itn. (Mullis idr. 2020). Vendar je uporaba računalnikov pri pouku matematike v Sloveniji med šibkejšimi glede na druge države (Japelj Pavešić in Svetlik 2016). Učiteljev odnos oz. stališče do tehnologije in njene rabe pri pouku pomembno vpliva na njeno integracijo v učenje in poučevanje (Atkins in Vasu

2000; Roblyer in Knezek 2003; Sugar, Crawley in Fine 2004). Zato smo z našo raziskavo želeli pridobiti vpogled v trenutno stanje na področju rabe programov DG pri pouku geometrije v Sloveniji.

Namen in cilji raziskave

Glede na to, da je uporaba tehnologije v izobraževanju odvisna od učiteljev in da želimo v prihodnosti učne načrte² oblikovati tako, da bomo učence opolnomočili za delovanje v digitalni družbi (Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2022), je osrednji namen naše raziskave ugotoviti, kakšna so stališča osnovnošolskih učiteljev 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja glede rabe DG pri pouku geometrije. Na tak način lahko ugotovimo razloge, zakaj slovenski učitelji v primerjavi z učitelji iz drugih držav sodobno tehnologijo pri pouku matematike uporabljajo v manjši meri.

Cilji raziskave:

- ugotoviti, ali učitelji 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja pri pouku geometrije uporabljajo programe DG,
- ugotoviti dejavnike, ki vplivajo na to, ali učitelji 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja uporabljajo programe DG,
- ugotoviti stališča učiteljev, ki pri pouku geometrije uporabljajo DG, ter
- ugotoviti stališča učiteljev, ki DG pri pouku geometrije ne uporabljajo.

Izhajajoč iz ciljev raziskave smo si postavili naslednja raziskovalna vprašanja:

1. Kateri dejavniki vplivajo na to, ali učitelji 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja, ki poučujejo matematiko, uporabljajo programe DG?
2. Kakšna so stališča učiteljev, ki uporabljajo DG, glede njene rabe pri pouku matematike?
3. Kakšna so stališča učiteljev, ki DG ne uporabljajo, glede njene rabe pri pouku matematike?

Metodologija

Uporabili smo metodo kavzalno-neeksperimentalnega pedagoškega raziskovanja. Podatki vprašalnika so obdelani na ravni deskriptivne in inferenčne statistike.

² Na pobudo Ministrstva za vzgojo in izobraževanje je Zavod Republike Slovenije za šolstvo leta 2022 pričel z izvajanjem aktivnosti na področju prenove kurikulumov za vrtce in prenove učnih načrtov v osnovni šoli ter gimnaziji, ki bodo predvidoma zaključene do konca leta 2024.

Vzorec

Vzorec zajema 117 osnovnošolskih učiteljev, ki so v šolskem letu 2022/2023 poučevali matematiko v 2. ali 3. vzgojno-izobraževalnem obdobju. Med njimi je bil 101 (86,32 %) ženskega spola in 16 (13,68 %) moškega. Udeleženci raziskave so imeli v povprečju 44,98 leta ($SD = 9.539$), njihova povprečna delovna doba pa je bila 19,67 leta ($SD = 11.010$). Učitelji, vključeni v raziskavo, so po izobrazbi predvsem profesorji matematike in drugega predmeta (npr. tehnike, računalništva, fizike itn.), teh je bilo 93 (79,49 %). Profesorjev razrednega pouka je bilo 20 (17,09 %), štirje (3,41 %) anketiranci pa so poučevali matematiko, čeprav se z izobraževalno matematiko v času študija niso srečali, saj so po izobrazbi fizik, svetovalec, informatik in profesor italijanskega jezika.

Od vseh profesorjev razrednega pouka je bilo 90 % ($N = 18$) takih, ki so matematiko poučevali na razredni stopnji, torej v 4. ali 5. razredu. Ostalih 10 % ($N = 2$) je matematiko poučevalo na predmetni stopnji (eden v 6. razredu, eden pa od 7. do 9. razreda). Med učitelji, ki so po izobrazbi profesorji matematike, je bilo 98,92 % ($N = 92$) takih, ki so matematiko poučevali na predmetni stopnji, ter 1,08 % ($N = 1$) takih, ki so jo poučevali na razredni stopnji.

Zbiranje in obdelava podatkov

Podatke za raziskavo smo pridobili z anketnim e-vprašalnikom, ki je bil pripravljen specifično za izvedbo te raziskave v programu 1KA. Anketni vprašalnik je sestavljen iz dveh delov. V prvem smo želeli od anketirancev pridobiti osnovne podatke (spol, starost, izobrazba, delovna doba), drugi pa je vključeval osem vprašanj (dve zaprtega tipa, štiri polodprta vprašanja, eno odprto vprašanje in dva sklopa trditev za ugotavljanje stališč na petstopenjski lestvici), ki so se nanašala na predmet naše raziskave.

Konstruktna veljavnost sklopa ocenjevalnih lestvic je bila preverjena s faktorsko analizo. Glede na to, da prvi faktor pojasni 41 % variance, kar je več od predpostavljene spodnje meje veljavnosti (20 %) (Čagran 2004), so sklopi ocenjevalnih lestvic veljavni.

Zanesljivost instrumenta je bila preverjena s postopkom faktorizacije in z izračunom Cronbachovega α -koeficienta. Pri sklopu faktorizacije smo dobili štiri faktorje, ki skupaj pojasnjujejo 69,54 % variance, iz česar sledi (po zakonitosti $r_{tt} \geq \sqrt{h^2}$), da gre za zanesljiv ($r_{tt} = 0,834$) ocenjevalni instrument (Čagran 2004). Zanesljivost potrjuje tudi vrednost Cronbachovega α -koeficienta ($\alpha = 0,780$), ki kaže dobro zanesljivost vprašalnika (Ferligoj, Leskošek in Kogovšek 1995 v Cencič, Čagran in Ivanuš-Grmek 2009).

Objektivnost vprašalnika je bila zagotovljena z uporabo zaprtih vprašanj in ocenjevalnih lestvic. V času zbiranja podatkov je bila objektivnost dodatno

zagotovljena z enopomenskimi pisnimi navodili za izpolnjevanje ter z nevo-denim zbiranjem podatkov.

Zbiranje podatkov je potekalo od septembra do novembra 2022. Podatke smo obdelali in analizirali s programsko opremo SPSS 29.0, in sicer z metodami deskriptivne (frekvence, odstotki, srednje vrednosti) in inferenčne statistike (χ^2 -test, Mann-Whitneyev U-test). Normalnost porazdelitve spremenljivk smo preverjali s testom Kolmogorov-Smirnov.

Rezultati z diskusijo

Na vzorcu anketirancev smo ugotavljali, ali učitelji uporabljajo programe za DG, ter raziskali njihova stališča do uporabe teh programov pri pouku matematike. Rezultati z analizami so v nadaljevanju podani za vsako raziskovalno vprašanje posebej.

Raba programov za DG pri pouku geometrije

Najprej smo preverili, ali učitelji 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja pri pouku matematike uporabljajo programe za DG, ter ugotovili, da večina anketirancev (62,4 %) te programe izkorišča za namene pouka matematike. Dinamične geometrije ne uporablja 37,6 % anketirancev.

Ugotoviti smo želeli tudi, kateri dejavniki vplivajo na to, ali učitelji pri pouku matematike uporabljajo programe za DG. V ta namen smo preverili povezanost med rabo DG in nekaterimi spremenljivkami.

Rezultati Mann-Whitneyevega U-testa ($U = 1320,500$, $2p = 0,108$), kažejo, da med anketiranci, ki pri pouku matematike uporabljajo DG, in tistimi, ki teh programov ne uporabljajo, ni statistično pomembnih razlik glede na delovno dobo. Lahko pa izpostavimo, da imajo učitelji, ki pri pouku matematike uporabljajo DG, v povprečju nižjo delovno dobo ($\bar{R} = 55,09$) kot učitelji, ki teh programov ne uporabljajo ($\bar{R} = 65,49$).

S χ^2 -testom smo preverili povezavo med rabo programov DG pri pouku matematike in dostopnostjo računalniške učilnice za pouk matematike. Niti tukaj nismo dokazali pomembne povezave ($\chi^2(1) = 0,164$, $p = 0,686$). Kaže se, da imajo učitelji, ki so pri poučevanju matematike že kdaj uporabili programe DG, približno enako možnost za neomejeno poučevanje matematike v računalniški učilnici (49,3 %) kot učitelji, ki teh programov niso nikoli uporabili (45,5 %).

V nadaljevanju smo preverili povezanost med rabo DG pri pouku matematike in stopnjo, na kateri anketiranci poučujejo matematiko. Analizirali smo torej razlike med učitelji razredne (4. in 5. razred) in predmetne stopnje (6.–9. razred) glede na to, ali pri pouku matematike uporabljajo programe za DG.

Preglednica 1 Kontingenčna tabela za rabo DG pri pouku matematike glede na stopnjo, na kateri anketiranci poučujejo

Uporaba DG	(1)	(2)	Skupaj
Pri pouku matematike uporabljam DG	2 (2,7)	71 (97,3)	73
Pri pouku matematike DG ne uporabljam	18 (40,9)	26 (59,1)	44
Skupaj	20 (17,1)	97 (82,9)	117

Opombe Naslovi stolpcev: (1) razredna stopnja, (2) predmetna stopnja. V oklepajih vrednosti v odstotkih.

Med učitelji, ki so za poučevanje matematike že uporabili programe DG, sta le dva (2,7 %), ki poučujeta na razredni stopnji. Vsi ostali učitelji, ki uporabljajo DG, matematiko poučujejo na predmetni stopnji (97,3 %) (preglednica 1).

Rezultat Pearsonovega χ^2 -testa ($\chi^2(1) = 28,222, p = 0,000$) kaže pomembno povezavo med rabo DG pri pouku matematike in stopnjo, na kateri anketiranci poučujejo matematiko. Cramerjev koeficient (0,491) nam pove, da je povezanost srednje močna in statistično pomembna ($p = 0,000$).

Sklepamo lahko torej, da je verjetneje, da so pouka matematike z DG deležni učenci predmetne stopnje, kot da so ga deležni učenci razredne stopnje. Smiselno bi bilo raziskati mnenje razrednih učiteljev in ugotoviti razloge, zakaj ne uporabljajo DG. Kot smo že omenili, Van de Walle, Karen S. Karp in Jennifer M. Bay-Williams (2013) uporabo DG priporočajo od 3. oz. najkasneje 4. razreda osnovnošolskega izobraževanja dalje. V 4. razredu je geometrija že precej abstraktna, saj učenci spoznajo daljice, premice in poltrak ter določijo medsebojno lego premic, razlikujejo pravokotnik in kvadrat ter opišejo medsebojno lego stranic in njihove lastnosti, likom določijo simetrale itn. Z dinamičnimi programi lahko sprva rišejo osnovne geometrijske elemente, kot so točke, daljice, premice, kvadrati itn., ki z »vlečenjem« po zaslonu ne ohranijo svojih lastnosti. Kasneje pa lahko konstruirajo figure, ki bodo z vlečenjem svoje lastnosti ohranile. S pomočjo DG izboljšajo razumevanje geometrijskih konceptov in svoje vizualne sposobnosti ter napredujejo na višje stopne geometrijskega mišljenja (Clements idr. 2008).

Nazadnje smo preverili povezavo med izobrazbo anketirancev in rabo programov za DG. Predvsem so nas zanimale razlike med učitelji, ki so po izobrazbi profesorji matematike, in učitelji, ki so po izobrazbi profesorji razrednega pouka oz. drugo.

V preglednici 2 lahko opazimo, da anketiranci, ki so po izobrazbi profesorji razrednega pouka oz. drugo, pri pouku matematike večinoma še nikoli niso uporabili nobenega programa za DG (79,2 %). Ravno obratno se je pokazalo v skupini profesorjev matematike, saj jih kar 73,1 % trdi, da so pri pouku ma-

Preglednica 2 Kontingenčna tabela za izobrazbo anketiranih glede na to, ali pri pouku matematike uporabljajo programe DG

Uporaba DG	(1)	(2)	Skupaj
Pri pouku matematike uporabljam DG	5 (20,8)	68 (73,1)	73
Pri pouku matematike DG ne uporabljam	19 (79,2)	25 (26,9)	44
Skupaj	24 (20,5)	93 (79,5)	117

Opombe Naslovi stolpcev: (1) razredna stopnja, (2) predmetna stopnja. V oklepajih vrednosti v odstotkih.

tematike že uporabili programe za DG, medtem ko 26,9 % profesorjev matematike teh programov ni še nikoli uporabilo.

Na podlagi χ^2 -testa smo ugotovili, da je raba programov za DG odvisna od izobrazbe anketirancev ($\chi^2(1) = 22,226, p < 0,001$). Če pogledamo vrednost Cramerjevega koeficienta, ki znaša 0,436, vidimo, da je povezanost srednja in statistično pomembna ($p < 0,001$). Ker smo želeli natančneje ugotoviti moč povezave med rabo DG pri pouku matematike in izobrazbo učiteljev, smo izračunali kvocient različnosti (Field 2005), ki nam pove, da učitelji, ki so po izobrazbi profesorji matematike, DG pri pouku matematike uporabljajo 10,3-krat verjetneje kot profesorji razrednega pouka oz. z drugo izobrazbo.

Sklepali smo, da se učitelji razrednega pouka s programi DG ne seznaniijo v času študija, zato smo pregledali učne načrte vseh treh Pedagoških fakultet v Sloveniji (Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta b. l.; Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta b. l.; Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta b. l.). Niti v enem učnem načrtu nismo zasledili cilja, ki bi od študentov zahteval, da pri pouku matematike poznajo oz. uporabljajo računalniške programe za DG. Navedeno je le, da študenti pri pouku matematike uporabljajo programska orodja. Učni načrti študijskih programov, na katerih se izobražujejo bodoči profesorji matematike, pa izrecno navajajo cilj, da »študent obvlada delo z računalniškimi programi za DG« (Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko B. l.; Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko 2022). Da bi lahko domnevo potrdili, smo učitelje, ki so pri pouku matematike DG že uporabili, povprašali o načinu pridobivanja znanja glede tovrstnih programov.

Nihče izmed profesorjev razrednega pouka se osnov dela z DG ni naučil v času študija, med profesorji matematike pa je takih le 32,4 % (preglednica 3). Večina anketirancev, tako učiteljev razrednega pouka kot učiteljev matematike, ki uporabljajo programe DG, je svoje znanje pridobilo s samostojnim učenjem in z raziskovanjem teh programov (56,2 %).

Vidimo lahko, da učitelji razrednega pouka znanja o programih DG res niso

Preglednica 3 Kontingenčna tabela za izobrazbo anketirancev glede na način pridobivanja znanja o DG

Stopnja poučevanja	(1)	(2)	(3)	(4)	Skupaj
Profesor RP ali drugo	3 (60,0)	1 (20,0)	0 (0,0)	1 (20,0)	5
Profesor MAT	38 (55,9)	1 (1,5)	22 (32,4)	7 (10,3)	68
Skupaj	42 (56,2)	2 (2,7)	22 (30,1)	8 (11,0)	73

Opombe Naslovi stolpcev: (1) sem samouk, (2) na internetu, (3) v času študija, (4) izobraževanje. V oklepajih vrednosti v odstotkih.

pridobili v času študija, vendar te trditve ne moremo posplošiti, saj je bilo anketiranih le pet profesorjev razrednega pouka, ki pri pouku matematike uporabljajo DG.

Stališča učiteljev, ki uporabljajo DG, glede njene rabe pri pouku matematike

Zanimalo nas je, kakšno mnenje prevladuje med učitelji, ki uporabljajo DG, glede tovrstnih programov ter njihove uporabe pri pouku geometrije. Učitelji imajo namreč pomembno vlogo pri tem, kako uspešna bo uporaba tehnologije v izobraževanju (Yildirim in Kiraz 1999). Predvidevali smo, da imajo učitelji, ki pri pouku geometrije uporabljajo DG, pozitiven odnos do te tehnologije. Postavili smo štiri trditve, ki se nanašajo na uporabo DG pri pouku geometrije (preglednica 4). Trditve so učitelji ocenili s petstopenjsko lestvico, od »sploh se ne strinjam« (min 1) do »popolnoma se strinjam« (max 5).

V preglednici 4 vidimo, da so vsi učitelji, ki uporabljajo DG, odgovorili na vse postavke, razen pri drugi postavki, kjer en učitelj ni podal odgovora. Vidimo tudi, da se učitelji sploh niso strinjali (min 1) le z zadnjo postavko. Z zelo visoko povprečno vrednostjo so učitelji ocenili postavko *DG je mogoče uporabiti za vizualizacijo geometrijskih elementov in odnosov med njimi* ($M = 4,47$, $SD = 0,668$). S to postavko se je strinjalo oz. popolnoma strinjalo kar 95,9 % učiteljev, ki pri pouku matematike uporabljajo DG. Z nekoliko nižjo, a kljub temu visoko povprečno vrednostjo so učitelji ocenili tudi naslednji dve postavki: z *Uporaba DG izboljša geometrijske predstave učencev* se je strinjalo oz. popolnoma strinjalo 82,2 % učiteljev, z *Uporaba DG učencem pomaga bolje razumeti snov* pa 84,9 %. Pri zadnji postavki, *Uporaba DG prihrani čas načrtovanja, ki ga je mogoče uporabiti za druge matematične dejavnosti*, si učitelji niso tako enotni, kljub temu pa lahko v preglednici 4 opazimo, da se je z njo strinjala oz. popolnoma strinjala več kot polovica tistih (57,5 %), ki pri pouku matematike uporabljajo DG.

Na podlagi rezultatov lahko sklepamo, da se učitelji zavedajo pomemb-

Preglednica 4 Stopnja strinjanja učiteljev, ki pri pouku geometrije uporabljajo DG, s postavkami o DG

Trditev		Odgovori					N	Min	Max	M	SD
		1	2	3	4	5					
DG je mogoče uporabiti za vizualizacijo geometrijskih elementov in odnosov med njimi	(a)	0	2	1	31	39	73	2	5	4,47	0,668
	(b)	0,0	2,7	1,4	42,5	53,4					
Uporaba DG izboljša geometrijske predstave učen- cev	(a)	0	3	9	27	33	72	2	5	4,25	0,835
	(b)	0,0	4,1	12,3	37,0	45,2					
Uporaba DG učencem po- maga bolje razumeti snov	(a)	0	1	10	35	27	73	2	5	4,21	0,726
	(b)	0,0	1,4	13,7	47,9	37,0					
Uporaba DG prihrani čas načrtovanja, ki ga je mo- goče uporabiti za druge matematične dejavnosti	(a)	2	10	19	22	20	73	1	5	3,66	1,108
	(b)	2,7	13,7	26,0	30,1	27,4					

Opombe Naslovi vrstic: (a) število, (b) delež (v odstotkih).

nosti DG za vizualizacijo geometrijskih elementov in odnosov. Prepričani so tudi, da DG izboljša geometrijske predstave učencev, kar slednjim pomaga bolje razumeti snov. Anketiranci, ki pri pouku geometrije uporabljajo DG, imajo torej pozitivno mnenje glede vključevanja dinamičnih programov v pouk matematike. Podobno ugotavljajo dosedanje raziskave, ki so pokazale, da pozitiven odnos učiteljev do informacijsko-komunikacije tehnologije pozitivno vpliva na njeno integracijo v pedagoške prakse ter da je uporaba informacijsko-komunikacije tehnologije pri pouku v veliki meri odvisna od učiteljev samih oz. od njihovega poznavanja tehnologije in motivacije za njeno uporabo (Brečko 2016; Bullock 2004; Demirci 2009; Teo 2008). Učitelji, ki nimajo zadostnega oz. ustreznega znanja informacijsko-komunikacijske tehnologije, so manj motivirani in se počutijo manj sposobne pri njeni rabi za namen poučevanja (Tondeur, Valcke in Van Braak 2008).

Stališča učiteljev, ki ne uporabljajo DG, glede njene rabe pri pouku matematike

Svoja stališča glede DG in njene rabe pri pouku matematike so izrazili tudi učitelji, ki teh programov ne uporabljajo. Na ta način lahko ugotovimo razloge za ne vključevanje tovrstne tehnologije v pouk ter morda predvidimo ukrepe, ki bi prispevali k razvijanju sodobnejših pristopov učenja in poučevanja matematike. V ta namen smo oblikovali 11 postavk, ki se nanašajo na

Preglednica 5 Stopnja strinjanja učiteljev, ki pri pouku geometrije ne uporabljajo DG, s postavkami o DG

Trditev		Odgovori					N	Min	Max	M	SD
		1	2	3	4	5					
Menim, da bi bila DG uporabna pri nekaterih MAT vsebinah	(a)	0	4	13	18	9	44	2	5	3,73	,899
	(b)	0,0	9,1	29,5	40,9	20,5					
Verjamem, da bi DG pripomogla k učenju učencev, in bi jo rad tudi uporabljal	(a)	1	10	18	9	6	44	1	5	3,20	1,025
	(b)	2,3	22,7	40,9	20,5	13,6					
Nisem prepričan, kako bi DG vključil k pouku MAT	(a)	5	13	15	8	3	44	1	5	2,80	1,091
	(b)	11,4	29,5	34,1	18,2	6,8					
Učenci pri učenju prepogosto posegajo po tehnologiji. Menim, da če jo učenci uporabljajo prepogosto, se ne bodo naučili MAT	(a)	6	16	11	7	4	44	1	5	2,70	1,173
	(b)	13,6	36,4	25,0	15,9	9,1					
Bojim se, da bo moje učence uporaba DG preveč zmotila, da bi se zares naučili MAT	(a)	9	15	12	4	4	44	1	5	2,52	1,191
	(b)	20,5	34,1	27,3	9,1	9,1					
Želim, da se moji učenci najprej naučijo, kako to narediti na papirju, nato pa lahko uporabljajo DG	(a)	1	2	11	12	18	44	1	5	4,00	1,034
	(b)	2,3	4,5	25,0	27,3	40,9					
Če učenci DG uporabljajo za raziskovanje nove teme, ne razmišljajo samostojno in ne razvijajo geometrijskih veščin	(a)	12	11	13	5	3	44	1	5	2,45	1,210
	(b)	27,3	25,0	29,5	11,4	6,8					

Nadaljevanje na naslednji strani

uporabo DG pri pouku geometrije (preglednica 5). Trditve so učitelji ocenili s petstopenjsko lestvico, od »sploh se ne strinjam« (min 1) do »popolnoma se strinjam« (max 5).

Preglednica 5 kaže, da so vsi učitelji, ki v pouk matematike ne vključujejo DG, odgovorili na vse postavke in da so se odgovori raztezali od popolnega nestrinjanja (min 1) do popolnega strinjanja (max 5). S pregledom aritmetičnih sredin vidimo, da je sedem postavk v povprečju ocenjenih nad 3,00 ($M > 3,00$), kar se na Likertovi lestvici nagiba k strinjanju. Te postavke so naslednje: *Menim, da bi bili programi za DG uporabni pri nekaterih matematičnih vse-*

Preglednica 5 *Nadaljevanje s prejšnje strani*

Trditev		Odgovori					N	Min	Max	M	SD
		1	2	3	4	5					
Preden bi lahko uporabil DG pri pouku, bi moral učence poučiti o teh programih. Imam preveč drugih ciljev	(a)	3	2	15	12	12	44	1	5	3,64	1,143
	(b)	6,8	4,5	34,1	27,3	27,3					
Pri mojem pouku je poudarek na MAT in ne na tehnologiji	(a)	4	9	13	10	8	44	1	5	3,20	1,231
	(b)	9,1	20,5	29,5	22,7	18,2					
Morda bi lahko DG za utrjevanje uporabili šele potem, ko učenci pokažejo, da lahko veščine prenesejo na papir	(a)	1	3	13	15	12	44	1	5	3,77	1,008
	(b)	2,3	6,8	29,5	34,1	27,3					
Geometrija se ni spremenila samo zato, ker imamo na voljo DG. Učenci morajo še vedno znati narediti vse, kar smo se vedno učili	(a)	2	2	18	12	10	44	1	5	3,59	1,041
	(b)	4,5	4,5	40,9	27,3	22,7					

Opombe Naslovi vrstic: (a) število, (b) delež (v odstotkih).

binah; Verjamem, da bi programi DG pripomogli k učenju mojih učencev, in bi rad te programe tudi uporabljal; Želim, da se moji učenci najprej naučijo, kako to narediti na papirju, nato pa lahko uporabljajo tehnologijo; Preden bi lahko DG uporabil pri pouku, bi moral svoje učence poučiti o teh programih in njihovem delovanju. Imam preveč drugih ciljev, da bi to dosegel; Pri mojem pouku je poudarek na matematiki in ne na tehnologiji; Morda bi lahko DG uporabili za utrjevanje šele potem, ko učenci pokažejo, da lahko veščine prenesejo na papir; Geometrija se ni spremenila samo zato, ker imamo na voljo DG. Učenci morajo še vedno znati narediti vse, kar smo se vedno učili.

Iz rezultatov nekaterih postavk lahko sklepamo, da imajo učitelji, ki pri pouku matematike ne uporabljajo DG, pozitiven odnos do tehnologije in njene rabe pri pouku matematike. Npr., s postavko *Menim, da bi bili programi za DG uporabni pri nekaterih matematičnih vsebinah* se je strinjalo in popolnoma strinjalo 61,4 % učiteljev, s postavko *Če učenci DG uporabljajo DG za raziskovanje nove teme, ne razmišljajo samostojno in ne razvijajo geometrijskih veščin* pa se sploh ni strinjalo oz. se ni strinjalo 52,3 % učiteljev. Vendar se tem učiteljem ne zdi pomembno, da bi DG vključevali v pouk matematike, oz. raba DG pri

učenju in poučevanju ni njihov primarni cilj, saj se jih je s postavko *Preden bi lahko DG uporabil pri pouku, bi moral svoje učence poučiti o teh programih in njihovem delovanju. Imam preveč drugih ciljev, da bi to dosegel* strinjalo oz. popolnoma strinjalo 54,6 % učiteljev. Iz odgovorov anketirancev lahko sklepamo tudi, da učitelji k pouku matematike še vedno pristopajo tradicionalno, saj se je s postavko *Želim, da se moji učenci najprej naučijo, kako to narediti na papirju, nato pa lahko uporabljajo tehnologijo* strinjalo oz. popolnoma strinjalo 68,2 % respondentov, s postavko *Morda bi lahko DG uporabili za utrjevanje šele potem, ko učenci pokažejo, da lahko večšine prenesejo na papir* 61,4 %, s postavko *Geometrija se ni spremenila samo zato, ker imamo na voljo DG. Učenci morajo še vedno znati narediti vse, kar smo se vedno učili* pa 50,0 % respondentov.

Na tem mestu se sprašujemo, kaj je treba narediti, da bodo učitelji sledili hitrim spremembam v procesu izobraževanja. Hiter napredek in razvoj tehnologije od učiteljev namreč zahtevata nenehno prilagajanje. Spremembe so postale stalnica vsakdanjega življenja in se jim ni mogoče izogniti (Peršič, Uršič in Veselinovič 2014). Vključevanje sodobne tehnologije v učenje in poučevanje zahteva opuščanje tradicionalnih metod pouka, kjer je učitelj le prenašalec znanja. Zato bi učitelj moral uporabljati take učne pristope, ki zahtevajo učenčev aktivnost pri raziskovanju problemskih situacij v avtentičnih učnih okoljih, s tem pa bi lahko razvijali večšine razmišljanja na višjih ravneh. Kot vidimo, imajo v procesu sprememb izobraževalnega sistema osrednjo vlogo učitelji (Eilks idr. 2004). Vendar se je izkazalo, da ti pogosto ne sprejemajo rezultatov raziskav in novosti v učnih načrtih ter da inovacij pogosto ne implementirajo v pouk (Taber 2001; Driel, Beijgaard in Verloop 2001). Kulturne vrednote, ki so zakoreninjene v šolski tradiciji, lahko zavirajo ali celo onemogočijo, da bi učitelji uporabljali sodobnejše pristope, osredotočene na učence (Tobin in Dawson 1992). Poleg tega izkušenim oz. starejšim učiteljem učenje uporabe sodobne tehnologije predstavlja veliko večji izziv kot njihovim mlajšim sodelavcem (Sharit idr. 2003).

Učitelj je torej najpomembnejši dejavnik pri spremembi lastnega učenja in poučevanja (Eilks idr. 2004; Fullan 2007; Hall in Hord 2010). Vendar njihovega odnosa in prepričanj do učenja, to še posebej velja za izkušene učitelje, ni enostavno spremeniti (Hannafin 1999). Tai Mei Kin in Kareem (2017) ugotavljata, da učitelji ne bodo sprejeli novosti v izobraževanju, če ne razumejo, zakaj so te potrebne in kakšne koristi obljublajo. Odklonilen odnos učiteljev do novosti se lahko spremeni, ko natančno preučijo prednosti in slabosti morebitnih sprememb. Pri tem imajo pomembno vlogo ravnatelji šol, saj bi morali uporabiti vsa možna sredstva, da bi učitelji uvideli potrebe po spremembi v

poučevanju ter razumeli posledice sprejemanja oz. odklanjanja novosti. Ravnatelji bi morali predlagati ukrepe ter določiti jasna navodila in usmeritve, da se bodo spremembe dejansko realizirale (Tai Mei Kin in Kareem 2017). Rešitev, da bi učitelji sprejemali in vključevali inovacije v pouk, Eilks idr. (2004) vidijo v tem, da se v projekte in raziskave vključi praktike ter ustvari tako okolje, kjer imajo ti z raziskovalci enakovreden odnos, saj so se predavanja in delavnice, ki jih izvajajo strokovnjaki za učitelje, pri implementaciji novosti v pouk izkazali za neučinkovite (Hannafin 1999).

Zaključek

Računalniška tehnologija se hitro in nenehno razvija, ravno tako pa ima vedno večjo vlogo pri poučevanju in učenju v šolah na vseh ravneh. Uporabnost programov DG pri pouku geometrije se kaže v tem, da se tradicionalne konstrukcije z ravnalom in s šestilom izvedejo z računalnikom, s katerimi lahko interaktivno manipuliramo, kar omogoča vizualizacijo geometrijskih konceptov in raziskovanje odnosov med njimi ter učenje geometrije na najvišjih stopnjah in prihrani čas, ki bi ga morali vložiti v dejansko izkušnjo iz resničnega življenja. Zaradi spremenjenih pogledov na sodoben in učinkovit pouk velja, da morajo biti učenci vključeni v smiselne izkušnje in preiti s pasivnega prenosa informacij na aktivno učenje. S pomočjo DG lahko učitelj, namesto da zgolj posreduje znanje, ustvarja situacije, kjer učenci z izkušnjo konstruirajo lastno znanje. Poleg tega DG olajša komunikacijo in učenje o abstraktnih geometrijskih konceptih. Vse navedene prednosti uporabe DG pri pouku geometrije pa morajo spoznati in prepoznati ravno učitelji, saj je uspešna raba tehnologije, in s tem tudi DG, odvisna predvsem od njih.

Na podlagi rezultatov, ki smo jih pridobili z anketnim vprašalnikom, v katerem je sodelovalo 117 učiteljev 2. in 3. vzgojno-izobraževalnega obdobja, ugotavljamo, da dobra tretjina respondentov ne uporablja dinamičnih programov pri pouku geometrije ter da je raba le-teh odvisna od izobrazbe učiteljev in od stopnje, na kateri učitelji poučujejo. Izkazalo se je namreč, da profesorji matematike, ki matematiko poučujejo pretežno na predmetni stopnji, DG vključujejo v pouk in so tovrstne programe spoznali že v času študija. Večina profesorjev razrednega pouka DG ne vključuje v pouk geometrije, nihče med njimi pa ni bil niti deležen rokovanja z DG v času študija. Zdi se, da se pri vključevanju tehnologije v izobraževanju soočamo z ovirami, ki so posledica predvsem znanja, spretnosti in izkušenj učiteljev. Za učinkovitejšo rabo tehnologije morajo učitelji razumeti, kako, kaj in zakaj poučevati s pomočjo le-te. Vključevanje DG na vseh ravneh izobraževanja in ne le na osnovnošolski stopnji poučevanja matematike se zdi smiselno. Učenje o programih DG

bi bilo smotrno vključiti v učne načrte vseh študijskih programov, ki izobražujejo bodoče učitelje tistih smeri, ki se na kakršen koli način navezujejo na razvijanje prostorskih predstav pri učencu.

Ugotovili smo, da imajo učitelji, ne glede na to, ali DG vključujejo v pouk ali ne, pozitiven odnos do dinamičnih programov in uporabe teh orodij. Vendar tisti, ki pri učenju in poučevanju ne uporabljajo DG, vključevanju teh programov v pouk ne namenjajo veliko pozornosti. Njihov pristop k pouku geometrije je še vedno tradicionalen, saj se jim zdi pomembnejše, da učenci konstrukcije oblikujejo s pomočjo ravnila in šestila na papirju. Smiselno bi bilo razmisliti, kako učitelje načrtno poučiti o dinamičnih programih in njihovi rabi pri pouku, da bodo pri vključevanju DG v poučevanje geometrije kompetentnejši in samozavestnejši. Poglobljeno bi bilo treba preučiti literaturo in izvesti dodatne raziskave, ki nam bodo omogočile najti načine, kako spremeniti odnos učiteljev, zlasti izkušenejših učiteljev, do sodobne tehnologije ter kako jih spodbuditi, da bodo tehnologijo implementirali v pouk matematike. Na tak način bosta uporaba kvalitetnih inovativnih pristopov in vključevanje tehnologije v pouk učinkovitejša.

Omejitve raziskave

Uporabljeni e-vprašalnik je bil zastavljen tako, da so udeleženci ocenjevali dane postavke, ki so se razlikovale glede na to, ali respondenti DG vključujejo v pouk ali ne. Zato stališč učiteljev, ki DG uporabljajo pri pouku, in tistih, ki je ne, med seboj ne moremo primerjati. S tako oblikovanim e-vprašalnikom smo poskušali ugotoviti predvsem razloge, zakaj učitelji uporabljajo oz. ne uporabljajo DG.

Vzorec učiteljev, ki so bili zajeti v raziskavo, je glede na celotno populacijo osnovnošolskih učiteljev, ki poučujejo matematiko, relativno majhen. S tega vidika izpostavljamo, da se rezultati empiričnega dela raziskave nanašajo na zajeti vzorec v raziskavi z nekaterimi dopustnimi posplošitvami. Izsledki raziskave in navedene omejitve nakazujejo smernice za nadaljnje delo.

Literatura

- Anderson, G. R. 1957. »Visual-Tactual Devices and Their Efficacy: An Experiment in Grade Eight.« *Aritmetic Teacher* 4 (5): 196–203.
- Atkins, N. E., in E. S. Vasu. 2000. »Measuring Knowledge of Technology Usage and Stages of Concern about Computing: A Study of Middle School Teachers.« *Journal of Technology and Teacher Education* 8 (4): 279–302.
- Battista, M. T. 2007. »The Development of Geometric and Spatial Thinking.« V *Second Handbook of Research on Mathematics and Learning*, uredil F. K. Lester, Jr., 843–908. Charlotte, NC: Information Age.

- Ben-Chaim, D., G. Lappan in R. T. Houang. 1988. »The Effect of Instruction on Spatial Visualization Skills of Middle School Boys and Girls.« *American Educational Research Journal* 25 (1): 51–71.
- Bishop, A. J. 1980. »Spatial Abilities and Mathematics Education: A Review.« *Educational Studies in Mathematics* 11 (3): 257–269.
- Blažič, M., M. Ivanuš Grmek, M. Kramar in F. Strmčnik. 2003. *Didaktika*. Novo mesto: Visokošolsko središče, Inštitut za raziskovalno in razvojno delo.
- Brečko, B. N. 2016. »Spremenjene pedagoške prakse z IKT.« *Andragoška spoznanja* 22 (4): 43–56.
- Bullock, D. 2004. »Moving from Theory to Practice: An Examination of the Factors that Preservice Teachers Encounter as They Attempt to Gain Experience Teaching with Technology During Field Placement Experiences.« *Journal of Technology and Teacher Education* 12 (2): 211–237.
- Cencič, M., B. Čagran in M. Ivanuš-Grmek. 2009. *Kako poteka pedagoško raziskovanje: primer kvantitativne empirične neeksperimentalne raziskave*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Clements, D. H., in M. Battista. 1992. »Geometry and Spacial Reasoning.« V *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, uredil D. Grouws, 420–464. New York: Macmillan.
- Clements, D. H., in J. S. Meredith. 1993. »Research on Logo: Effects and Efficacy.« *Journal of Computing in Childhood Education* 4:263–290.
- Clements, D. H., J. Sarama, N. J. Yelland in B. Glass. 2008. »Learning and Teaching Geometry with Computers in the Elementary and Middle School.« V *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics*, uredila M. K. Heid in G. W. Blume, 109–154. Charlotte, NC: Information Age.
- Crompton, H., M. R. Grant in K. Y. H. Shraim. 2018. »Technologies to Enhance and Extend Children's Understanding of Geometry: A Configurative Thematic Synthesis of the Literature.« *Journal of Educational Technology and Society* 21 (1): 59–69.
- Čagran, B. 2004. *Univariatna in multivariatna analiza podatkov: zbirka primerov uporabe statističnih metod s SPSS*. Maribor: Pedagoška fakulteta.
- Demirci, A. 2009. »How Do Teachers Approach New Technologies: Geography Teachers' Attitudes towards Geographic Information Systems (GIS).« *European Journal of Educational Studies* 1 (1): 43–53.
- Dixon, J. K. 1997. »Computer Use and Visualization in Students' Construction of Reflection and Rotation Concepts.« *School Science and Mathematics* 97 (7): 352–358.
- Driel, J. H. van, D. Beijaard in N. Verloop. 2001. »Professional Development and Reform in Science Education: The Role of Teachers' Practical Knowledge.« *Journal of Research in Science Teaching* 38 (2): 137–158.
- Eilks, I., I. Parchmann, C. Gräsel in B. Ralle. 2004. »Changing Teachers' Attitudes and Professional Skills by Involving Teachers into Projects of Curriculum

- Innovation in Germany.« *V Quality in Practice-Oriented Research in Science Education*, uredila B. Ralle in I. Eilks, 29–40. Aachen: Shaker.
- Ferligoj, A., K. Leskošek in T. Kogovšek. 1995. *Zanesljivost in veljavnost merjenja*. Ljubljana: Fakulteta za družbene vede.
- Field, A. 2005. *Discovering Statistics Using SPSS*. London: Sage.
- Fullan, M. 2007. *The New Meaning of Educational Change*. 4. izd. London: Routledge.
- Fuys, D., D. Geddes in R. Tischler. 1988. *Journal for Research in Mathematics Education: The Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents*. 3. izd. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gardner, H. 1995. *Razsežnosti uma: teorija o več inteligencah*. Prevedla I. Kovačič. Ljubljana: Tangram.
- Glass, B. 2001. »Students' Reification of Geometric Transformations in the Presence of Multiple Dynamically Linked Representations.« Doktorska disertacija, Univerity of Iowa.
- Glenberg, A. M., T. Gutierrez, J. R. Levin, S. Japuntich in M. P. Kaschak. 2004. »Activity and Imagined Activity Can Enhance Young Children's Reading Comprehension.« *Journal of Educational Psychology* 96 (3): 424–436.
- Hall, G. E., in S. Hord. 2010. *Implementing Change: Patterns, Principles, and Potholes*. Boston, MA: Pearson.
- Hannafin, R. D. 1999. »Can Teacher Attitudes about Learning Be Changed?« *Journal of Computing in Teacher Education* 15 (2): 7–13.
- Hannafin, R. D., J. D. Burruss in C. Little. 2001. »Learning with Dynamic Geometry Programs.« *Journal of Educational Research* 94 (3): 132–144.
- Healy, L., in C. Hoyles. 2001. »Software Tools for Geometrical Problem Solving: Potentials and Pitfalls.« *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 6 (3): 235–256.
- Hoyles, C., in R. Noss. 1994. »Dynamic Geometry Environments: What's the Point?« *The Mathematics Teacher* 87 (9): 716–717.
- Hudovernik, S., M. Cotič in D. Felda. 2015. »Pomembnost ponazoril pri pouku geometrije v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju.« V *Aktivnosti učencev v učnem procesu*, uredil D. Hozjan, 315–327. Koper: Univerzitetna založba Annales.
- Hudovernik, S., M. Cotič in A. Žakelj. 2017. *Učenje in poučevanje geometrije v osnovni šoli*. Koper: Založba Univerze na Primorskem.
- Japelj Pavešić, B., in K. Svetlik. 2013. *Izhodišča raziskave TIMSS 2015: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja TIMSS 2015*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- . 2016. *Znanje matematike in naravoslovja med osmošolci v Sloveniji in po svetu: izsledki raziskave TIMSS 2015*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Johnson, E. S., in A. C. Meade. 1987. »Developmental Patterns of Spatial Ability: An Early Sex Difference.« *Child Development* 58 (3): 725–740.

- Kin, T. M., in O. A. Kareem. 2017. »Measuring Teacher Attitudes Towards Change: An Empirical Validation.« *International Journal of Management in Education* 11 (4): 437–469.
- Kosslyn, S. 1996. *Image and Brain: The Resolution of the Imagery Debate*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.
- Kozina, A., K. Svetlik in B. Japelj Pavešić. 2012. *Izhodišča raziskave TIMSS 2011: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja TIMSS 2011*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Lean, G., in M. A. Clements. 1981. »Spatial Ability, Visual Imagery, and Mathematical Performance.« *Educational Studies in Mathematics* 12 (3): 267–299.
- Linn, M. C., in A. C. Petersen. 1985. »Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis.« *Child Development* 56 (6): 1479–1498.
- Manoucherhri, A. 1999. »Computers and School Mathematics Reform: Implications for Mathematics Teacher Education.« *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 18 (1): 31–48.
- Martin, T., in D. L. Schwartz. 2005. »Physically Distributed Learning: Adapting and Reinterpreting Physical Environments in the Development of Fraction Concepts.« *Cognitive Science* 29 (4): 587–625.
- Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2011. *Učni načrt: program osnovna šola; matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Mullis, I. V. S., M. O. Martin, P. Foy, D. L. Kelly in B. Fishbein. 2020. »Highlights: TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science.« Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston, MA.
<https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>.
- Nickson, M. 2004. *Teaching and Learning Mathematics: A Guide to Recent Research and its Applications*. 2. izd. London: Continuum.
- Olive, J., in J. Lobato. 2008. »The Learning of Rational Number Concepts Using Technology.« V *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Synthesis, Cases, and Perspectives*, uredila M. K. Heid in G. W. Blume, 1–54. Charlotte, NC: Information Age.
- Peršič, M., D. Uršič in D. Veselinovič. 2014. »The Impact of the Implementation of a Learning Organization on the Formation of a Positive Organizational Identity.« *International Journal of Management, Knowledge and Learning* 3 (2): 165–180.
- Pratt, D., in J. Ainley. 1997. »The Construction of Meanings for Geometric Construction: Two Contrasting Cases.« *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 1:293–322.
- Prigge, G. R. 1978. »The Differential Effects of the Use of Manipulative Aids on the Learning of Geometric Concepts by Elementary School Children.« *Journal for Research in Mathematics Education* 9 (5): 361–367.

- Raphael, D., in M. Wahlstrom. 1989. »The Influence of Instructional Aids on Mathematics Achievement.« *Journal for Research in Mathematics Education* 20 (2): 173–190.
- Reimer, K., in P. S. Moyer. 2005. »Third-Grades Learn about Fractions Using Virtual Manipulatives: A Classroom Study.« *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 24 (1): 5–25.
- Roblyer, M. D., in G. A. Knezek. 2003. »New Millennium Research for Educational Technology: A Call for a National Research Agenda.« *Journal of Research on Technology in Education* 36 (1): 60–71.
- Samsudin, K., A. Rafi in A. S. Hanif. 2011. »Training in Mental Rotation and Spatial Visualization and Its Impact on Orthographic Drawing Performance.« *Journal of Educational Technology and Society* 14 (1): 179–186.
- Sharit, J., S. J. Czaja, S. Nair in C. Lee. 2003. »Effects of Age, Speech Rate and Environmental Support in Using Telephone Voice Menu Systems.« *Human Factors* 45 (2): 234–251.
- Sowder, J., in D. Wearne. 2006. »What Do We Know about Eighth-Grade Student Achievement?« *Mathematics Teaching in the Middle School* 11 (6): 285–293.
- Sugar, W., F. Crawley in B. Fine. 2004. »Examining Teachers' Decisions to Adopt New Technology.« *Journal of Educational Technology and Society* 7 (4): 201–213.
- Šterman Ivančič, K. 2013. *Izhodišča merjenja matematične pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Taber, K. S. 2001. »Constructing Chemical Concepts in the Classroom?: Using Research to Inform Practice.« *Chemistry Education Research and Practice* 2 (1): 43–51.
- Teo, T. K. 2008. »Pre-Service Teachers' Attitudes Towards Computer Use: A Singapore Survey.« *Australasian Journal of Educational Technology* 24 (4): 413–424.
- Tobin, K., in G. Dawson. 1992. »Constraints to Curriculum Reform: Teachers and the Myths of Schooling.« *Educational Technology, Research and Development* 40 (1): 81–92.
- Tondeur, J., M. Valcke in J. Van Braak. 2008. »A Multidimensional Approach to Determinants of Computer Use in Primary Education: Teacher and School Characteristics.« *Journal of Computer Assisted Learning* 24 (6): 494–506.
- Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta. B. I. »Razredni pouk.« <https://www.pef.upr.si/sl/izobrazevanje/1-stopnja/razredni-pouk/od-2018-2019/>
- Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko. B. I. »Enoviti magistrski študijski program 2. stopnje Pedagoška matematika.« <https://www.fmf.uni-lj.si/sl/studij-matematike/programi/2pema/2022/>.
- Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta. B. I. »Študij: razredni pouk.« <https://www.pef.uni-lj.si/studij/studijski-programi-prve-stopnje/razredni-pouk/>.
- Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko. 2022. »2st izo-

- Mat enopredmetna: predmetnik s kreditnim ovrednotenjem študijskih obveznosti 2022–2023.« <https://www.fnm.um.si/index.php/2022/03/07/2st-izomat-enopredmetna-predmetnik-s-kreditnim-ovrednotenjem-studijskih-obveznosti-2022-2023/>.
- Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta. B. I. »1. stopnja: razredni pouk.« <https://pef.um.si/studij/1-stopnja/razredni-pouk-un/>.
- Van de Walle, J. A., K. S. Karp in J. M. Bay-Williams. 2013. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. 8. izd. Boston, MA: Pearson.
- Vincent, J., in B. McCrae. 1999. »Cabry Geometry: A Catalyst for Growth in Geometric Understanding.« V *Proceeding of 22nd Conference of Mathematics Education Research Group of Australia*, uredila J. M. Truran in K. M. Truran, 507–514. Gold Coast: Mathematics Education Research Group of Australia.
- Yelland, N. J. 2003. »Making Connections with Powerful Ideas in the Measurement of Length.« V *Learning and Teaching Measurement*, uredil D. H. Clements, 31–45. Reston, VA: Nacional Council of Teachers of Mathematics.
- Yildirim, S., in E. Kiraz. 1999. »Obstacles to Integration of On-Line Communication Tools Into Preservice Teacher Education.« *Journal of Computing in Teacher Education* 15 (3): 23–28.
- Zavod Republike Slovenije za Šolstvo. 2022. *Izhodišča za prenovo učnih načrtov v osnovni šoli in gimnaziji*. Uredili J. Rojc in B. Silvar. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Zbiek, R. M., M. K. Heid, G. W. Blume in T. P. Dick. 2007. »Research on Technology in Mathematics Education: A Perspective of Constructs.« V *Second Handbook of Research on Mathematics in Teaching and Learning*, uredil F. K. Lester, Jr. 1169–1208. Reston, VA: Information Age.

Visualization of Geometric Concepts Then and Now: Teachers' Views on the Use of Dynamic Geometry in Mathematics Education

Spatial ability begins to develop shortly after birth. Some professions, such as photographers, graphic designers, architects, artists, cartographers, construction engineers, surgeons, physicists and others, require well-developed spatial abilities to execute their tasks. In the past, we used to develop spatial abilities by observing and manipulating concrete objects, drawings, sketches, and other constructions made with a pair of compasses, which was in most cases very time-consuming. Modern technology enables the use of dynamic software, which provides interactive manipulation of objects and is much more efficient than what was available with physical manipulations. Considering that the use of technology in education depends on the teachers and that Slovenian teachers use it to a lesser extent in lessons as compared to other countries, the purpose of the research presented in the paper was to find out what

are the attitudes of primary school teachers in the second and third cycle regarding the use of dynamic software in geometry lessons. Based on the results obtained with the survey questionnaire, in which 117 teachers participated, we note that a good third of the respondents do not use dynamic software in geometry lessons and that its use depends on the education of the teachers and on the level at which the teachers teach. The majority of teachers using dynamic geometry in mathematics lessons understand the benefits of its use and have a positive attitude towards the software. Respondents who have never used dynamic geometry in teaching have an equally positive attitude towards technology and its use in their lessons. Despite this, they still take a traditional approach to mathematics lessons.

Keywords: mathematics, geometry, visualisation, dynamic geometry