

Učenje in poučevanje statistike v času izobraževanja na daljavo

Daniel Doz

Univerza na Primorskem

daniel.doz@upr.si

Darjo Felda

Univerza na Primorskem

dario.felda@pef.upr.si

Mara Cotič

Univerza na Primorskem

mara.cotic@pef.upr.si

S statistiko se ljudje srečujemo vsakodnevno, saj je statistična pismenost ključnega pomena za boljše odločanje in za ustrezno interpretacijo podatkov. Čeprav je statistika pomembna veda, imajo mnogi učenci in odrasli še vedno velike težave z razumevanjem in uporabo osnovnih statističnih pojmov. Prav zato je torej učenje in poučevanje statistike pomembno. V prispevku predstavimo razloge za učenje in poučevanje statistike ter model za učenje in poučevanje v osnovni ter srednji šoli. Iz modela je razvidno, da igrata pri učenju in poučevanju statistike v osnovni šoli pomembno vlogo praktična izkušnja in empirizem, saj se učenci učijo osnovnih statističnih pojmov, opazovanja, zbiranja podatkov, njihove reprezentacije in pravilne interpretacije preko eksperimentov in povezav z vsakdanjo izkušnjo. Poleg tega se dijaki srednje šole srečujejo s kompleksnejšimi problemi iz vsakdanjega življenja. V delu predstavimo nekaj napotkov za učitelje matematike in le-te obogatimo s primeri dobre prakse, ki so jih učitelji uporabljali v času izobraževanja na daljavo.

Ključne besede: statistika, osnovna šola, srednja šola, izobraževanje na daljavo

Uvod

V času epidemije SARS-CoV-2, tj. virusne bolezni covid-19, so mnogi mediji objavljali statistične podatke o širjenju virusa, prikazovali grafikone, odstotke in različne analize (da Silva idr. 2021). Prav to veliko zanimanje za statistiko je ponovno odprlo vprašanje o kakovosti učenja in poučevanja statistike (Groth 2021; Haardörfer in Livingston 2021), še posebej v zdravstvu (Groth 2021). Pandemija covid-19 je postavila pod drobnogled dvojno vprašanje: (1) koliko statistike poznajo ljudje (Boot idr. 2021) in (2) kako je mogoče učiti statistiko, ki je med najpraktičnejšimi matematičnimi panogami, na daljavo (Tinungki in Nurwahyu 2020).

Ljudje se s podatki stalno srečujemo (Murray in Gal 2002; Engel 2017; Žakelj 2010), v času virusne okužbe pa še toliko bolj (da Silva idr. 2021): mnogi so večkrat na dan iskali informacije o širjenju covida-19 (Tinungki in Nurwahyu 2020). Ker se statistika kot znanost ukvarja z zbiranjem, analizo in interpretacijo podatkov, s katerimi lahko rešujemo probleme iz vsakdanjega življenja (Moore in Cobb 2000), naj bi statistične metode človeku pomagale, da se bolje odloča na podlagi zbranih in analiziranih podatkov (Wild, Utts in Horton 2018).

Zaradi pomena, ki ga ima statistika v našem vsakdanu, se je skozi čas povečalo tudi zanimanje za njeno poučevanje, tako da je danes prisotna v programu skoraj vsake šole na svetu (Gattuso in Ottaviani 2011). Navadno statistiko učijo učitelji matematike (Felda in Bon Klanjšček 2017) in se njeno poučevanje začne v osnovni šoli, kjer učenci spoznajo pomen opazovanja, sestavljanja anket in eksperimentiranja. S tem razvijajo razumevanje pomena in vloge podatkov ter kritično in analitično mišljenje (Gattuso in Ottaviani 2011; Cotič 2009).

Čeprav mnogi verjamejo, da je statistika enaka matematiki, gre za induktivno vedo, medtem ko matematika deluje deduktivno (Gal in Garfield 1997). Statistika omogoča, da se sklepa na podlagi analiziranih podatkov, vendar inferenc in sklepov ne moremo ločiti zgolj na »pravilne« in »napačne«, zato je treba razmišljati nedeterministično (Cotič 2009). Statistično mišljenje torej določajo sledeči elementi (Wild in Pfannkuch 1999):

- treba je razumeti, da so podatki v statistiki ključnega pomena in da je torej odločitve in sklepe nemogoče nasloniti zgolj na anekdote – treba je razumeti, da je mogoče z večjim številom podatkov oblikovati natančnejše zaključke;
- treba je sprejeti možnost, da so podatki razpršeni;
- treba je uporabljati primerne modele;
- treba je razumeti kontekst in kako je ta povezan s statističnim znanjem.

Zgoraj navedenemu se doda še potreba po statistični pismenosti. Gre za kompetenco pravilnega razumevanja in reprezentacije podatkov ter za sposobnost statističnega utemeljevanja (Gould 2017). Čeprav je statistična pismenost ključnega pomena za razumevanje vsakdana in za pravilno reševanje različnih statističnih situacij, mnogi učitelji ne poudarijo dovolj pomena konceptualnega znanja in postopkov za reševanje problemov (Felda in Bon Klanjšček 2017). Nasprotno, mnogi učenci se procedur, ki jih uporabljajo pri reševanju statističnih nalog, učijo na pamet, ne da bi pri tem ocenili pravil-

nost in natančnost svojega odgovora (Felda in Bon Klanjšček 2017). Tak način učenja in poučevanja statistike, ki temelji zgolj na učenju procedur brez globljega razumevanja postopkov, ni primeren za razvoj statistične pismenosti.

Uporaba takih metod pri učenju in poučevanju statistike ima lahko različne posledice. Npr., mnogi odrasli imajo večje težave z razumevanjem statističnih pojmov in idej, kar je posledica uporabe nepravilnega in hevrističnega statističnega mišljenja (Garfield in Ben-Zvi 2007). Take težave so bile dobro vidne v času pandemije covid-19, ko so ljudje napačno interpretirali podatke o širjenju bolezni (Groth 2021).

Iz prej povedanega torej sledi, da je nujno treba razviti model učenja in poučevanja statistike, tudi na daljavo, ki bo pripomogel k razvoju statistične pismenosti in razumevanju osnovnih statističnih procedur ter metod. V prispevku predstavimo model učenja in poučevanja statistike v osnovni ter srednji šoli. Model je uporabljen tudi v primeru pouka na daljavo; predstavimo nekaj primerov dobre prakse.

Razlogi za poučevanje statistike

Da lahko delujemo v današnji družbi, je treba znati interpretirati socialne pojave, razumeti pojem razpršenost, sprejeti možnost negotovosti in razbrati podatke, da lahko kritično odločamo (Guven idr. 2021; Gattuso in Ottaviani 2011; OECD 2018). Več vsakdanjih problemov zahteva sposobnost analize podatkov, da lahko iz njih pridobimo informacije, ki jih bomo posledično uporabljali za sprejetje odločitev. Ker pa podatke, s katerimi se srečujemo, redko zbiramo sami in jih večkrat sami niti ne analiziramo, npr. v primeru podatkov v zvezi s širjenjem covid-19, moramo znati kritično presoditi, kako dobro so jih zbrali, analizirali, reprezentirali in interpretirali drugi. Ljudje morajo torej imeti dobro razvito statistično pismenost (Rumsey 2002).

Statistična pismenost je kompleksen pojav, ki zadeva tako razumevanje kot interpretacijo statističnih podatkov (Murray in Gal 2002), ki pa obenem zahteva razvite sposobnosti raziskovanja, razumevanja, utemeljevanja in kritičnega mišljenja (Engel 2017). Gre za sposobnost razumevanja reprezentacije podatkov in statističnega sklepanja (Ben-Zvi in Garfield 2004; Guven idr. 2021) ter kritičnega mišljenja o podatkih (Gal 2002a). Posameznik se mora torej zavedati pomena podatkov, razumeti osnovne statistične pojme, poznati osnovne metode zbiranja podatkov, poznati osnove opisne statistike, znati pravilno interpretirati osnovne podatke in svoje zaključke pravilno utemeljiti ter predstaviti drugim (Rumsey 2002; Gal 2002a). Poleg tega je pomembno znati pravilno interpretirati podatke, ki izhajajo iz naključnih in nenaključnih vzorcev, vedeti je treba, kako organizirati podatke pred obdelavo, ter znati

sestaviti model za morebitno predvidevanje (Gould 2017; OECD 2018). Statistična pismenost obsega tri ravni (Watson 1997; Watson in Callingham 2003):

1. prva zadeva osnovno razumevanje statističnih in verjetnostnih pojmov;
2. druga zadeva razumevanje statistične terminologije in konceptov;
3. tretja zadeva kritično razmišljanje o statistiki.

Vse tri ravni so pomembne, da lahko razumemo svet, ki nas obdaja (Watson 2006), zgolj osnovno učenje statistike ne nudi dovolj znanja, da bi se lahko ukvarjali z vsakdanjimi problemi (Gal 2002b). Tradicionalno učenje statistike temelji večinoma na razvijanju matematičnih kompetenc in procedur, ki se jih poslužujemo v statistiki, nudi pa premalo možnosti, da bi učenci kritično razmišljali o statistiki (Ben-Zvi in Garfield 2004). To posledično privede do napačnega prepričanja, da v statistiki obstaja en sam pravilni odgovor na vsak problem, kot je to večkrat v matematiki (Moore in Cobb 2000). Učitelji matematike so torej odgovorni, da učence naučijo pravilno interpretirati tabele in grafe, razumeti, kaj podatki povedo, kritično presoditi informacije in razumeti osnovne statistične pojme ter metode (Guyen idr. 2021).

Učenje in poučevanje statistike

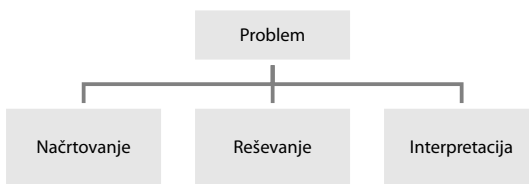
Da učenci razvijejo statistično pismenost, morajo dobro razumeti, kaj je statistični proces (Watson idr. 2018; Guven idr. 2021). To je raziskovalni proces (Guyen idr. 2021), ki se začne z določanjem vzorca in predvideva analizo, reprezentacijo in interpretacijo podatkov (Wild in Pfannkuch 1999). Poznamo štiri glavne komponente statističnega procesa (Guyen idr. 2021):

1. *izbira vzorca*: le-ta mora biti primeren za raziskavo, ki jo opravimo; pomembno je razumeti tudi pojem reprezentativnosti;
2. *tabele in grafi*: interpretacije zbranih podatkov navadno potekajo s pomočjo tabel in grafov: pomembno je uporabljati način prikazovanja podatkov, ki je najprimernejši;
3. *analiza podatkov*: treba je izbrati primerno metodo obdelave podatkov;
4. *interpretacija podatkov*: vsaka statistična raziskava zahteva končno interpretacijo, ki temelji na dobljenih podatkih.

Statistični proces je ključnega pomena pri učenju in poučevanju statistike, saj z njegovim razumevanjem učenci razvijejo smisel za znanstveno raziskovanje (Rumsey 2002), obenem pa jim dovoljuje pravilno interpretirati podatke (Gal 2002a). Predstavljeni model obnovimo v sliki 1; uporaben je tako

Slika 1

Model učenja in poučevanja statistike



Slika 2

Faza načrtovanja



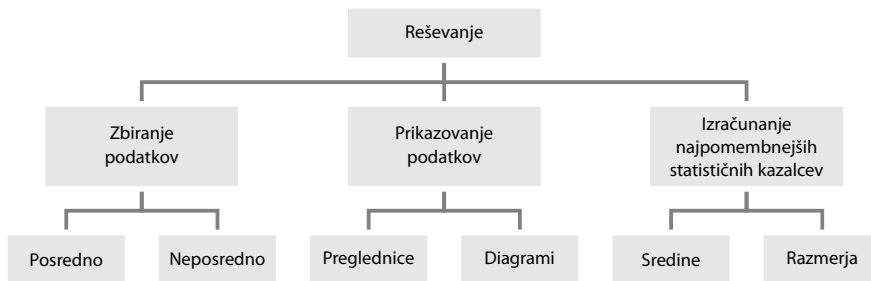
v osnovnih kot srednjih šolah. Učeči se, ki se srečujejo s statističnim problemom, morajo najprej načrtovati metodo reševanja le-tega, nato ga rešijo in interpretirajo dobljeni rezultat.

Fazo načrtovanja delimo še na dve (slika 2):

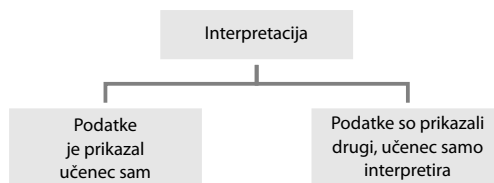
1. *natančna določitev problema*: učenci, ki želijo rešiti statistični problem, ga morajo razumeti in natančno opredeliti (de Oliveira in Rosa 2020); pri nekaterih problemih je enostavno razumeti kontekst (npr. število fantov in deklet v razredu), pri drugih pa je ta kompleksnejši in učenci potrebujejo učiteljevo pomoč;
2. *določitev načina zbiranja podatkov*: treba je vedeti, katere podatke je treba uporabiti, da se reši problem, koliko jih je potrebnih in kako jih zbrati (Giroto in Gonzalez 2001); npr., če morajo učenci določiti število prebranih knjig v določenem mesecu, morajo razumeti, kateri podatki so potrebni (število prebranih knjig) in kateri so nekoristni (npr. število strani knjige), koliko podatkov je treba zbrati (npr. v razredu ali v šoli) ter kako jih pridobiti (npr. s spletno anketo, z intervjujem s knjižničarko ipd.).

Tudi fazo reševanja lahko razdelimo na več manjših korakov (slika 3):

1. *zbiranje podatkov*: učitelj mora učencem razložiti, da zbiranje poteka sistematično, mora jih usmerjati, kako to narediti; metode zbiranja po-



Slika 3 Faza reševanja



Slika 4 Faza interpretacije

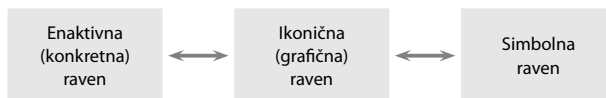
datkov morajo biti primerne učenčevim intelektualnim sposobnostim – mlajši učenci preštevajo in naštevajo predmete, srednješolci uporabljajo bolj ali manj kompleksne ankete; pomembno je, da učenci znajo sestaviti tabele (Batanero idr. 1994);

2. *prikazovanje podatkov*: ko so učenci oblikovali tabelo, lahko podatke prikažejo grafično, in sicer zato, da jih lažje interpretirajo (González in Pinto 2008); najenostavnejši načini grafičnega prikazovanja vključujejo histograme, figure in tortne prikaze (Diezmann in Lowrie 2009); slednji so sicer kompleksnejši, če učenci nimajo opravka zgolj s poloviciami, četrtinami ali tretjinami; z mlajšimi učenci je bolje uporabljati figure prikaze (Åberg-Bengtsson 2006); učenci imajo večkrat težave z grafičnim prikazovanjem podatkov (Yun, Ko in Yoo 2016), zato je pomembno, da učitelji temu koraku namenijo večjo pozornost;
3. *izračunavanje najvažnejših statističnih kazalcev*: učenci znajo izračunati najpogostejše statistične kazalce, kot so povprečja, mediane in modusi, prav tako znajo izračunati odstotke in razmerja; v zgodnjih fazah učenja jim je dobro predstaviti zgolj mediano in modus, saj je treba pri razlagi aritmetične sredine narediti več korakov, ki so lahko mlajšim učencem tuji (Saidi in Siew 2019).

Zadnja faza reševanja statističnega problema je interpretacija rezultatov.

Slika 5

Različne faze pri učenju
in poučevanja statistike



Zbiranje podatkov in reprezentacija le-teh namreč nista dovolj, saj jih je treba tudi analizirati. Učenci interpretirajo podatke, ki so jih zbrali sami, ali tiste, ki so jih zbrali ostali in jih morajo oni samo pravilno interpretirati (slika 4).

Preko statističnega procesa se učenci naučijo natančne opredelitve problema, upoštevati samo podatke, ki so potrebni za rešitev problema, sistematično operirati s podatki, logično in jasno predstaviti zaključke ter uporabljati inferenco.

Učenje in poučevanje statistike v osnovni šoli

Z učenjem statistike že v vrtcih si prizadevamo, da bi otroci razvili statistično pismenost (Cotič 2009). Pri tem pa je pomembno upoštevati otrokov kognitivni razvoj. V začetnih fazah je treba statistično pismenost razvijati na enaktivni (konkretni) in ikončni (gafični) ravni, šele nato je mogoče preiti na simbolno (Cotič 2009). Enaktivna, ikončna in simbolna raven sicer niso statične, temveč se močno prepletajo (Cotič 2009); so fleksibilne in učenje statistike mora upoštevati možnost stalnega prehajanja z ene na drugo (slika 5).

Učenje statistike v osnovnih šolah temelji večinoma na izkušnjah (Cotič 2009). Učenci razvijejo statistično mišljenje in sposobnosti kritičnega mišljenja tako pri branju kot pri interpretaciji besedil, ki vključujejo podatke in statistične analize (Žakelj 2010). Pri tem pomembno vlogo igra vsakdanja izkušnja, ki bi jo morali učitelji upoštevati pri učenju in poučevanju statistike v začetnih fazah, ki predstavljajo uvod v različne oblike reprezentacij podatkov in njihove analize (Cotič 2009). To pomeni, da učenci statistično pismenost razvijejo postopoma (Caporrella idr. 2014) in tudi v povezavi z drugimi šolskimi predmeti, npr. pri naravoslovju, jezikih in družboslovju, ki jim pomagajo razumeti okolje, ki jih obdaja, razviti aritmetične in gafične sposobnosti (Cotič 2009). Tako učenci razumejo uporabo pušičnega in Carrollovega prikaza, histograma, tabel in način reševanja statističnih problemov (Cotič in Hodnik Čadež 1995). Učenci torej (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011; Cotič 2009):

- pokažejo razmerja med objekti s pomočjo pušičnega prikaza;
- predstavijo odnose med objekti s pomočjo pušičnega prikaza;
- predstavijo razvrščanje elementov s pomočjo Carrollovega prikaza;
- predstavijo enostavne podatke s tabelo in histogramom;

Preglednica 1 Ravni učenja in poučevanja statistike v osnovni šoli

Enativna (konkretna) raven	– Zastavitev izhodiščne problemske situacije – Analiza izhodiščne problemske situacije – Izvedba aktivnosti – Igranje situacij – Predstavitev s predmeti
Ikonična (grafična) raven	– Shematizacija dejavnosti (risba, skica) – Izvedba dejavnosti v različnih drugih situacijah – Shematizacija dejavnosti s sistematičnimi prikazi (preglednica, kombinatorično drevo, puščični prikaz)
Simbolna raven	– Prikaz dejavnosti v še splošnejši obliki (nastavitev računa za posamezen primer) – Posplošitev problema
Končna raven	– Uporaba razvitega pojma v novi situaciji (razviti pojem deluje kot instrument)

- rešijo enostavne statistične probleme, ki predvidevajo tabele in interpretacije.

Mara Cotičeva (2009) je razvila model učenja statistike v osnovni šoli, ki ga podrobno predstavljamo v nadaljevanju (preglednica 1).

Učenje statistike se začne na enativni (konkretni) ravni. Učenci:

- *definirajo problem*: npr., da učencem prikaže grafične reprezentacije podatkov s stolpci ali z vrsticami, učitelj začne s konkretnim problemom, ali je v razredu več dečkov ali deklic;
- *analizirajo problem*: učenci analizirajo različne možnosti, da rešijo problem; npr., lahko se postavijo tako, da so vsi dečki v eni vrsti in vse deklice v drugi, ter določijo, katera vrsta je daljša;
- *izvedejo aktivnost*: predlagano idejo izvedejo in ustvarijo »živ prikaz«; učitelj lahko zastavi nove probleme (npr., koliko dečkov je več kot deklic ipd.), ki zahtevajo manipulacijo z drugimi predmeti (npr. kocke dveh barv, kocke ene barve predstavljajo fante, kocke druge barve pa dekleta); učenci razumejo bijektivno relacijo med številom kock in številom učencev.

Na ikonični (grafični) ravni) učenci:

- *shematizirajo dejavnost preko slik in risb ter grafično prikažejo rešitev problema*; npr., dečki narišejo slike samih sebe in iz vseh risb sestavijo stolpec;

- *shematizirajo dejavnost s stolpci*: vsaka slika dečka postane moder kvadrat in vsaka skica deklice roza kvadrat – učenci tako načrtajo prikaz s stolpci in sestavijo legendo.

Na simbolni ravni učenci znajo posploševati probleme in reševati nove probleme, s katerimi se srečujejo tudi v svojem vsakdanu, npr. znajo določiti višino sošolcev, frekvenco posameznih črk v besedilu, najbolj priljubljeno barvo ipd. S tem so sposobni matematizirati okolje, v katerem živijo.

Predstavljeni model ni uporaben samo za mlajše učence, temveč predstavlja splošen model, ki ga je mogoče uporabljati v osnovni šoli. Velik pomen igrajo grafi in grafične predstavitve podatkov: številne raziskave podpirajo trditev, da je treba v osnovni šoli razvijati sposobnost grafičnega upodabljanja podatkov in branja grafov (Chick in Pierce 2008). Od tod sledi, da bi morali učitelji matematike več časa posvetiti razvoju razumevanja prikazov s stolpci oziroma vrsticami ter drugih načinov grafičnega upodabljanja podatkov, saj le-ti predstavljajo ključno kompetenco statistične pismenosti.

Učenci osnovne statistične pojme spoznajo preko igre in empirizma (Godino idr. 2008). Predstavljeni primer sestavljanja dveh vrst, da se ugotovi, ali je v razredu več dečkov ali deklic, oziroma uporabljanje take »žive« vrste s pomočjo kock predstavlja način, kako preiti iz konkretne faze k statistični formalizaciji in reprezentaciji, s čimer se učno snov povezuje s prakso (Chick in Pierce 2008). V osnovni šoli je torej treba uporabljati igre in druge praktične aktivnosti, skupaj s problemi iz vsakodnevnega življenja (Boyle idr. 2014).

Učenje in poučevanje statistike v srednji šoli

Poučevanje statistike v srednji šoli bi moralo biti naravno nadaljevanje poučevanja tega predmeta v osnovni šoli. Osnovnošolci razumejo nekaj osnovnih statističnih pojmov in procedur, vendar se v osnovni šoli statistično pismenost večinoma razvija preko praktičnih vaj in iger. Tak način raziskovanja in dela bi moral biti prisoten tudi v srednji šoli (Koleza in Kontogianni 2013), saj imajo nekateri srednješolci še vedno nekaj težav pri razumevanju osnovnih statističnih pojmov (Idehen 2020; Saidi in Siew 2019), kot sta npr. reprezentacija in interpretacija podatkov (Ong in Shahrill 2014).

Težko predstavimo, katere statistične vsebine bi morali dijaki obvladati, saj se učni načrti statistike po svetu močno razlikujejo; vsaka država si prizadeva, da bi dijaki dosegali različne cilje in kompetence. Kot izhodiščno točko pa lahko upoštevamo dokument »PISA 2021 Mathematics Framework (Draft)« (OECD 2018), v katerem piše, da bi morali dijaki dobro razumeti pojem razpršenost, ki predstavlja srce celotnega učenja in poučevanja statistike (str. 19).

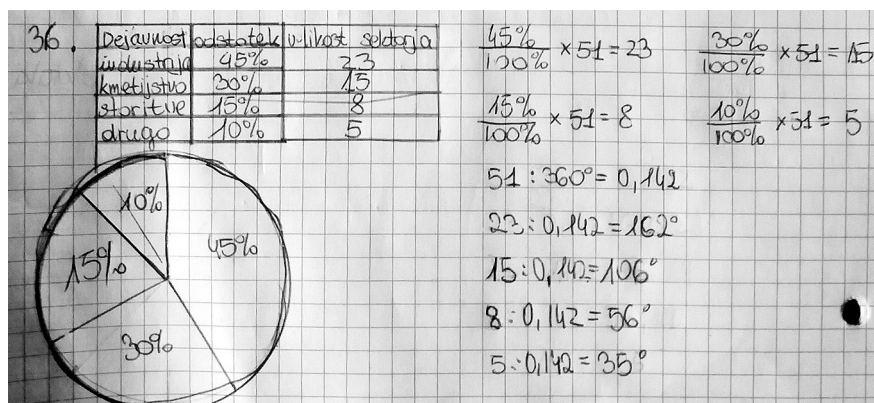
Razumeti bi morali, da se dobljenih rezultatov ne more posplošiti. Cilj torej je, da dijaki (str. 28):

- *razumejo osnovne metode zbiranja, reprezentacije in interpretacije podatkov*: razumejo, kako se zbira podatke, kako je treba zbirati različne vrste podatkov, kako se jih analizira, ponazori in interpretira;
- *razumejo pojem razpršenosti*: razumejo pojem porazdelitve in centralne tendence ter posledično, kako opisati in interpretirati podatke tako kvantitativno kot grafično;
- *razumejo pomen vzorčenja*: kako torej vzorčiti ter kako je mogoče opraviti enostavne inference; razumejo pojma natančnost in točnost.

Natančneje, dijaki (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2008; Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje 2007):

- razlikujejo med pojmi spremenljivka, znak, vzorec in populacija;
- razumejo razlike med kvantitativnimi in kvalitativnimi spremenljivkami, med nominalnimi, ordinalnimi in intervalnimi spremenljivkami;
- znajo zbirati podatke in jih urediti;
- znajo grafično reprezentirati podatke (slika 6);
- znajo prebrati grafične ponazoritve podatkov in jih znajo pravilno interpretirati;
- znajo kritično interpretirati rezultate;
- izračunajo in interpretirajo povprečja, moduse in mediane;
- prepoznajo osnovne relacije med spremenljivkami (npr. enostavne korelacije);
- izračunajo in interpretirajo standardne odklone (slika 7);
- znajo opraviti empirično raziskavo (izbrati temo, postaviti raziskovalna vprašanja/hipoteze, zbirati, urediti, analizirati, prikazati podatke in interpretirati končne rezultate).

Začetno poznavanje statistike je primerno evalvirati tudi v povezavi z drugimi predmeti, kot so psihologija, sociologija, biologija in kemija, ter oceniti sposobnost dijakov pri reševanju vsakodnevnih problemov s pomočjo statistike. Po uvodni evalvaciji znanja je dobro uporabljati empirični pristop, tudi s pomočjo informacijsko-komunikacijske tehnologije (Liu in Liu 2020). V višjih letnikih je mogoče dijakom predstaviti pojma razpršenost in standardni odklon, ki se ju uporablja v povezovanju s praktičnimi in z realnimi problemi.



Slika 6 15-letno dekle grafično upodobi podatke s pomočjo tortnega prikaza in s pomočjo sorazmerja določi kote za posamezne podatke (zaradi zaokroževanja je prišlo do nekaterih netočnosti)

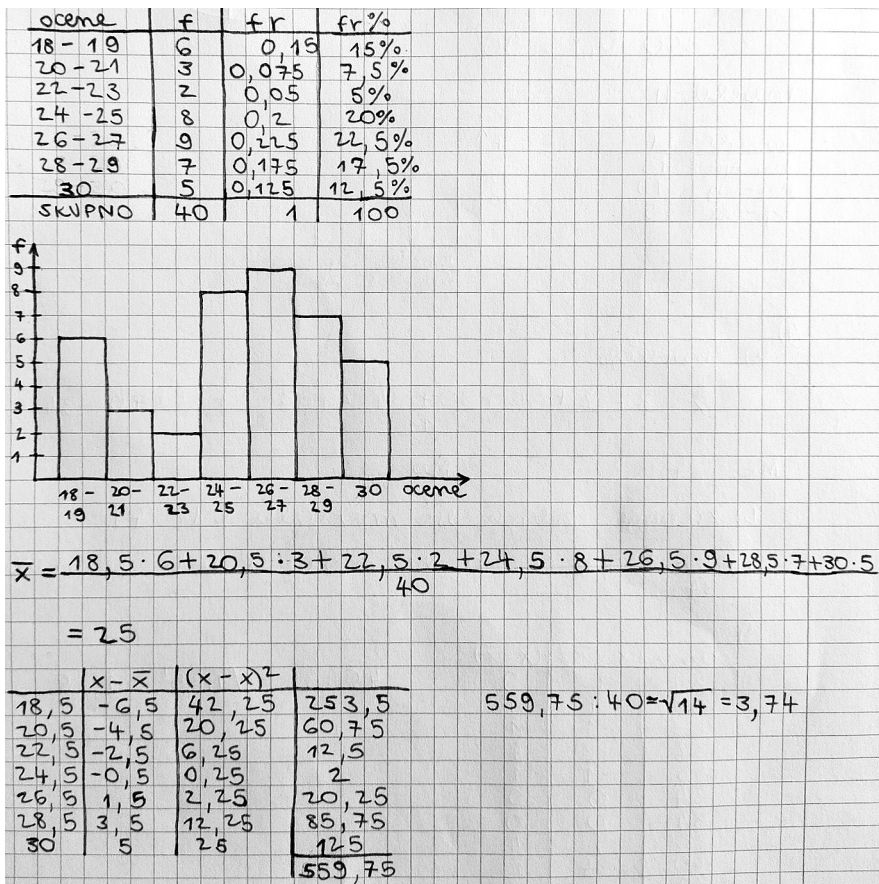
Pomembno je tudi, da znajo napisati poročilo o raziskavi, zato priporočamo uporabo projektnega in skupinskega dela.

Učenje in poučevanje statistike na daljavo

Predstavljeni model za učenje in poučevanje statistike v osnovni in srednji šoli je mogoče uporabljati tudi za pouk na daljavo. Pandemija covid-19 je pomenila tranzicijo pouka iz klasične oblike v učenje na daljavo (Almarashdi in Jarrah 2021). Pouk na daljavo je med pandemijo potekal sinhrono, to pomeni, da je interakcija med učiteljem in učenci istočasna, vendar ne v istem prostoru, in asinhrono, kar pomeni, da interakcija med učiteljem in učencem poteka v različnem času in v različnem prostoru (Csachová in Jurečková 2020). Pri sinhronem poučevanju se učenci in učitelj povežejo preko kake aplikacije (npr. Zooma) in učitelj predava učencem. Pri asinhronem poučevanju pa učitelj na spletno stran (npr. Moodle ali Google Classroom) naloži snemano učno uro; učenci si jo nato ogledajo in rešijo dane domače naloge.

Z nastopom pouka na daljavo sta se učenje in poučevanje matematike bistveno spremenila: redki učitelji so se posluževali interaktivne table ali druge grafične površine (slika 8), kar pa so učitelji in učenci označili kot bistveni pripomoček pri učenju in poučevanju matematike (Busto, Dumbser in Gaburro 2021); večina učiteljev se je posluževala sinhronega ali asinhronega poučevanja z uporabo e-pošte, specifičnih platform za učenje na daljavo, videoklicev ali socialnih omrežij (Csachová in Jurečková 2020; Rodríguez-Muñiz idr. 2021).

Če se povrnemo na statistiko, je njeno poučevanje med pandemijo po-



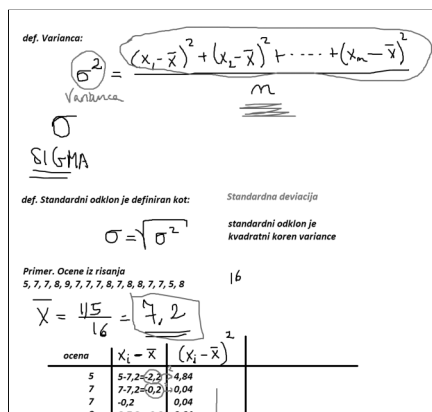
Slika 7 15-letno dekle rešuje kompleksnejšo statistično nalogo (na podlagi frekvenc ocen na neki italijanski fakulteti je morala dijakinja določiti relativne in relativne odstotne frekvence razredov (ki jih je sama določila), načrtati histogram ocen, izračunati povprečno oceno in standardni odklon)

tekalo podobno kot pouk matematike. Za kakovostno učenje sta bili potrebni (1) dobra programska oprema za virtualno povezavo z učenci (npr. Zoom, Google Meet, Microsoft Teams, Moodle, ipd.) in (2) dobra programska oprema za statistične analize (npr. R, Excel, G*Power, Minitab ipd.) (Lugo-Armenta in Pino-Fan 2021). K temu pa bi dodali, da je treba uporabljati tudi programsko opremo za pisanje, kot so Microsoft Whiteboard, Inkodo idr.: brez teh je učencem težko predstaviti formule in enačbe, ki se jih poslužujemo v statistiki.

Dokumentirane primere dobre prakse poučevanja statistike na daljavo sta

Slika 8

Primer pouka statistike na daljavo: učitelj je pisal v programu Paint in obenem ekran delil s svojimi dijaki (1. razred višje srednje šole v Italiji)



predstavila Jahodova Berkova in Nemec (2020). Učenci so morali pripraviti seminarsko nalogo s področja statistike s pomočjo različnih računalniških programov (Excel, StatSoft STATISTICA) in jo naložiti na posebne spletne strani (npr. WebWork). Priprava seminarskih nalog je mogoča v višjih letnikih, ko so učenci že docela usvojili koncept statistične raziskave in statističnega raziskovalnega procesa. V času pandemije je bilo mogoče uporabljati tudi surove podatke, ki so bili prisotni na različnih medijih in uradnih spletnih straneh zdravstvenih ustanov (npr. Mednarodne zdravstvene organizacije: <https://covid19.who.int/>), in jih kritično analizirati (Delpont 2021). S tem je mogoče ne samo operirati s podatki vsakdanjega življenja, kar je tudi cilj statistike (Moore in Cobb 2000), temveč se je mogoče na podlagi rezultatov teh analiz bolje odločati (Wild, Utts in Horton 2018).

Navedimo primer prej opisanega modela (slika 1). Problem, ki ga želimo rešiti, je, kako se je v Sloveniji spremenilo število okuženih s SARS-CoV-2 od 1. septembra 2021 do 31. decembra 2021. Problem, kot smo videli, zahteva (1) načrtovanje, (2) reševanje in (3) interpretacijo. Načrtovanje samo po sebi smo razdelili na dve fazi: (1.1) natančna določitev problema, in (1.2) določitev načina zbiranja podatkov, kar pomeni, (1.2.1) katere podatke zbrati, (1.2.2) koliko podatkov zbrati in (1.2.3) kako zbrati podatke. Učenci razumejo, da podatkov ne morejo zbirati z anketami, saj bi morali anketo poslati vsem prebivalcem Slovenije, zato se je treba obrniti na uradne spletne strani (npr. zgoraj omenjene Svetovne zdravstvene organizacije), kjer podatke pridobimo neposredno. Glede števila podatkov, ki jih je treba zbrati, lahko učenci tudi razumejo, da je treba vključiti celotno Slovenijo, ne pa zgolj vzorec, zato se bo treba posluževati vseh podatkov, ki jih pridobimo na uradnih straneh. Ali bo treba zbrati dnevne, tedenske ali mesečne podatke, je odvisno od cilja raziskave,

zato je treba seveda dobro definirati cilje raziskave: če je naš cilj zgolj razumevanje, ali je bilo število okuženih 31. decembra 2021 večje od števila okuženih 1. septembra 2021, ne da bi se ozirali na posamezne dneve in tedne, potrebujemo samo dva podatka: število okuženih na ta dva datuma. Na vprašanje, katere podatke zbrati, je enostavno odgovoriti, saj je iz definicije raziskovalnega vprašanja jasno, da iščemo število okuženih (torej ne zgolj novih okužb) na dana datuma. Druga faza je reševanje problema, ki pa jo delimo na (2.1) zbiranje podatkov, (2.2) ponazarjanje podatkov in (2.3) izračunavanje najvažnejših statističnih kazalcev. Kot smo že rekli, podatke zbiramo neposredno. Kar pa zadeva ponazoritve, se lahko poslužujemo tako preglednic kot prikazov. Poleg tega je mogoče določiti aritmetično vrednost okuženih ter za koliko odstotkov se je povečalo njihovo število.

Sklep

Zaradi pomena statistike v vsakdanjem življenju je pomembno, da učenci statistično pismenost razvijejo že v osnovni šoli. Brez dobro razvite sposobnosti statističnega sklepanja se odrasli odločajo težje. Pomembno je torej, da znajo učenci pravilno interpretirati podatke.

V prispevku smo predstavili model učenja in poučevanja statistike v osnovni in srednji šoli. Po eni strani je učenje in poučevanje statistike v osnovni šoli usmerjeno k reševanju konkretnih problemov; učenje predvideva veliko praktičnih dejavnosti in eksperimentiranja. Pri tem se učeni naučijo osnovnih pojmov statistike, razumejo, kako je treba postopati, da se opravi raziskavo, kako je treba zbirati podatke, jih pravilno urediti, reprezentirati in interpretirati. Po drugi strani sta učenje in poučevanje statistike v srednji šoli naravno nadaljevanje empiričnega dela, ki so si ga učenci ogledali na nižjih ravneh šolanja, obenem pa dijaki svoje znanje statistike obogatijo s podrobno obravnavo pojmov razpršenost, varianca in osnovne korelacija.

Učenje statistike na daljavo predvideva dobro poznavanje različne programske opreme za konference in za statistične analize, tako s strani učiteljev kot tudi učencev. Poleg tega je mogoče predstavljeni model uporabljati tudi za učenje in poučevanje statistike na daljavo. Učenje statistike se lahko dodatno obogati z reševanjem primerov iz vsakdanjega življenja z uporabo uradnih podatkov mednarodnih in državnih ustanov.

Literatura

Almarashdi, H., in A. M. Jarrah. 2021. »Mathematics Distance Learning Amid the COVID-19 Pandemic in the UAE: High School Students' Perspectives.« *Online Submission* 20 (1): 292–307.

- Åberg-Bengtsson, L. 2006. »Then You Can Take Half ... Almost' – Elementary Students Learning Bar Graphs and Pie Charts in a Computer-Based Context.« *The Journal of Mathematical Behavior* 25 (2): 116–135.
- Batanero, C., J. D. Godino, A. Vallecillos, D. E. Green in P. Holmes. 1994. »Errors and Difficulties in Understanding Elementary Statistical Concepts.« *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 25 (4): 527–547.
- Ben-Zvi, D., in J. Garfield. 2004. »Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges.« V *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, ur. D. Ben-Zvi in J. Garfield, 3–15. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boot, A. B., A. Eerland, J. Jongerling, P. P. Verkoeijen in R. A. Zwaan. 2021. »Gathering, Processing, and Interpreting Information about COVID-19.« *Scientific Reports* 11 (1): 6569. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-86088-3>.
- Boyle, E. A., E. W. MacArthur, T. M. Connolly, T. Hainey, M. Manea, A. Kärki in P. Van Rosmalen. 2014. »A Narrative Literature Review of Games, Animations and Simulations to Teach Research Methods and Statistics.« *Computers & Education* 74:1–14.
- Busto, S., M. Dumbser in E. Gaburro. 2021. »A Simple but Efficient Concept of Blended Teaching of Mathematics for Engineering Students during the COVID-19 Pandemic.« *Education Sciences* 11 (2): 56. <https://doi.org/10.3390/educsci11020056>.
- Caporrella, N., S. Da Valle, L. Micucci in S. Osti. 2014. »A Proposal by Istat to Support the Teaching of Statistics in Primary School.« V *Sustainability in Statistics Education: Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9, July, 2014), Flagstaff, Arizona, USA*, ur. K. Makar, B. de Sousa in R. Gould, 13–18. Voorburg: International Statistical Institute.
- Chick, H. L., in R. Pierce. 2008. »Teaching Statistics at the Primary School Level: Beliefs, Affordances and Pedagogical Content Knowledge.« V *Proceedings of the Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics; Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Roundtable Conference*, ur. C. Batanero, G. Burrill, C. Reading in A. Rossmann.
- Cotič, M. 2009. »Razvijanje elementarne statistične pismenosti na začetku šolanja.« *Pedagoška obzorja* 24 (2): 78–96.
- Cotič, M., in T. Hodnik Čadež. 1995. »O pouku matematike na začetku šolanja v novi osnovni šoli.« *Matematika v šoli* 3 (3): 143–157.
- Csachová, L., in M. Jurečková. 2020. »Mathematics Teaching in Slovakia during Covid-19 Quarantine Season in Spring of 2020.« *Open Education Studies* 2 (1): 285–294.
- da Silva, A. S., M. T. S. Barbosa, L. de Souza Velasque, D. da Silveira Barroso Alves in M. N. Magalhães. 2021. »The COVID-19 Epidemic in Brazil: How Statistics

- Education May Contribute to Unravel the Reality Behind the Charts.« *Educational Studies in Mathematics* 108 (1): 269–289.
- de Oliveira, A. F., in D. E. G. Rosa. 2020. »The Statistic on Secondary School: In Pursuit of Contextualization.« *Zetetike* 28:e020006.
- Delpont, D. H. 2021. »Teaching First-Year Statistics Students with COVID-19 Real-World Data: Graphs.« *Teaching Statistics* 43 (1): 36–43.
- Diezmann, C. M., in T. Lowrie. 2009. »The Role of Fluency in a Mathematics Item with an Embedded Graphic: Interpreting a Pie Chart.« *ZDM – International Journal on Mathematics Education* 41 (5): 651–662.
- Engel, J. 2017. »Statistical Literacy for Active Citizenship: A Call for Data Science Education.« *Statistics Education Research Journal* 16 (1): 44–49.
- Felda, D., in M. Bon Klanjšček. 2017. »Teaching Statistics in the Background of Teaching Mathematics.« *The New Educational Review* 48 (1): 65–75.
- Gal, I. 2002a. »Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities.« *International Statistical Review* 70 (1): 1–25.
- . 2002b. »Developing Statistical Literacy: Towards Implementing Change.« *International Statistical Review* 70 (1): 46–51.
- Gal, I., in J. Garfield. 1997. »Curricular Goals and Assessment Challenges in Statistics Education.« V *The Assessment Challenge in Statistics Education*, ur. I. Gal in J. B. Garfield, 1–13. Amsterdam in Tokio: IOS Press.
- Gattuso, L., in M. G. Ottaviani. 2011. »Complementing Mathematical Thinking and Statistical Thinking in School Mathematics.« V *Teaching Statistics in School Mathematics – Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study; The 18th ICMI Study*, ur. A. Kajander, J. Holm in E. J. Chernoff, 121–132. Dordrecht: Springer.
- Garfield, J., in D. Ben-Zvi. 2007. »How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics.« *International Statistical Review* 75 (3): 372–396.
- Giroto, V., in M. Gonzalez. 2001. »Solving Probabilistic and Statistical Problems: A Matter of Information Structure and Question Form.« *Cognition* 78 (3): 247–276.
- Godino, J. D., C. Batanero, R. Roa in M. R. Wilhelmi. 2008. »Assessing And Developing Pedagogical Content and Statistical Knowledge of Primary School Teachers through Project Work.« V *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics; Challenges for Teaching and Teacher Education; Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*, ur. C. Batanero, G. Burrill, C. Reading in A. Rossman. Monterrey: ICMI and IASE.
- González, M. T., in J. Pinto. 2008. »Conceptions of Four Pre-Service Teachers on Graphical Representation.« V *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics; Challenges for Teaching and Teacher Education; Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*, ur. C. Batanero, G. Burrill, C. Reading in A. Rossman. Monterrey: ICMI and IASE.

- Gould, R. 2017. »Data Literacy Is Statistical Literacy.« *Statistics Education Research Journal* 16 (1): 22–25.
- Groth, R. E. 2021. »The Relevance of Statistical Knowledge for Teaching to Health Care Professionals: Reflections on a COVID-19 Press Briefing.« *Journal of Statistics and Data Science Education* 29 (1): 84–94.
- Güven, B., A. Baki, N. Uzun, Z. M. Özmen in Z. Arslan. 2021. »Evaluating the Statistics Courses in Terms of the Statistical Literacy: Didactic Pathways of Pre-Service Mathematics Teachers.« *International Electronic Journal of Mathematics Education* 16 (2): em0627. <https://doi.org/10.29333/iejme/9769>.
- Haardörfer, R., in Livingston, M. 2021. »Teaching Statistics in Public Health during COVID-19: Lessons Learned from Spring 2020 and Recommendations for the Future.« *Pedagogy in Health Promotion* 7 (1): 25–28.
- Idehen, F. O. 2020. »Assessing Nigerian Secondary School Students' Misconceptions in Five Basic Statistical Concepts.« *Contemporary Mathematics and Science Education* 1 (1): ep20003. <https://doi.org/10.30935/conmaths/8448>.
- Jahodova Berkova, A., in R. Nemec. 2020. »Teaching Theory of Probability and Statistics during the Covid-19 Emergency.« *Symmetry* 12 (9): 1577. <https://doi.org/10.3390/sym12091577>.
- Koleza, E., in A. Kontogianni. 2013. »Assessing Statistical Literacy: What Do Freshmen Know.« V *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8)*. Ankara: Middle East Technical University.
- Liu, X., in C. Liu. 2020. »An Empirical Analysis of Applied Statistics and Probability Statistics based on Computer Software.« V *2020 International Conference on Big Data and Social Sciences (ICBDSS)*, 69–71. Piscataway, NJ: IEEE.
- Lugo-Armenta, J. G., in L. R. Pino-Fan. 2021. »Inferential Statistical Reasoning of Math Teachers.« *Education Sciences* 11 (7): 363. <https://doi.org/10.3390/educsci11070363>.
- Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2008. *Učni načrt: matematika; gimnazija*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- . 2011. *Program osnovna šola: matematika; učni načrt*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Moore, D. S., in G. W. Cobb. 2000. »Statistics and Mathematics: Tension and Cooperation.« *The American Mathematical Monthly* 107 (7): 615–630.
- Murray, S., in I. Gal. 2002. »Preparing for Diversity in Statistics Literacy: Institutional and Educational Implications.« V *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, ur. B. Phillips. Ciudad del Cabo: IASE.
- Ong, J. K., in Shahrill, M. 2014. »Investigating Students' Competence Level in Secondary School Statistics.« V *Abstracts and Proceedings of the International Conference on Social Sciences and Humanities*, ur. F. Uslu, 912–922. Istanbul: International Organization Center of Academic Research.

- OECD. 2018. »PISA 2021 Mathematics Framework (Draft): 45th meeting of the PISA Governing Board.« EDU/PISA/GB(2018)4.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., D. Burón, Á. Aguilar-González in L. Muñiz-Rodríguez. 2021. »Secondary Mathematics Teachers' Perception of Their Readiness for Emergency Remote Teaching during the COVID-19 Pandemic: A Case Study.« *Education Sciences* 11 (5): 228. <https://doi.org/10.3390/educsci11050228>.
- Rumsey, D. J. 2002. »Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses.« *Journal of Statistics Education* 10 (3). <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910678>.
- Saidi, S. S., in N. M. Siew. 2019. »Assessing Students' Understanding of the Measures of Central Tendency and Attitude towards Statistics in Rural Secondary Schools.« *International Electronic Journal of Mathematics Education* 14 (1): 73–86.
- Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje. 2007. »Srednje poklicno izobraževanje: katalog znanja; matematika.« Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje, Ljubljana.
- Tinungki, G. M., in B. Nurwahu. 2020. »The Implementation of Google Classroom as the E-Learning Platform for Teaching Non-Parametric Statistics during COVID-19 Pandemic in Indonesia.« *International Journal of Advanced Science and Technology* 29 (4): 5793–5803.
- Watson, J. 1997. »Assessing Statistical Thinking Using the Media.« V *The Assessment Challenge in Statistics Education*, ur. I. Gal in J. Garfield, 107–121. Amsterdam: IOS Press.
- . 2006. *Statistical Literacy at School: Growth and Goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Watson, J., in R. Callingham. 2003. »Statistical Literacy: A Complex Hierarchical Construct.« *Statistics Education Research Journal* 2 (2): 3–46.
- Watson, J., N. Fitzallen, J. Fielding-Wells in S. Madden. 2018. »The Practice of Statistics.« V *International Handbook of Research in Statistics Education*, ur. D. Ben-Zvi, K. Makar in J. Garfield, 105–137. Cham: Springer.
- Wild, C. J., in M. Pfannkuch. 1999. »Statistical Thinking in Empirical Enquiry.« *International Statistical Review* 67 (3): 223–248.
- Wild, C. J., J. M. Utts in N. J. Horton. 2018. »What Is Statistics?« V *International Handbook of Research in Statistics Education*, ur. D. Ben-Zvi, K. Makar in J. Garfield, 5–36. Cham: Springer.
- Yun, H. J., E. S. Ko in Y. J. Yoo. 2016. »Students' Misconceptions and Mistakes Related to Measurement in Statistical Investigation and Graphical Representation of Data.« V *The Teaching and Learning of Statistics*, ur. D. Ben-Zvi in K. Makar, 119–120. Cham: Springer.
- Žakelj, A. 2010. Data Processing and Statistics in the Slovenian Curriculum. V *Data and Context in Statistics Education: Towards an Evidence-Based Soci-*

ety. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8, July, 2010), Ljubljana, Slovenia, ur. C. Reading. Voorburg: International Statistical Institute.

Learning and Teaching Statistics during the Remote Learning Period

We encounter statistics on a daily basis, as statistical literacy is crucial for better decision-making and for the proper interpretation of data. Although statistics is an important science, many students and adults still have great difficulty understanding and using basic statistical concepts. That is why learning and teaching statistics is important. In this paper, we present the reasons for learning and teaching statistics and the model for learning and teaching it in primary and secondary school. The model shows that practical experience and empiricism play an important role in learning and teaching statistics in primary school, as students learn basic statistical concepts, observation, data collection, their representation and correct interpretation through experiments and connections to everyday experience. In addition, high school students face more complex problems from everyday life. The paper presents some guidelines for mathematics teachers and enriches them with examples of good practice used by teachers during distance learning.

Keywords: statistics, primary school, secondary school, remote learning