

Uporaba geometrijskega orodja v učbenikih nekoč in danes

Jerneja Bone

Ministrstvo za vzgojo in izobraževanje

jerneja.bone@gov.si

Daniel Doz

Univerza na Primorskem

daniel.doz@pef.upr.si

V prispevku predstavimo zgodovinski pregled uporabe geometrijskega orodja v slovenskih osnovnošolskih učbenikih za matematiko v zadnjih sto letih pri izbranih vsebinah iz geometrije. Posebej se osredotočamo na načrtovanje vzporednic in pravokotnic ter na merjenje velikosti kotov. Ugotavljamo, da se je do sredine 90. let uporabljalo trikotnik in ravnilo ter kotomer, sledilo je krajše obdobje, v katerem se je tem orodjem pridružil še geotrikotnik. Zadnjih štirideset let se pri pouku uporablja le geotrikotnik – geometrijsko orodje, ki je združilo ravnilo, trikotnik in kotomer. V zaključku predstavimo nekaj razmislekov o uporabi geometrijskega orodja ob prihajajoči prenovi učnih načrtov v slovenskem šolskem prostoru.

Ključne besede: geometrija, pouk matematike, geometrijsko orodje, geotrikotnik

Uvod

Poučevanje geometrije temelji na evklidski geometriji, ki je utemeljena na aksiomih oz. postulatih, to je izjavah, ki jih ne dokazujemo (Klančar, Cotič in Žakelj 2019). Aksiome je Evklid predstavil v svojem delu *Elementi* (gr. *Stoicheion*) že leta 300 pr. n št. (Baltus 2020). V tem delu je predstavil pet postulatov (Euclid 2008):

1. Mogoče je potegniti premico od ene točke do druge.
2. Daljico lahko nadaljujemo do neskončne premice.
3. Mogoče je načrtati krog s središčem v dani točki in polmerom, enakim dani daljici.
4. Pravi koti so med seboj enaki (skladni).
5. Če premica seka dve premici tako, da merita notranja kota na isti strani manj kot dva prava kota (tj. iztegnjeni kot), se premici sekata na isti strani kot kota.

Evklidovi postulati temeljijo na uporabi dveh osnovnih geometrijskih oro-

dij: ravnila in šestila. Prva dva postulata opisujeta uporabo ravnila, tretji pa uporabo šestila. Četrty in peti postulat se osredotočata na kote. S pomočjo teh dveh pripomočkov – ravnila in šestila – je mogoče opraviti večino konstrukcij. Konstrukcijo razumemo kot načrtovanje z ravnilom in s šestilom oz. z enim trikotnikom in s šestilom.

V geometriji poznamo osnovne konstrukcije, elementarne konstrukcije in zahtevnejše konstrukcije, ki so sestavljene iz zaporedja končnega števila elementarnih konstrukcij (Klančar, Cotič in Žakelj 2019). Osnovne konstrukcije so: risanje daljic, podaljšanje obstoječih daljic v premice in risanje krožnice z danim središčem ter dano dolžino polmera, kar sledi iz prvih treh postulatov. K elementarnim konstrukcijam uvrščamo simetralo daljice, simetralo kota, načrtovanje vzporednic in pravokotnic, načrtovanje skladnega kota danemu kotu in skladne daljice dani daljici, načrtovanje komplementarnega in suplementarnega kota danemu kotu, konstrukcije trikotnikov s podanimi dolžinami stranic in velikostmi kotov.

Pri evklidskih konstrukcijah je raba geometrijskega orodja omejena na uporabo ravne deščice in šestila, kar omogoča risanje osnovnih konstrukcij. Pri pouku geometrije se uporablja ravnilo, trikotnik in šestilo, v zadnjem obdobju pa se v slovenskih šolah uporabljata šestilo in geotrikotnik, ki učencem omogočata enostavno načrtovanje vzporednic in pravokotnic kot tudi risanje ter merjenje kotov (Klančar, Cotič in Žakelj 2019).

Načrtovanje oz. konstruiranje osnovnih geometrijskih pojmov je osnova pri razumevanju zahtevnejših pojmov in konceptov v geometriji (prim. Chinappan, Ekanayake in Brown (2012)). Razumevanje pojmov pravokotnost in vzporednost ter načrtovanje vzporednic in pravokotnic je osnovno geometrijsko znanje, ki je ključno za nadaljnje razumevanje in načrtovanje oz. konstruiranje zahtevnejših geometrijskih objektov, kot je načrtovanje trikotnikov in štirikotnikov (Huan idr. 2022). Čeprav sta pojma vzporednost in pravokotnost ključnega pomena za razvoj nadaljnjega znanja geometrije, so različne raziskave (Huan idr. 2022; Retnawati idr. 2017; Ulusoy 2016) pokazale, da imajo učenci težave pri razumevanju lastnosti vzporednic in pravokotnic. Npr., nekateri učenci zamešajo pojma vzporednost in pravokotnost (Ulusoy 2016) in imajo težave pri načrtanju pravokotnic (Huan idr. 2022).

Za merjenje velikosti kotov so učenci v šolah in obrtniki tistega časa (pomorščaki, zemljemerji) uporabljali različne oblike kotomerov, ki so se v zgodovinskih obdobjih spreminjali (Shell-Gellasch in Jardine 2005; Vollrath 1999). Za pouk geometrije se je uveljavil običajni polkrožni kotomer, zasledimo pa tudi okrogle kotomere, ki so primerni za merjenje in risanje kotov, večjih od 180° (npr. Penther (1732), Japelj Pavešić in Keržič (2012)).

Ravnalo, trikotnik, kotomer in šestilo so osnovno geometrijsko orodje, ki ga uporabljamo pri pouku matematike. Trikotnik ima en kot, ki je velik 90° . Tako poznamo trikotnik 45° , 45° , 90° in trikotnik 30° , 60° in 90° . Če oba trikotnika združimo s postavitvijo skupaj po hipotenuzi, dobimo kota 15° in 75° .

V uporabi je tudi geotrikotnik, to je geometrijsko orodje, ki združuje trikotnik (45° , 45° , 90°) in kotomer v enem samem orodju (Vollrath 1999). Geotrikotnik je krajša oblika imena za geometrijski trikotnik. Razvil ga je nemško-avstrijski proizvajalec Dennert & Pape Aristo-Werke, zdaj Geotec Schul und Bürowaren GmbH, leta 1964 (Praxmarer 2019). V angleško govorečih državah se imenuje *protractor triangle* ali *geotriangle*.

Geometrijsko orodje v učnem načrtu matematike za osnovno šolo

V učnem načrtu za matematiko v osnovni šoli (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011) je med cilji, ki se navezujejo na temo geometrija in merjenje v 1. vzgojno-izobraževalnem obdobju, zapisan cilj, da učenci »uporabljajo osnovno geometrijsko orodje« (str. 9). Ta cilj se ponovi tudi v 2. vzgojno-izobraževalnem obdobju, a je izpuščena beseda »osnovno«. V 3. vzgojno-izobraževalnem obdobju se ta cilj nadgradi z dvema naslednjima, in sicer da učenci »razvijajo uporabo geometrijskega orodja pri načrtovalnih geometrijskih nalogah« in »razvijajo strategije geometrijskih konstrukcij z uporabo geometrijskega orodja« (str. 43).

Pri sklopu Geometrijske oblike in uporaba geometrijskega orodja je v 1. razredu osnovne šole zapisan specifični cilj, da učenci »uporabljajo geometrijsko orodje (šablono) pri risanju ravnih črt in likov« (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011, 10). Ta cilj se ponovi pri 2. razredu, le da je beseda »ravnih« izpuščena. Pri 5. razredu je zapisan cilj, da učenci »uporabijo geometrijsko orodje (geotrikotnik) pri risanju vzporednic in pravokotnic« (str. 23). V 6. razredu je zapisan cilj, da »ocenijo, narišejo in izmerijo kot do stopinje natančno (geotrikotnik, kotomer)« (str. 26).

Med standardi 1. vzgojno-izobraževalnega obdobja je zapisan standard znanja »uporablja geometrijsko orodje« (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011, 64), med standardi 2. vzgojno-izobraževalnega obdobja je zapisano, da »pravilno uporablja geometrijsko orodje in merilne instrumente« (str. 66), v 3. vzgojno-izobraževalnem obdobju »uporablja geometrijsko orodje pri načrtovanju geometrijskih konstrukcij« (str. 68). Minimalni standard v 4. razredu je, da »riše z geometrijskim orodjem«, v 5. razredu »pozna in riše geometrijske elemente z geometrijskim orodjem«, v 6. razredu »uporablja merilne instrumente« (str. 67).

V didaktičnih priporočilih za 2. vzgojno-izobraževalno obdobje je pri temi

Geometrija in merjenje zapisano, da »pri načrtovalnih nalogah učenci pridobivajo spretnosti pri uporabi geometrijskega orodja. Uporabljajo geometrijsko orodje: ravnilo s šablono, geotrikotnik, šestilo in dogovorjeno matematično simboliko za označevanje točk, daljic, krajišč, poltrakov, premic, kotov idr. V 4. razredu naj učenci pri risanju pravokotnika in kvadrata uporabljajo šablono, pri risanju kroga in krožnice pa najprej vrvico in priročne toge predmete, šele za tem tudi šestilo. Skladne daljice najprej lahko rišejo s pomočjo prozornega papirja ali mreže, kasneje uporabljajo šestilo oziroma geometrijsko orodje« (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011, 27).

Kaj je bilo zapisano v predhodnih učnih načrtih? V *Obveznem predmetniku in učnem načrtu osnovne šole* (Zavod Socialistične republike Slovenije za šolstvo 1983) sta v takratnem 4. razredu omenjena geotrikotnik in šestilo, hkrati pa je kot pojasnilo zapisano, da naj učitelji z vajami dosežejo, da bodo učenci znali spretnije uporabljati geometrijsko orodje.

V učnem načrtu za matematiko iz leta 2006 (Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo) je med specialnodidaktičnimi priporočili in dejavnostmi pri 4. razredu zapisano, da uporabljamo geometrijsko orodje, in eksplicitno navedeno, da sta to ravnilo s šablono in geotrikotnik. Prav tako je geotrikotnik omenjen kot pripomoček, ki ga uporabljamo pri merjenju in risanju kotov. V didaktičnih priporočilih za 3. vzgojno-izobraževalno obdobje zasledimo zapis, da je treba večji poudarek nameniti tudi uporabi geometrijskega orodja. V učnem načrtu iz leta 2006 (Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo) je natančneje opredeljeno, kaj obsega standardno geometrijsko orodje, in sicer je to ravnilo s šablono, v 2. in 3. triletju pa še geotrikotnik in šestilo. Priporočeno je tudi, da bi bil v vsaki matematični učilnici komplet primernih orodij za učence.

Učni načrti v zadnjih štiridesetih letih kot geometrijsko orodje omenjajo geotrikotnik in šestilo, v nižjih razredih pa tudi šablono. Učitelje usmerjajo, da naj posebno pozornost namenjajo spretni uporabi geometrijskega orodja.

Opredelitev problema in raziskovalna vprašanja

Učni načrt za matematiko v osnovni šoli (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011) omenja uporabo geometrijskega orodja ter da je temu treba nameniti večji poudarek. V didaktičnih priporočilih učnega načrta nismo našli pojasnila, katero geometrijsko orodje je mišljeno oz. katero je osnovno geometrijsko orodje. V osnovnih šolah se uporabljata večinoma le šestilo in geotrikotnik. Geotrikotnik je pravzaprav eno geometrijsko orodje, v katerem so združeni ravnilo, trikotnik in kotomer.

Učenci v osnovni šoli za načrtovanje pravokotnic in vzporednic, merjenje in načrtovanje kotov ter načrtovanje zahtevnejših geometrijskih konstrukcij uporabljajo geotrikotnik in šestilo. S tem se odpira vprašanje, zakaj in kdaj je zamrla uporaba ravnila in trikotnika ter običajnega kotomera – treh različnih geometrijskih orodij – in sta se začela uporabljati le geotrikotnik in šestilo. Z uporabo geotrikotnika smo se oddaljili od evklidske geometrije in začeli poenostavljati elementarne geometrijske konstrukcije ter tudi zelo poenostavili načrtovanje. Na vsa vprašanja, ki se nam zastavljajo v tem prispevku, ne bomo odgovorili. Osredotočili se bomo na načrtovanje vzporednic in pravokotnic ter na merjenje kotov. Zastavili smo si naslednji raziskovalni vprašanji:

1. S katerim geometrijskim orodjem so učenci v preteklosti načrtovali vzporednice in pravokotnice ter kako so jih načrtovali? Kako in s čim jih načrtujemo danes?
2. Kako so v preteklosti merili velikost kotov? Kako merijo velikost kotov danes?

Metodologija

Z neempirično kvalitativno raziskavo smo analizirali podatke iz pisnih in ustnih virov ter raziskali zgodovinski pregled uporabe geometrijskega orodja pri izbranih geometrijskih vsebinah.

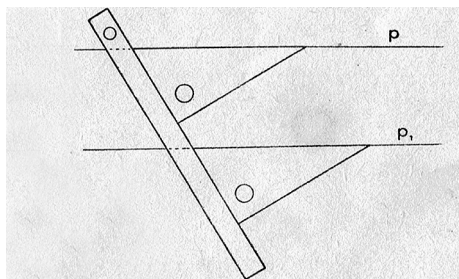
Zbiranje podatkov

Pri raziskovanju smo se omejili in pregledali 20 slovenskih osnovnošolskih učbenikov, izdanih med letoma 1947 in 2020, ki smo jih pridobili v zasebnih knjižnicah in v knjižnicah različnih institucij. Pregledali smo vsebine, ki so opisovale načrtovanje in risanje pravokotnic ter vzporednic in merjenje velikosti kotov ter načrtovanje kotov.

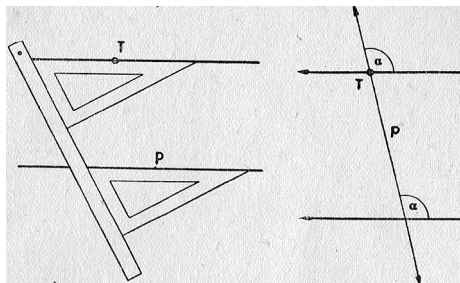
Uporabili smo tudi ustne vire, ki smo jih pridobili z intervjuji s štirimi učiteljicami, ki imajo 40 let delovne dobe ali več oz. so že zaključile s poučevanjem. V intervjuju smo jim zastavili vprašanje »Kako so v svoji poučevalni praksi od začetka do sedaj poučevale načrtovanje vzporednic in pravokotnic ter merjenje velikosti kotov, predvsem z vidika uporabe geometrijskega orodja? Kaj na podlagi svojih izkušenj ugotavljajo?« Intervjuji so potekali preko telefonskega pogovora.

Kronološki pregled učbenikov

V nadaljevanju podajamo kronološki pregled učbenikov za tri izbrane geometrijske vsebine.



Slika 1 Primer risanja vzporednih premic (Branc 1947): trikotnik vzporedno premikamo s pomočjo ravnila



Slika 2 Načrtovanje vzporednic s pomočjo skladnih kotov (koti ob vzporednih krakih) (Branc 1947)

Načrtovanje vzporednic

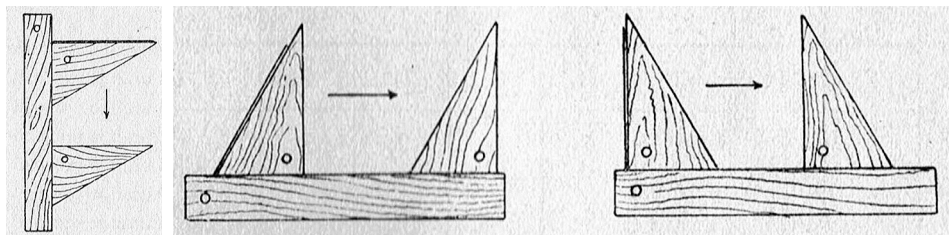
V slovenskem učbeniku *Geometrija za nižje razrede srednjih šol*, izdanem po 2. svetovni vojni, leta 1947 (Branc), so za načrtovanje vzporednic uporabili ravnilo in trikotnik (slika 1). Pojasnjeno je, da »trikotnik drsi z enim robom ob ravnilu, druga stranica nam da vzporednice (str. 9)«. Premikanje je poimenovano kot vzporedno ali translatorsno premikanje ali translacija.

V učbeniku, izdanem po 2. svetovni vojni (Branc 1947), je ob razlagi komplementarnih, suplementarnih, sokotov in sovršnih kotov razloženo, kako skozi točko T načrtamo vzporednico premici p . Predstavljeni sta dve rešitvi. Prva možnost je ta, da trikotnik položimo s hipotenuzo ob premico p , obenj pa položimo ravnilo. Trikotnik premaknemo tako, da gre njegova hipotenuza skozi točko T , in nato ob hipotenuzi načrtamo vzporednico skozi točko T . Druga možnost je, da skozi točko T načrtamo premico p_1 , ki seka premico p . Nato pa ob točki T in premici p načrtamo tako velik kot α , kakor leži ob točki T (slika 2).

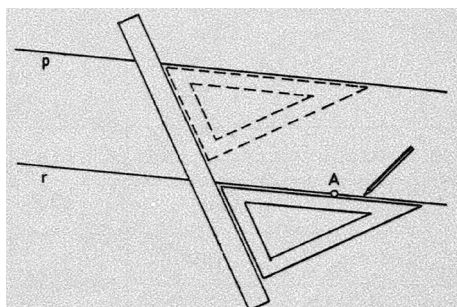
Tudi v učbeniku *Računica za 4. razred* (Završnik in Žabkar 1959) je načrtovanje vzporednic razloženo podobno (slika 3). V učbeniku avtorja pojasnita (str. 41), da »rob trikotnika naravnamo na dano premico in da na drugi rob trikotnika prislonimo ravnilo, ob katerem bomo trikotnik premikali. Pri premikanju ostane prvotni rob trikotnika vzporeden dani premici. Ob tem robu narisane premice so med seboj vzporedne.«

V učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole*, Zv. 1 (Galič idr. 1975), ki je bil potrjen leta 1975 in v uporabi tudi še v šolskem letu 1982/1983, je načrtovanje vzporednic predstavljeno z ravnilom in s trikotnikom (90° , 30° , 60°). Ob sliki (slika 4) v učbeniku ni natančnejšega opisa, kako izvedemo načrtovanje.

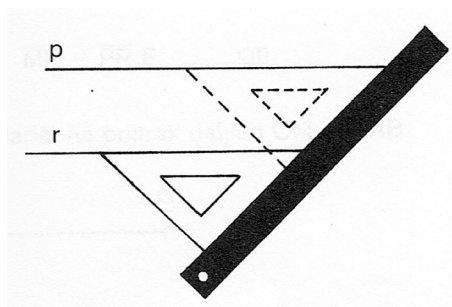
Tudi v učbeniku za 4. razred *Matematika za 4. razred osnovne šole* (Uršič in



Slika 3 Načrtovanje vzporednic z ravnilom in s trikotnikom (Završnik in Žabkar 1959)



Slika 4 Načrtovanje vzporednic v učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole* (Galič idr. 1981, potrjen 1976)



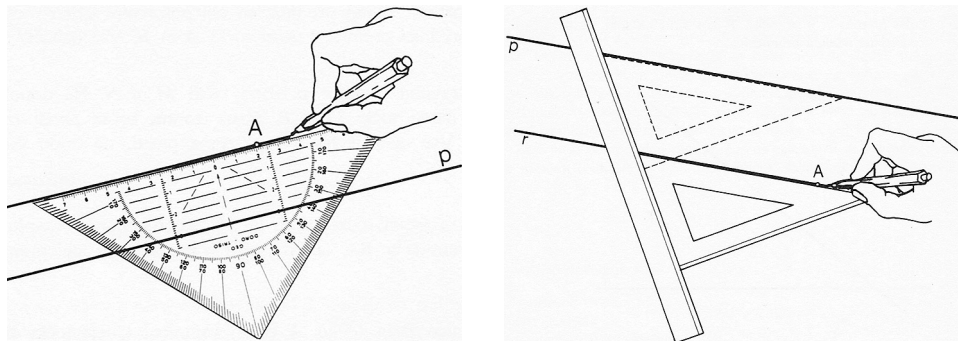
Slika 5 Načrtovanje vzporednic v učbeniku *Matematika za 4. razred osnovne šole* (Uršič in Vogrinc 1980)

Vogrinc 1980) je načrtovanje vzporednic predstavljeno z ravnilom in s trikotnikom (slika 5). Opaziti je, da je tu uporabljen trikotnik 45° , 45° , 90° . Zapisano je (str. 53), »da najprej narišemo premico p , postavimo trikotnik in ravnilo tako, kot je na sliki: pomaknemo trikotnik vzdolž ravnila in narišemo vzporednico r «.

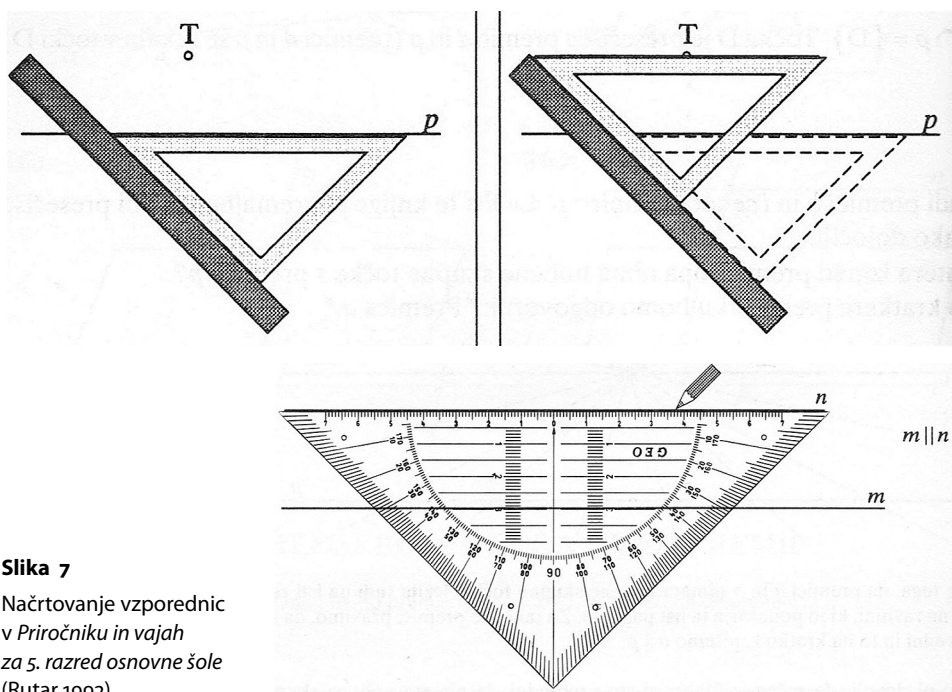
V učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole* (Galič idr. 1985), ki je bil potrjen leta 1984, opazimo, da je načrtovanje vzporednic razloženo in prikazano na dva načina, z uporabo ravnila in trikotnika ter z geotrikotnikom (slika 6). Ni natančnejšega opisa, kako to naredimo.

Predstavitve načrtovanja vzporednic na oba načina (slika 7) opazimo v *Priročniku in vajah iz matematike za 5. razred osnovne šole* (Rutar 1992) ter v učbenikih za 6. razred osnovne šole *Skrivnosti števil in oblik* (Berk, Draksler in Robič 2006) in *Matematika za radovedneže* (Frešer, Senekovič in Gazvoda 2009). V nobenem od teh učbenikov ne zasledimo opisa poteka načrtovanja, le različne fotografije oz. risbe.

V učbeniku *Presečišče 5* (Maroska idr. 1994), ki je bil prevod nemškega učbe-



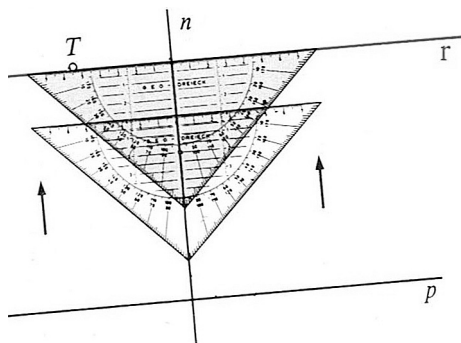
Slika 6 Načrtovanje vzporednic v učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole* (Galič idr. 1985, potrjen 1984)



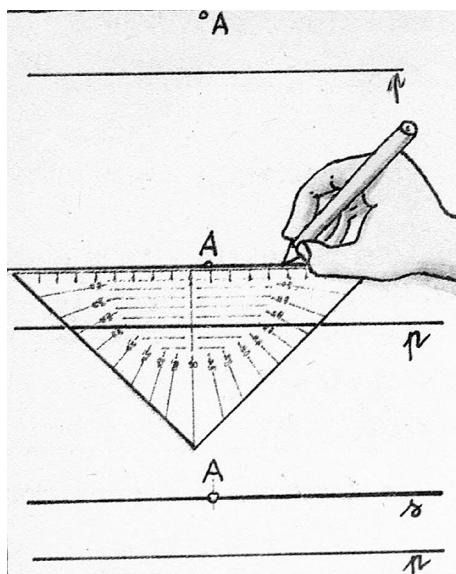
Slika 7
Načrtovanje vzporednic
v *Priročniku in vajah*
za 5. razred osnovne šole
(Rutar 1992)

nika iz leta 1992/1993, je uporabljen geotrikotnik za načrtovanje vzporednic (slika 8).

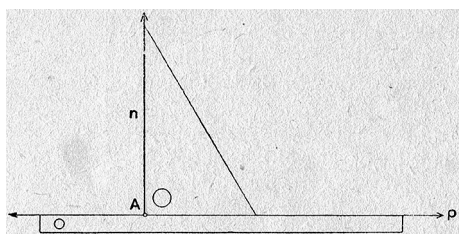
V učbenikih za matematiko za 4. razred (Hafner, Mulec in Uran 1989; 1998; Uran, Bitenc in Mutić 2011, potrjen 2005; Centa idr. 2009; Kokol-Voljč in Dover Emeršič 2008) je za načrtovanje vzporednic uporabljen le geotrikotnik, razli-



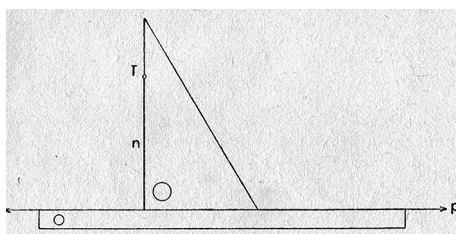
Slika 8 Načrtovanje vzporednic v učbeniku *Presečišče 5* (Maroska idr. 1994)



Slika 9 Risanje vzporednic (Hafner, Mulec in Uran 1989; 1998)



Slika 10 Načrtovanje pravokotnic v učbeniku *Geometrija za nižje razrede srednjih šol* (Branc 1947)

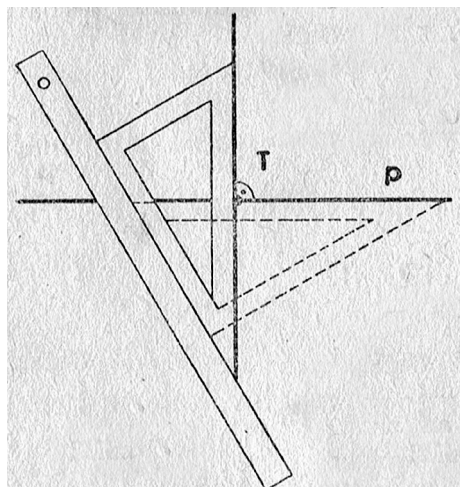


kujejo pa se v načinu in nazornosti predstavitve načrtovanja oz. v fotografijah poteka načrtovanja (slika 9).

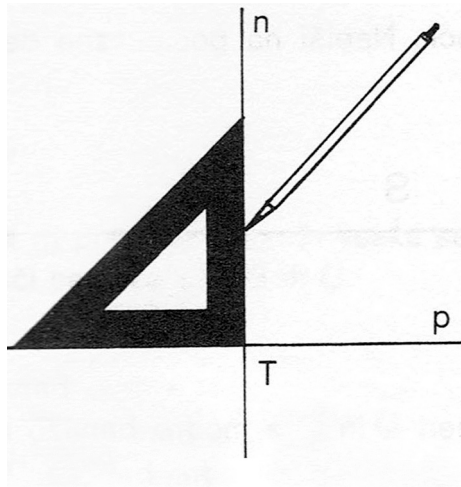
Načrtovanje pravokotnic

V slovenskem učbeniku *Geometrija za nižje razrede srednjih šol* (Branc 1947) je pojasnjeno, da za načrtovanje pravokotnic potrebujemo ravnilo in trikotnik, ki ima en pravi kot. V učbeniku je prikazano, kako načrtamo pravokotnico n na premico p skozi izbrano točko A , ki leži na premici p , in kako načrtamo pravokotnico n na premico p skozi točko T , ki ne leži na premici p (slika 10).

Pri načrtovanju pravokotnic je uporabno pravilo (Branc 1947), ki pravi, da sta kota z normalnimi (tj. pravokotnimi) kraki skladna ali pa suplementarna. Če sta oba ostra ali oba topa, sta skladna, sicer sta suplementarna. To pravilo



Slika 11 Načrtovanje pravokotnice s pravilom
(Branc 1947)



Slika 12 Načrtovanje pravokotnic v učbeniku
Matematika za 4. razred osnovne šole
(Uršič in Vogrinc 1980)

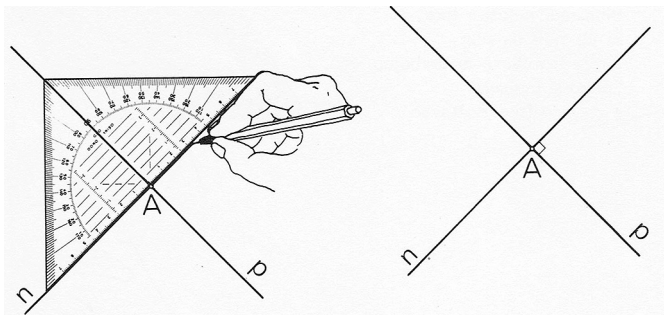
uporabimo pri načrtovanju pravokotnice z ravnilom in s trikotnikom. To naredimo tako, da trikotnik s hipotenuzo položimo ob premico p in naslonimo ravnilo ob kateto. Nato trikotnik zavrtimo za 90° . Hipotenuza je v novi legi pravokotna na premico p . Trikotnik v novi legi ob ravnilu pomaknemo toliko, da gre hipotenuza skozi točko T . Nato načrtamo pravokotnico (slika 11).

V učbeniku *Matematika za 4. razred osnovne šole* (Uršič in Vogrinc 1980) je načrtovanje pravokotnic prikazano s trikotnikom, uporabljen je trikotnik 45° , 45° , 90° (slika 12).

V učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole* (Galič idr. 1985), potrjenem leta 1984, je načrtovanje pravokotnic prikazano le z uporabo geotrikotnika, medtem ko je načrtovanje vzporednic prikazano tako z geotrikotnikom kot z ravnilom in s trikotnikom (slika 13).

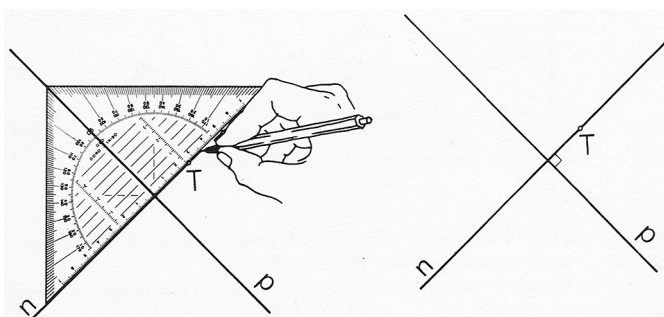
Tako kot pri načrtovanju vzporednic je tudi pri načrtovanju pravokotnic v učbenikih za matematiko za 4. razred (Hafner, Mulec in Uran 1989; 1998; Uran, Bitenc in Mutić 2011, potrjen 2005; Centa idr. 2009; Kokol-Voljč in Dover Emeršič 2008) uporabljen le geotrikotnik, načini predstavitve načrtovanja oz. fotografije poteka načrtovanja so različni (slika 14). Tudi v učbeniku *Presečišče 5* (Maroska idr. 1994), ki je prevod nemškega učbenika iz leta 1992/1993, je za načrtovanje pravokotnic uporabljen le geotrikotnik.

Predstavitev načrtovanja pravokotnic na oba načina (slika 15) opazimo v



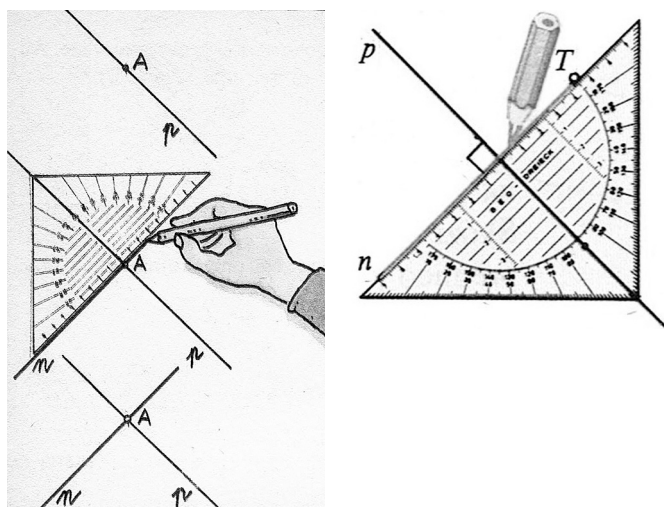
Slika 13

Načrtovanje pravokotnic
v učbeniku *Matematika*
za 5. razred osnovne šole
(Galič idr. 1985)

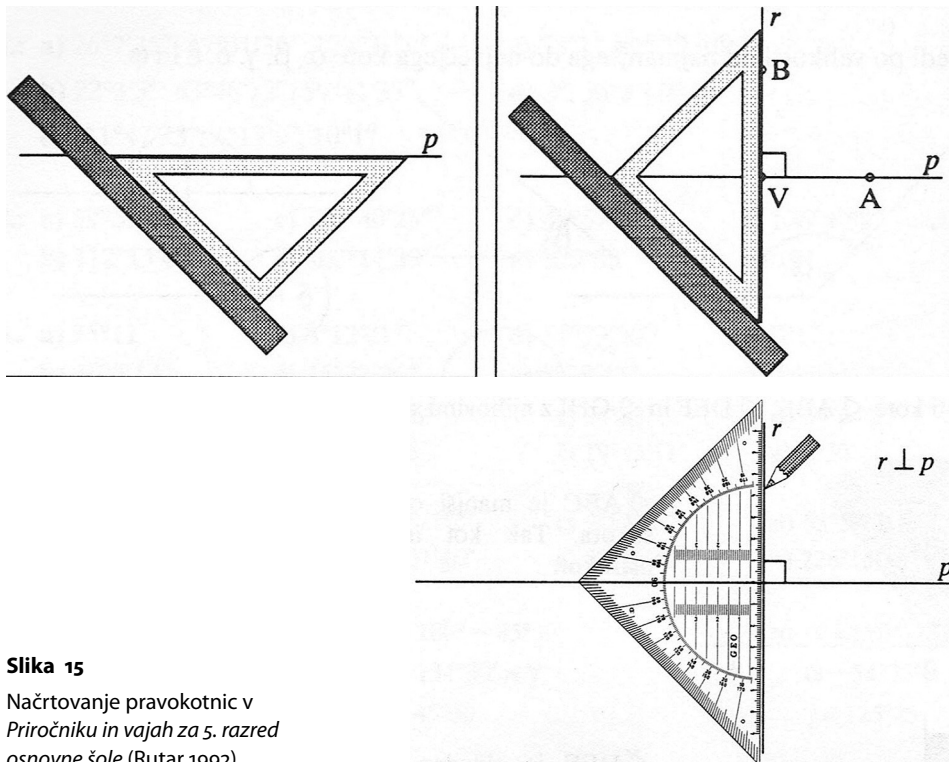


Slika 14

Načrtovanje pravokotnic
v učbeniku *Matematika*
za 4. razred osnovne šole
(Hafner, Mulec in Uran 1989;
1998) in *Presečišče 5*
(Maroska idr. 1994)



Priročniku in vajah iz matematike za 5. razred osnovne šole (Rutar 1992) ter v učbenikih za 6. razred *Skrivnosti števil in oblik* (Berk, Draksler in Robič 2006) in *Matematika za radovedneže* (Frešer, Senekovič in Gazvoda 2009). V nobenem od teh učbenikov ne zasledimo opisa poteka načrtovanja.

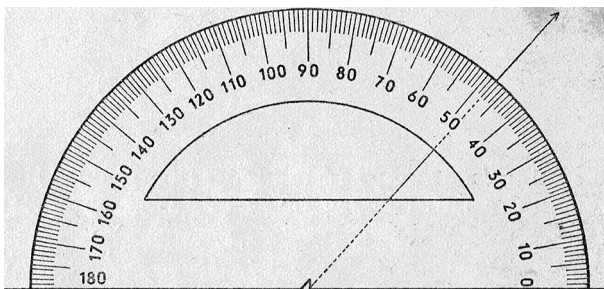


Slika 15

Načrtovanje pravokotnic v
Priročniku in vajah za 5. razred
osnovne šole (Rutar 1992)

Slika 16

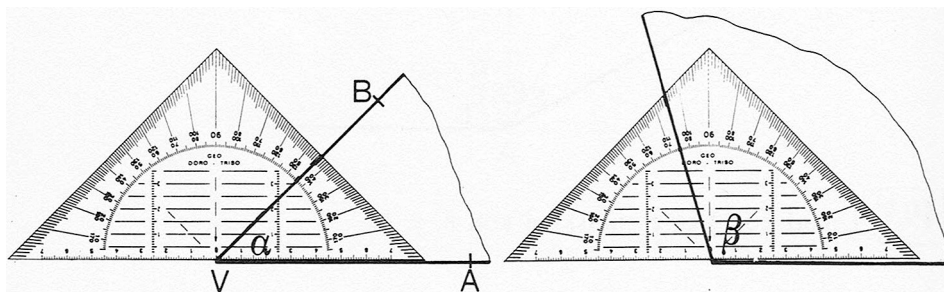
Predstavljen kotomer
v slovenskem učbeniku
(Branc 1947)



Merjenje velikosti kota

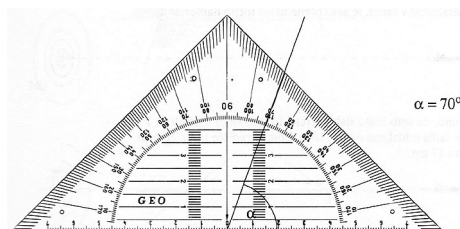
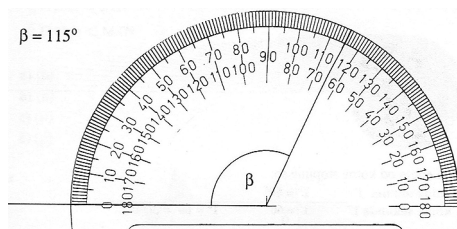
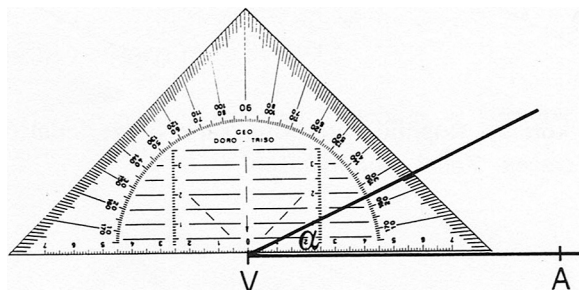
Za merjenje velikosti kotov je v slovenskih učbenikih (Branc 1947; Galič idr. 1981) predstavljena uporaba kotomera. V učbeniku iz leta 1947 je kotomer poimenovan tudi transporter (slika 16).

V učbeniku *Matematika za 5. razred osnovne šole* (Galič idr. 1985), potrjenem leta 1984, je merjenje velikosti kotov prikazano z geotrikotnikom, pri čemer je pojasnjeno, da bomo kotomer uporabljali na geotrikotniku (slika 17).



Slika 17

Merjenje velikosti kotov
v učbeniku *Matematika*
za 5. razred osnovne šole
(Galič idr. 1985)



Slika 18 Merjenje velikosti kotov s kotomerom in z geotrikotnikom (Rutar 1992)

V *Priročniku in vajah iz matematike za 5. razred osnovne šole* (Rutar 1992) je merjenje velikosti kotov prikazano tako s kotomerom kot z geotrikotnikom (slika 18).

V učbenikih *Svet matematičnih čudes 6* (Cotič idr. 2004), *Skrivnosti števil in oblik 6* (Berk, Draksler in Robič 2006) in *Matematika za radovedneže 6* (Frešer, Senekovič in Gazvoda 2009) sta za merjenje velikosti kotov predstavljena tako kotomer kot geotrikotnik. V učbeniku *Matematika za šestošolc(k)e* (Japelj Pavešić in Keržič 2012) so predstavljeni različni kotomeri (polkrožni in okrogli kotomer), v nadaljevanju pa je za merjenje in risanje kotov uporabljen le geotrikotnik.

Ugotovitve po pregledanih učbenikih

Po pregledanih učbenikih ugotavljamo, da uporabo geometrijskega orodja v slovenskem šolskem prostoru lahko razdelimo na tri obdobja.

- Prvo obdobje je trajalo do približno leta 1985, ko se je za načrtovanje vzporednic in pravokotnic uporabljalo ravnilo ter trikotnik, za merjenje kotov pa kotomer. To obdobje bi lahko poimenovali obdobje rabe klasičnega geometrijskega orodja.
- Drugo obdobje je obdobje geotrikotnika ter klasičnega geometrijskega orodja in je trajalo do leta 1990 ali še malo dlje. V tem obdobju so učitelji učencem načrtovanje vzporednic in pravokotnic prikazovali z geotrikotnikom ter načrtovanje s trikotnikom in z ravnilom, za merjenje velikosti kotov pa so uporabili kotomer na geotrikotniku ali le kotomer.
- Tretje obdobje je obdobje uporabe geotrikotnika za načrtovanje vzporednic in pravokotnic ter za merjenje velikosti kotov.

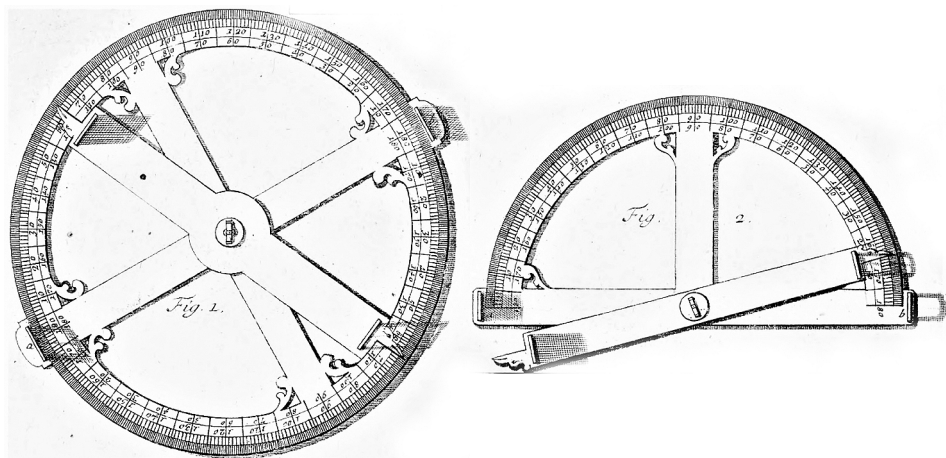
Danes nekateri učbeniki predstavljajo hibridno uporabo različnih orodij, tudi programe dinamične geometrije.

Intervjuji z učiteljicami

Slovenske učiteljice, ki so že zaključile s poučevanjem ali imajo 40 let delovne dobe ali več, se spominjajo obdobja, ko so uporabljale ravnilo in trikotnik oz. dva trikotnika, nato je nastopilo obdobje, ko so učencem predstavljale oba načina načrtovanja, in obdobje, ko se je uporabljalo samo še geotrikotnik in šestilo. Poudarjajo, da je uporaba geotrikotnika za načrtovanje vzporednic in pravokotnic zbrisala razumevanje pojmov vzporednost ter pravokotnost. Hkrati opozarjajo, da obstajajo tudi praktične težave načrtovanja z geotrikotnikom (npr. izbris vmesnih črt). Tudi uporaba geotrikotnika kot kotomera ni najboljša za razumevanje pojma kot ter za načrtovanje in merjenje velikosti kotov. Posebno pozornost je treba nameniti načrtovanju oz. merjenju in učence opozoriti na značilnosti načrtovanja oz. merjenja velikosti kotov s kotomerom. Ena izmed učiteljic poudari, da bi pri začetnem uvajanju pojma kot prišel prav kotomer, ki bi imel en krak kota na kotomeru fiksen, drugi del pa bi se lahko premikal. Podobna kotomera je predstavil Johann Friderich Penther leta 1732 v knjigi *Praxis Geometriae* (slika 20).

Geometrijsko orodje jutri

Danes učenje in poučevanje geometrije zaznamujeta tudi prisotnost in uporaba digitalne tehnologije (Kurbanov in Istamova 2021; Sacramento, Cam-



Slika 19 Krožni in polkrožni kotomer (Penther 1732)

pos in Aires 2022). Nekatere raziskave so pokazale, da uporaba programske opreme za dinamično geometrijo (npr. GeoGebra) pozitivno vpliva na znanje učencev in razumevanje različnih geometrijskih pojmov (Adelabu idr. 2019; Saha, Ayub in Tarmizi 2010; Žakelj idr. 2022). Čeprav te programske opreme uporabniku dovolijo, da riše vzporednice in pravokotnice ter meri velikosti kotov, ima digitalna tehnologija tudi določene omejitve. Ta namreč ne dovoli, da učenci z roko premikajo ravnila ali trikotnike oz. da postavijo kotomer tako, da lahko izmerijo velikost kota. Raziskave, ki so se ukvarjale s t. i. teorijo *embodied geometry*, tj. teorijo, ko učenec geometrijske lastnosti likov in teles dojema z rokami ter s telesom (Georgiou, Ioannou in Kosmas 2021; Krause 2018; Nathan idr. 2021), so pokazale, da je pomembno, da učenci geometrijo »doživljajo« s celotnim telesom. Raziskava Georgiouja, Andri Ioannou in Kosmasa (2021) je sicer pokazala, da imajo učenci, ki so deležni učenja geometrije tudi z digitalno tehnologijo, višje dosežke kot tisti, ki jo ne uporabljajo.

Uporaba ravnila in šestila ima pri učenju ter poučevanju geometrije globlji zgodovinski in kulturni pomen. Kot smo predstavili v uvodu, se je Evklid pri sestavi svojih petih postulatov geometrije zgledoval prav po teh dveh geometrijskih orodjih. Risanje vzporednic in pravokotnic z ravnilom ter s šestilom in merjenje velikosti kotov s kotomerom predstavljata možnost, da učenci globlje razumejo Evklidove postulate in da jih ponotranjijo. Uporaba geotrikotnika pa ne nudi možnosti, da učenci popolnoma razumejo nekatere geometrijske konstrukcije.

Na hrvaškem se načrtovanje pravokotnic in vzporednic v 3. ter 4. razredu

osnovne šole izvede s pomočjo dveh trikotnikov (Paić idr. 2014a; Paić idr. 2014b). V višjih razredih se pri načrtovanju trikotnikov in štirikotnikov prav tako uporabljata dva trikotnika (Paić idr. 2020). Geotrikotnik za poučevanje ni uradno uveden, pri pouku geometrije uporabljajo kotomer, šestilo ter dva trikotnika oz. ravnilo in trikotnik.

Sklep

Na podlagi pregledanih učbenikov in pogovorov z učiteljicami sklepamo, da bi morale učenje in poučevanje geometrije v bodoče ohraniti nekatere elemente, ki so bili pri poučevanju in posledično v učbenikih prisotni že v prvi polovici 20. stoletja. Učitelji bi morali učencem predstaviti tudi uporabo »tradicionalnega« geometrijskega orodja in ga povezati z uporabo digitalne tehnologije. Menimo, da je raba samo geotrikotnika omejujoča. Nedvomno so potrebne dodatne raziskave, ki bi temeljito raziskale, kako uporaba geotrikotnika vpliva na učenčovo razumevanje geometrijskih pojmov, kot sta npr. vzporednost in pravokotnost. V prihodnje bi bilo smiselno raziskati, ali uporaba tradicionalnega geometrijskega orodja prispeva k boljšemu razumevanju geometrijskih pojmov in konstrukcij kot uporaba geotrikotnika.

Smiselno je, da učencem pokažemo različne možnosti načrtovanja in jim pojasnimo, katere lastnosti pri tem upoštevamo. V luči prenove učnih načrtov je smiselno razmisliti o priporočilu in opredelitvi uporabe izbranega geometrijskega orodja ter o tem, kdaj in kako učencem predstaviti ustrezno konstrukcijo oz. načrtovanje pravokotnic ter vzporednic po pravilih evklidske geometrije. Hkrati bi bilo dobro razmisliti o uporabi klasičnih kotomerov (polkrožnih ali okroglih), saj bi lahko njihova uporaba prispevala k boljšemu razumevanju pojma kot.

Literatura

- Adelabu, F. M., M. Makgato in M. S. Ramaligela. 2019. »The Importance of Dynamic Geometry Computer Software on Learners' Performance in Geometry.« *Electronic Journal of E-Learning* 17 (1): 52–63.
- Baltus, C. 2020. »The Geometry of Euclid's Elements.« V *Collineations and Conic Sections*, uredil C. Baltus, 31–43. Cham: Springer.
- Berk, J., J. Draksler in M. Robič. 2006. *Skrivnosti števil in oblik 6: učbenik za matematiko v 6. razredu osnovne šole*. Ljubljana: Rokus.
- Branc, E., ur. 1947. *Geometrija za nižje razrede srednjih šol. D. 1*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Centa, N., J. Frigelj, M. Rakun Beber in V. Kožuh. 2009. *Igra števil in oblik 4: učbenik za matematiko v četrtem razredu osnovne šole*. 2. izd. Ljubljana: Rokus.

- Chinnappan, M., M. B. Ekanayake in C. Brown. 2012. »Knowledge Use in the Construction of Geometry Proof by Sri Lankan Students.« *International Journal of Science and Mathematics Education* 10 (4): 865–887.
- Cotič, M., D. Felda, B. Bremec, S. Kosič, N. Nikolič, B. Repovž in N. Benčina Smotlak. 2004. *Svet matematičnih čudes 6: učbenik za pouk matematike; 6. razred devetletne osnovne šole*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Euclid. 2008. *Euclid's Elements of Geometry*. Prevedel R. Fitzpatrick. <http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>.
- Frešer, C., J. Senekovič in M. Gazvoda. 2009. *Matematika za radovedneže 6: učbenik za pouk matematike v 6. razredu devetletne osnovne šole*. Škofljica: Pikal.
- Galič, F., N. Kotnik, F. Oblak, I. Pucelj, F. Savnik in T. Uran. 1985. *Matematika za peti razred osnovne šole*. 2. izd. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Galič, F., F. Oblak, I. Pucelj in F. Savnik. 1975. *Matematika za 5. razred osnovne šole*. Zv. 1. Ljubljana: Mladinska knjiga.
- . 1981. *Matematika za 5. razred osnovne šole*. Zv. 2. Ljubljana: Mladinska knjiga.
- Georgiou, Y., A. Ioannou in P. Kosmas. 2021. »Comparing a Digital and a Non-Digital Embodied Learning Intervention in Geometry: Can Technology Facilitate?« *Technology, Pedagogy and Education* 30 (2): 345–363.
- Hafner, I., I. Mulec in T. Uran. 1989. *Matematika za 4. razred osnovne šole*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- . 1998. *Matematika za 4. razred osnovne šole*. 10., prenovljena izd. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Huan, C., C. M. Chew, W. T. Yew in M. Musa. 2022. »Validating the Cognitive Diagnostic Assessment and Assessing Students' Mastery of 'Parallel and Perpendicular Lines' Using the Rasch Model.« *Participatory Educational Research* 9 (6): 436–452.
- Japelj Pavešič, B., in D. Keržič. 2012. *Matematika za šestošolc(k)e: učbenik za matematiko v 6. razredu osnovnošolskega izobraževanja*. Ljubljana: iz.
- Klančar, A., M. Cotič in A. Žakelj. 2019. *Učenje in poučevanje geometrije z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije v osnovni šoli*. Koper: Založba Univerze na Primorskem.
- Kokol-Voljč, V., in M. Dover Emeršič. 2008. *Matematika 4: učbenik za matematiko v četrtem razredu osnovne šole*. Ljubljana: Mladinska knjiga.
- Krause, C. M. 2018. »Embodied Geometry: Signs and Gestures Used in the Deaf Mathematics Classroom: The Case Of Symmetry.« *V Mathematical Discourse that Breaks Barriers and Creates Space for Marginalized Learners*, uredili R. Hunter, M. Civil, B. Herbel-Eisenmann, N. Planas in D. Wagner, 171–194. Rotterdam: Brill.
- Kurbonov, G. G., in D. S. K. Istamova. 2021. »The Role of Information Technology in Teaching Geometry in Secondary Schools.« *Scientific Progress* 2 (4): 817–822.

- Maroska, R., A. Olpp, J. Walgenbach in H. Wellstein. 1994. *Presečišče 5: matematika za peti razred osnovne šole*. 2. izd. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2006. *Učni načrt: program osnovnošolskega izobraževanja; matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Nathan, M. J., K. E. Schenck, R. Vinsonhaler, J. E. Michaelis, M. I. Swart in C. Walkington. 2021. »Embodied Geometric Reasoning: Dynamic Gestures During Intuition, Insight, and Proof.« *Journal of Educational Psychology* 113 (5): 929–948.
- Paić, G., Ž. Bošnjak, B. Čulina in N. Grgić. 2020. *Matematički izazovi 6: radni udžbenik sa zadatcima za vježbanje iz matematike za šesti razred osnovne škole; prvi dio*. Zagreb: Alfa.
- Paić, G., Ž. Manzoni, I. Marjanović in N. Kosak. 2014a. *Matematičkim stazama 3: udžbenik matematike u trećem razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- . 2014b. *Matematičkim stazama 4: udžbenik matematike u četvrtom razredu osnovne škole*. Zagreb: Školska knjiga.
- Penther, J. F. 1732. *Praxis Geometriae*. Augsburg: Wolff.
- Praxmarer, C. 2019. »Das Geodreieck: das Original aus Wörgl.« ORF Tirol, 9. september. <https://tirol.orf.at/stories/3010465/>.
- Retnawati, H., B. Kartowagiran, J. Arlinwibowo in E. Sulistyaningsih. 2017. »Why Are the Mathematics National Examination Items Difficult and What is Teachers' Strategy to Overcome It?« *International Journal of Instruction* 10 (3): 257–276.
- Rutar, M. 1992. *Svet matematike: priročnik in vaje iz matematike za 5. razred osnovne šole*. Ljubljana: Jutro.
- Sacramento, E., H. Campos in A. P. Aires. 2022. »Usual or Virtual Protractors? A Study with 5th Grade Students.« V *EDULEARN22 Proceedings: 14th International Conference on Education and New Learning Technologies*, uredili L. Gómez Chova, A. López Martínez in J. Lees, 6480–6484. Palma: International Academy of Technology, Education and Development.
- Saha, R. A., A. F. M. Ayub in R. A. Tarmizi. 2010. »The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning.« *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 8:686–693.
- Shell-Gellasch, A., in D. Jardine. 2005. *From Calculus to Computers: Using the Last 200 Years of Mathematics History in the Classroom*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2011. *Učni načrt: program osnovna šola; matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Ulusoy, F. 2016. »The Role of Learners' Example Spaces in Example Generation

- and Determination of Two Parallel and Perpendicular Line Segments.« V *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, uredili C. Csikos, A. Rausch in J. Szitanyi, 299–306. Szeged: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Uran, T., F. Bitenc in S. Mutić. 2011. *Kocka 4: matematika za 4. razred osnovne šole*. 3. izd. Ljubljana: Modrijan.
- Uršič, S., in J. Vogrinc. 1980. *Matematika za 4. razred osnovne šole*. Ljubljana: Zavod Socialistične republike Slovenije za šolstvo.
- Vollrath, H. J. 1999. »Historische Winkelmessgeräte in Projekten des Mathematikunterrichts.« *Mathematikunterricht* 45 (4): 42–58.
- Zavod Socialistične republike Slovenije za šolstvo. *Obvezni predmetnik in učni načrt osnovne šole*. 1983. Ljubljana: Zavod Socialistične republike Slovenije za šolstvo.
- Završnik, R., in J. Žabkar. 1959. *Računica za četrti razred osnovnih šol*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Žakelj, A., in A. Klančar. 2022. »The Role of Visual Representations in Geometry Learning.« *European Journal of Educational Research* 11 (3): 1393–1412.

Use of Geometric Tools in Textbooks: Then and Now

In this paper, we present a historical overview of the use of geometric tools in textbooks for mathematics in elementary school in Slovenia over the last hundred years in chosen topics in geometry. We focus specifically on drawing parallel and perpendicular lines and on measuring angles. We note that until the mid-1900s there was the use of the triangular ruler, straight ruler, and protractor. Then in a short period of time, these tools were joined by the geotriangle. For the last forty years, only the geotriangle has been used in teaching, a geometric tool that combined the straight ruler, triangular ruler, and a protractor. At the end of the paper, we present some deliberation about the use of geometric tools with the upcoming renewal of curricula in Slovenian schools.

Keywords: geometry, mathematics education, geometry tools, geotriangle