

Digitalna tehnologija pri pouku matematike z uporabo interaktivnih i-učbenikov

Amalija Žakelj

Univerza na Primorskem

amalija.zakelj@pef.upr.si

Vloga in pomen informacijsko-komunikacijskih tehnologij (IKT) v svetu v zadnjih desetletjih nezadržno raste. Zavedanje o pomenu teh tehnologij ima vse večjo vlogo in vrednost tudi v šolskem prostoru. Digitalizacijo družbe in šolstva ter velike korake pri uporabi IKT pri poučevanju je spodbudila tudi epidemija koronavirusa SARS-CoV-2. V prispevku predstavljamo možnosti uporabe digitalne tehnologije pri pouku matematike z uporabo i-učbenikov za matematiko. Predstavljamo primere apletov iz i-učbenikov za matematiko, ki s svojo interaktivno naravo omogočajo učinkovito vizualizacijo mnogih matematičnih konceptov in procesov ter so lahko učinkovit mediator pri samostojnem preiskovanju in odkrivanju matematike.

Ključne besede: i-učbeniki, e-gradiva, matematika, apleti, interaktivni i-učbeniki

Uvod

Vsi šolski sistemi preverjajo, kako informacijsko-komunikacijsko tehnologijo (IKT) najučinkoviteje umestiti v pedagoški proces, tako z vidika poučevanja kot z vidika učenja. Vpliv tehnologije na razmerje učni vhod/izhod je v različnih državah različen. Aristovnik (2012) je leta 2012, upoštevajoč finančne dejavnike, PISA-rezultate, izobraženost, pokritost z internetom ter razmerje učenec/učitelj, ugotavljal ugodno razmerje za Finsko, Norveško, Belgijo in Korejo, medtem ko je Slovenija v večini modelov zasedla dokaj ugodno mesto v drugem kvartilu (Japelj Pavešić idr. 2020). Študija TALIS 2018 pa je pokazala, da so učitelji v Sloveniji v letu 2018 po uporabi IKT zaostajali za povprečno uporabo IKT v državah OECD. Hkrati je treba omeniti, da je slovenska šola do danes naredila velik korak v informatizaciji svojega dela, npr. pri komunikaciji s starši (eAsistent), objavah na spletnih straneh, vodenju evidenc in ocenjevanja ter drugih procesov, manj pa na področju uporabe IKT pri učenju in poučevanju. Pomanjkanje znanja uporabe IKT pa je tako učiteljem in šolam kot učencem in staršem postalo zares vidno s preходом na učenje na daljavo (Japelj Pavešić idr. 2020).

Uporaba IKT pri pouku spreminja proces poučevanja, premišljena in smiselna raba pa lahko pripomore k učinkovitejšemu učenju. Veliko študij izpo-

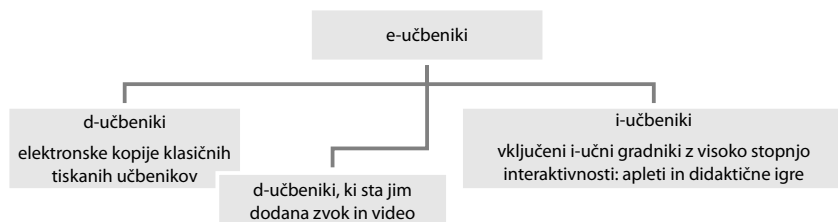
stavlja pomembnost vključevanja tehnologije v pouk (Klančar, Cotič in Žakelj 2018; Borwein in Bailey 2003; Cuban, Kirkpatrick in Peck 2001; Kokol-Voljč 2006; Lee in Hollebrands 2008). Andreja Klančar, Mara Cotič in Amalija Žakelj (2018) v raziskavi navajajo, da uporaba IKT v pedagoškem procesu omogoča različne pedagoške pristope, kot so modeliranje, simuliranje, eksperimentiranje in raziskovanje ter reševanje avtentičnih problemov, lahko pa je tudi učni pripomoček (e-gradiva, i-table, spletne učilnice, didaktične igre, animacije in simulacije itd.).

Rose Mary Zbiek (2003) poudarja pomembnost uporabe računalnika v procesu učenja in poučevanja matematike, saj premišljena uporaba omogoča razvoj matematične intuicije, razumevanje matematičnih konceptov, raziskovanje odnosov, natančno grafično ponazarjanje in raziskovanje, potrjevanje domnev, uporabo različnih strategij reševanja problemov, poskušanje in formalno dokazovanje itd.

Delia Hillmayr idr. (2020) so na podlagi obsežne metaanalize raziskav, objavljenih od leta 2000 dalje, ugotovili, da uporaba tehnologije izboljša učenje matematike in naravoslovja ter da je bila velikost učinka večja, ko so bila digitalna orodja uporabljena poleg drugih metod poučevanja in ne kot nadomestek. Podobno navaja Martina A. Rau (2017) in poudarja, da imajo fizične in virtualne predstavitve komplementarne kognitivne možnosti za konceptualno učenje. Fizične predstavitve so še posebej učinkovite pri pomoči učenecem pri učenju konceptov, ki temeljijo na gibanju ali izkušnjah iz resničnega sveta. Virtualne predstavitve so se izkazale za učinkovite pri učenju pojmov, ki opisujejo nevidne procese, povzemajo podatke, ali kadar lahko odstranitev konkretnih podrobnosti naredi sliko oziroma koncept ali situacijo nazornejšo (de Jong, Linn in Zacharia 2013; Rau 2017).

Mayer (2014) je izpostavil tri ključne dejavnike, s katerimi je utemeljil, zakaj je učenje z digitalnimi orodji lahko koristno:

- Učenci lahko organizirajo informacije v dva različna kognitivna kanala – vidnega in slušnega.
- Obdelava informacij v enem kanalu je omejena, zato je ugodno, če učna okolja spodbujajo aktivacijo obeh kanalov, da bi preprečili kognitivno preobremenitev. To je mogoče npr. s predstavitvijo zvočnih slik ali govorjenih besedil v kombinaciji s pisnimi besedili ali z vizualnimi podobami.
- Tretja odločujoča značilnost interaktivnosti je odzivnost na učenčevo delovanje med učenjem. Z uporabo interaktivnih učnih okolij lahko učenci aktivno in neposredno vplivajo na lastne učne procese.



Slika 1 E-učbeniki

Učbeniki in e-učbeniki

Učbenik je za učenca osnovno učno gradivo za doseganje vzgojno-izobraževalnih ciljev in standardov znanja, zato mora biti primerno didaktično-metodično zasnovan in s primerno grafično opremo podpirati učenje ter poučevanje. Poleg učbenika so tu še druga učna gradiva, ki so prav tako namenjena doseganju vzgojno-izobraževalnih ciljev in standardov znanja ter naj bi bila dopolnitev učbenika in ne njegovo nadomestilo.

Učbenik je lahko v tiskani, elektronski ali v tiskani in elektronski obliki. Učbeniki v elektronski obliki so razvrščeni na dve ravni. Na prvo raven e-učbenikov spadajo d-učbeniki, kar je skrajšano poimenovanje za digitalizirane učbenike. Ti so elektronske kopije klasičnih tiskanih učbenikov, torej vsebujejo samo besedilo in slike. Nekateri ponudniki ponujajo še aplikacije za delo z interaktivnimi tablam. Njihova nadgradnja so učbeniki, ki sta jim dodana zvok in video. Odvisno od prikazovalnika imajo nekateri dodana tudi preprosta vprašanja s takojšnjo povratno informacijo (Pesek, Zmazek in Mohorčič 2014).

Na tretjo raven uvrščamo i-učbenike, kar je krajše poimenovanje za interaktivne učbenike. I-učbenik opredelimo kot e-učbenik, v katerem prevladujejo (smiselno vključeni) i-učni gradniki z visoko stopnjo interaktivnosti (slika 1). Njihova ključna prednost je neposredna vključitev interaktivnih zgledov, konstrukcij in nalog v besedilo. Povratne informacije pri reševanju so lahko kakovostnejše, omogočeni so shranjevanje odgovorov, spremljava uporabnika ter širok nabor aplikacij (Pesek, Zmazek in Mohorčič 2014).

Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport objavlja Katalog potrjenih učbenikov skladno s 5. členom Pravilnika o potrjevanju učbenikov. V Katalogu potrjenih učbenikov se objavi naslov učbenika, razred, letnik, stopnjo izobraževanja, predmet, modul, program, priimek in ime avtorja oziroma prevajalca, založnika, leto potrditve ter povezavo do e-učbenika (Pravilnik o spremembah in dopolnitvah Pravilnika o potrjevanju učbenikov 2017).

V celoti e-učbenik vsebinsko obsega klasični tiskani učbenik in vadnico oziroma delovni zvezek, vendar z dodatnimi e-elementi tvori veliko učinkovitejše in spodbudnejše učno okolje za uporabnika, saj krepi moč uvida in globljega razumevanja tudi z interaktivnimi gradniki nižje, srednje in visoke stopnje (Repolusk in Zmazek 2008). Med gradnike nižje stopnje interaktivnosti uvrščamo slike, video, zvok, animacije, simulacije (multimedijski gradniki), med gradnike srednje stopnje interaktivnosti sodijo različni testi (pravično/narobe, več možnih odgovorov, dopolnjevanje...), aplete in didaktične igre pa uvrščamo med gradnike visoke stopnje interaktivnosti (Repolusk in Zmazek 2008).

Interaktivni gradniki visoke stopnje so skoraj izključno apleti, ki jih lahko, če so primerno pripravljeni, iz učnih enot i-učbenika tudi izvozimo in jih učitelj uporablja popolnoma samostojno. Bistvena razlika med e- in i-učbeniki je torej v stopnji vključene interaktivnosti.

V zadnjem obdobju vse večjega trenda uporabe IKT v izobraževanju se pojavlja vse več e-učbenikov v obliki digitaliziranih klasičnih (tiskanih) učbenikov, ki nove medije izkoriščajo le kot nadomestilo za tiskani učbenik, ter interaktivnih i-učbenikov. Slednji izkoriščajo nove medije za nadgradnjo interakcije z uporabnikom, kot jo omogoča nova tehnologija.

I-učbeniki

Tehnologija prinaša nove koncepte dela v vzgojno-izobraževalnih zavodih, še posebej z e-gradivi in i-učbeniki, ki se pojavljajo v zadnjih letih. Pri poučevanju matematike v osnovni in srednji šoli imamo na razpolago kar nekaj prostodostopnih e-gradiv: i-učbeniki (<https://eucbeniki.sio.si/>) (*Matematika 4, Matematika 5, Matematika 6, Matematika 7, Matematika 8, Matematika 9, VEGA 1, VEGA 2, VEGA 3, VEGA 4*), Nauk.si, Razlagamo.si, posnetki razlag učiteljev na Arnesu, na YouTubeu ipd.

I-učbenik ne posreduje znanja zgolj preko pisane besede in statične slike, ampak preko multimedijskih elementov, in sicer tako, da od učenca terja aktivnost. Tudi sodobni tiskani učbeniki do neke mere že izpolnjujejo to nalogo, učbeniki na spletu pa imajo v tem smislu precej večji potencial. Ta se kaže predvsem v interaktivnosti, to je v odzivanju na učenčovo dejavnost. Prevladujoča učenčeva dejavnost ni branje kot pri tiskanih gradivih, saj so razgrajeni vsebini dodani interaktivni multimedijski gradniki, didaktične igre in motivacijski elementi, ki od učenca terjajo aktivno odzivanje (Klančar, Cotič in Žakelj 2018).

Zaradi svoje interaktivne zmožnosti i-učbeniki poleg običajne vsebinske vloge prevzemajo tudi nekatere didaktične funkcije, ki so v tiskanih učbeni-

kih običajno pridržane za didaktične priročnike k posameznim učbenikom in seveda za učitelja: spodbuda k uporabi specifičnih metod dela (npr. raziskovanje z apleti, sprotne povratne informacije učencu ob posameznih dejavnostih, generiranje novih primerov nalog, multisenzorni pristop pri ponazoritvah pojmov (besedilo, slika, video, zvok, apleti)) (Lipovec, Senekovič in Repolusk 2014a). Aktivnosti v posameznem sklopu i-učbenika so oblikovane tako, da učenci osnovne pojme vizualizirajo s pomočjo multimedijskih gradnikov in z njihovo pomočjo gradijo razumevanje konceptov.

Elementi, ki so v klasičnih učbenikih statični, so v elektronski različici pogosto dinamični in nekateri interaktivni. Namesto zgolj slik in opisov lahko opazujemo posnetke, namesto slik modelov so v i-učbeniku možnosti uporabe interaktivnih navideznih modelov, namesto grafičnih predstavitev so številne predstavitve v obliki animacij. K bistveni prednosti i-učbenikov v primerjavi s tiskanimi različicami prispevajo tudi interaktivne naloge za sprotno preverjanje razumevanja pojmov in procesov ter takojšnja povratna informacija. S takojšnjim zagotavljanjem individualnih povratnih informacij učencu lahko preprečimo razvoj tipičnih napačnih predstav (Reinhold idr. 2020).

Za učinkovito uporabo i-učbenika je pomembna dobro premišljena metodična pot. Avtorji raziskave, v kateri so ugotavljali vpliv i-učbenika na različne tipe znanja, ugotavljajo, da rezultatov ne gre pripisati le mediju (torej e-obliki), ampak tudi natanko zamišljeni metodični poti podajanja vsebin (Lipovec, Senekovič in Repolusk 2014b). V urah, kjer so učenci celo uro delali samo z e-učnimi gradivi (običajno je šlo za ure utrjevanja skozi generirane naloge), je motivacija učencev na koncu padla, kadar pa so npr. uvod v uro opravili brez računalnika in potem vključili računalnik, so bili skoncentrirani do konca učne ure (Lipovec, Senekovič in Repolusk 2014b). Podobno ugotavlja tudi Ameis (2006) in opozarja, da zgolj nazornost ter interaktivnost sami po sebi ne zadoščata za učinkovito učenje, ključni sta kakovost in predstavitve e-učnih vsebin. Pomembno je kombinirano učenje. De Jong, Marcia C. Linn in Zacharia (2013) pa navajajo, da so se virtualne predstavitve pri učenju pojmov izkazale še posebej učinkovite v primerih, ko virtualne predstavitve opisujejo procese (ne statične situacije) ali kadar lahko odstranitev konkretnih podrobnosti situacijo naredi nazornejšo.

Andreja Klančar idr. (2021) so v raziskavi o vlogi vizualnih reprezentacij pri učenju geometrije v osnovni šoli pokazali, da se učenje geometrije z digitalnimi viri, kot so dinamični geometrijski programi in apleti, odraža v višjih dosežkih učencev pri reševanju geometrijskih problemov. Geometrijske situacije so bile slikovno podprte z apleti, animacijami, s simulacijami, z videoposnetki oziroma je raziskovanje geometrijskih konceptov potekalo z ma-

nipulacijo interaktivnih virtualnih predstavitev, ki spodbujajo vizualizacijo. Z uporabo digitalnih tehnologij in virov so imeli učenci na voljo tako statične kot dinamične predstavitve, pri katerih so lahko z različnih vidikov raziskovali odnose med geometrijskimi objekti. Medtem ko aplet učencem omogoča, da manipulirajo s predmeti in se učijo z iskanjem ustrezne rešitve, pa gradiva na papirju podpirajo le fiksne vizualne predstavitve, zato je učenje s preizkušanjem težje (Jancheski 2011). Z uporabo apletov in ustvarjanjem dodatnih novih primerov (pri statičnih situacijah se ustvari le omejeno število novih primerov) učenci raziskujejo odnose med geometrijskimi objekti, kar je ključno za razumevanje geometrijskih pojmov.

Dodatno apleti pri poučevanju in učenju matematike lahko prispevajo ne le na kognitivnem, temveč tudi na afektivnem področju in povečajo motivacijo (Özyurt idr. 2014; Turk in Akyuz 2016). Eden od pogosto uporabljenih argumentov za ta pozitivni učinek izhaja iz teorije samoodločanja (Deci in Ryan 2010), ki poudarja možnost lastne izbire med učnim procesom (tj. avtonomijo), doživljanje nalog kot zahtevnih, vendar ne prezapletenih (tj. kompetentnost), ter takojšnjo povratno informacijo. Prilagodljiva digitalna orodja učencem omogočajo, da sprejemajo vsebine v skladu s svojimi individualnimi učnimi potrebami, kar je lahko še posebej koristno, ko se učijo novih in abstraktnih matematičnih konceptov.

Številne druge študije kažejo, da lahko uporaba digitalnih orodij še posebej izboljša učenje in poučevanje pri predmetih, povezanih s tehnologijo, kot so matematika (Gunbas 2015), fizika (npr. Chang idr. 2008), biologija (npr. Buckley idr. 2004) ali kemija (Frailich, Kesner in Hofstein 2009).

Učenje z i-učbeniki za matematiko

Učenje z i-učbeniki spodbuja oziroma omogoča delo z digitalnimi viri, kot so dinamični geometrijski programi in apleti, manipulacijo z interaktivnimi apleti, animacijami, s simulacijami, z videoposnetki, vizualizacijo.

Churchill (2007) predlaga model klasifikacije *učnih objektov*, med katere sodijo tudi apleti, glede na način predstavitve in glede na uporabo objekta v specifičnem učnem kontekstu ter jih deli na: predstavitevne, informacijske, vadbene, kontekstualne, simulacijske in konceptualne.

V nadaljevanju s primeri prikazujemo interaktivne gradnike v i-učbenikih za matematiko, grupirane po Churchillu (2007).

Predstavitveni aplet

Predstavitveni apleti so oblikovani z namenom posredovanja vsebin obravnavane tematike, ki vodijo k doseganju učnih ciljev.

Primer predstavitvenega apleta: vzporedni premik

V ravninski evklidski geometriji učenci v 7. razredu spoznajo transformacije (zrcaljenje, premik, vrtež) in njihove lastnosti (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011).

Usmeritev za učenje. S premikanjem konice puščice razišči in opiši dogajanje (Tratar idr. 2014, 99).¹

Predstavitveni interaktivni aplet vzporedni premik predstavlja proces, ki se zgodi pri preslikavi, pri kateri original premaknemo v sliko za izbrano usmerjeno daljico. Lastnosti vzporednega premika opazujemo na primeru štirikotnika. Z animacijo lahko opazujemo ne le začetek in konec preslikave, temveč tudi sam proces, kar pri statični sliki ni mogoče.

Glavni pedagoški pomen animacije je oblikovanje predstav. Animacije omogočajo, da učenec sproži in nato opazuje proces ter ob tem spoznava učno vsebino. Animacija je močnejša kot statično podana vsebina, saj se oči vedno usmerijo vanjo. Priporočena je kratkotrajna animacija, le nekaj sekund znotraj odzivnega časa učenca, da ta ne bo imela dekoncentracijskega učinka (Rebolj 2008).

Informacijski aplet

Informacijski objekti posredujejo pomembne podatke in informacije, ki so na določenem koraku učnega procesa pomembni za razumevanje vsebine in nadaljevanje učenja: npr. v obliki tabel, miselnih vzorcev, formul, slik, animacij, videoizrezkov in drugih modalitet.

Primer informacijskega apleta v obliki slike: medsebojne lege dveh krožnic

Učenci v 6. razredu rišejo krožnici v različnih medsebojnih legah, krožnici nato povežejo in opišejo s središčno razdaljo (Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo 2011).

Usmeritve za učenje. Na prikazu sta dve krožnici. S premikanjem središča B opazuj različne lege med krožnicama in razdaljo med središčema krožnic. Opiši ugotovitve (Tadina Bence idr. 2014, 610).

Informacija in razlaga. Razdalja med središčema se spreminja. Krožnici se lahko sekata v dveh točkah, dotikata v eni točki ali pa nimata skupne točke (Tadina Bence idr. 2014, 610).²

¹ <https://eucbeniki.sio.si/matematika7/643/index2.html>.

² Glej <https://eucbeniki.sio.si/matematika6/545/index2.html>.

Konceptualni aplet

Interaktivni konceptualni apleti nudijo možnosti vizualizacije matematičnih konceptov in procesov ter tako omogočajo odkrivanje relacij temeljnega preučevanega pojma. S svojo interaktivno naravo omogočajo učinkovito vizualizacijo in so lahko učinkovit mediator pri samostojnem preiskovanju ter odkrivanju matematičnih konceptov in procesov.

Primer konceptualnega apleta: raziskovanje ploščine trikotnika

Izpeljava obrazca za ploščino trikotnika se začne na konkretni ravni, s prepogibanjem papirja, s preoblikovanjem trikotnika v pravokotnik. Postopek je viden v galeriji slik. Z opazovanjem preoblikovanega trikotnika v pravokotnik učenci ugotavljajo/raziskujejo ploščino trikotnika. Sledi izpeljava formule (Tratar idr. 2014, 376).³

Sledi izpeljava formule za ploščino trikotnika z uporabo konceptualnega interaktivnega apleta.

Usmeritve za učenje. S premikanjem drsnika opazuj preoblikovanja trikotnika v pravokotnik. Z interaktivnim apletom lahko opazujemo proces preoblikovanja trikotnika v pravokotnik. Animacija nazorno prikazuje preoblikovanje trikotnika z osnovnico c in v_c v pravokotnik s stranicama ($a = c$ in $b = 1/2v_c$), iz česar sklepamo na ploščino trikotnika $p = (cv_c)/2$ (Tratar idr. 2014, 376).⁴

Primer konceptualnega apleta: računanje ploščine trikotnika

Usmeritve za učenje. S premikanjem oglišč trikotnika A , B in C spreminjaš njegovo obliko. Če premikamo samo oglišče C po premici, ki je vzporedna osnovnici c , se ploščina trikotnika ABC ne spremeni, saj ne spreminjamo niti osnovnice c niti višine v_c na osnovnico c . Če premikamo oglišči A in B , se ploščina trikotnika spreminja, saj se spreminja dolžina stranice c (Tratar idr. 2014, 377).⁵

Uporaba konceptualnih apletov lahko učinkovito pripomore k izgradnji matematičnega znanja učencev. Prilagodljiva digitalna orodja učencem omogočajo, da sprejemajo vsebine v skladu z svojimi individualnimi učnimi potrebami, kar je lahko še posebej koristno pri učenju novih in abstraktnih matematičnih konceptov.

³ Glej <https://eucbeniki.sio.si/matematika7/1243/index1.html>.

⁴ Glej <https://eucbeniki.sio.si/matematika7/1243/index1.html>.

⁵ Glej <https://eucbeniki.sio.si/matematika7/1243/index2.html>.

Vadbeni aplet

Roxana Moreno in Mayer (2007) navajata, da pouk v interaktivnih učnih okoljih lahko izboljša učenje, pri čemer izpostavljata pomen povratne informacije, tempo in vodeno dejavnost.

V digitalna orodja je mogoče implementirati tudi povratne informacije učencem o pravilnosti reševanja. Obstajajo empirični dokazi, da imajo lahko povratne informacije pozitiven učinek na učenje, vendar pa je pojasnjevalna povratna informacija koristnejša kot zgolj povratna informacija o pravilnosti reševanja (Hattie in Timperley 2007). Pojasnjevalna povratna informacija zagotavlja informacije o tem, zakaj so učenčevi odgovori pravilni ali nepravilni, zato lahko pomaga odpraviti obstoječe napačne predstave (Moreno in Mayer 2007).

Večina interaktivnih nalog v i-učbeniku učencu nudi sprotno povratno informacijo, ki se nahaja ob nalogah. V primeru nerazumevanja lahko učenec dejavnost ponovi, pri čemer se situacija delno spremeni, kar pomeni odmik od učenja na pamet in omogoča pot k razumevanju preko različnih primerov. Tovrstne naloge vsebujejo multimedijske gradnike, ki omogočajo premikanje elementov in s tem spreminjanje podatkov. S tem lahko učenec generira nove primere. Naloge ponujajo možnosti ponovnega reševanja danega primera ali izbiro novega primera. Zagotovljena je povratna informacija.

Vadbeni objekti omogočajo utrjevanje določenih procedur z ustreznimi povratnimi informacijami, kar je lahko zasnovano na različne načine: od izpolnjevanja križank, premikanja objektov za izpolnitev določene naloge pa do uporabe izobraževalnih iger in odgovarjanj na vprašanja – kvizi.

Primer vadbenega apleta: ploščina trikotnika

Interaktivni aplet ploščina trikotnika je primer vadbenega objekta z možnostjo generiranja novih primerov ter dano povratno informacijo (Tratar idr. 2014, 379).⁶

Simulacijski aplet

Posebna vrsta učne animacije je učna simulacija. To je abstrahirani posnetek realnosti, v katerem smo odstranili vse nebistveno za učno temo. *Simulacije* omogočajo predstavitev realnih sistemov ali procesov, učencu pa omogočajo preiskovanja, običajno po metodi poskus – napaka.

⁶ <https://eucbeniki.sio.si/matematika7/1243/index5.html>.

Primer simulacijskega apleta: modeliranje s kvadratno funkcijo

Jure je vrgel na koš prosti met, Jakob pa je dogajanje posnel s kamero. Izmerila sta položaj žoge v določenih trenutkih. Podatke sta predstavila v preglednici, kjer je x oddaljenost žoge od koša, y pa višina žoge.

$x[m]$	5,2	4,8	4,1	3,4	2,6	1,3	0,5
$y[m]$	2,2	2,7	3,4	3,8	4,1	4,0	33,5

Usmeritve za učenje. Z drsnikom poišči prilagoditveno funkcijo, ki se podatkom najbolj prilega (Škrlec idr. 2015, 598).⁷

Ugotovitev. Prilagoditvena funkcija je kvadratna funkcija

$$y = -0,22x^2 + 0,95x + 3,1.$$

Usmeritev učencem za nadaljnje raziskovanje. Podatki iz preglednice so predstavljeni na aktivni sliki. Podatke iz preglednice prenesi v program za dinamično geometrijo ali delo s podatki in poišči ustrezno prilagoditveno funkcijo še sam.

Kontekstualni aplet

Kontekstualne predstavitve omogočajo preiskovanja matematičnih in realističnih pojavov ter zbiranje podatkov, običajno z namenom reševanja problemov.

Primer realističnega kontekstualnega apleta: polnjenje vrča z vodo

Maja v vrč naliva vodo. Odpri pipo in opazuj polnjenje vrča. Katere količine se pojavijo v nalogi in koliko se med seboj povežane?

Usmeritev za učenje. Zaženi animacijo (Gorše Pihler idr. 2014, 185).⁸

Primer kontekstualne predstavitve apleta *polnjenje vrča z vodo* je primer animacije, s katero prikazujemo premosorazmerno odvisnost dveh količin. Z animacijo spremljamo spreminjanje vrednosti odvisne spremenljivke (prostornina vode v vrču) v odvisnosti od spreminjanja vrednosti neodvisne spremenljivke (čas). Animacija omogoča, da učenec sproži in vzporedno opazuje proces polnjenja vrča z vodo ter proces nastajanja grafa, ki ponazarja premosorazmerno odvisnost prostornine in časa.

Učenca skozi proces vodi tudi razlaga. Čas in prostornina vode v vrču sta odvisni količini. Obe svoje vrednosti spreminjata, zato ju imenujemo spre-

⁷ Glej <https://eucbeniki.sio.si/vega3/417/index1.html>.

⁸ Glej <https://eucbeniki.sio.si/mat9/885/index.html>.

menljivki. Prostornina vode v vrču je odvisna od časa, v katerem je pipa odprta. Zato je čas neodvisna, prostornina vode v vrču pa odvisna spremenljivka.

Primer kontekstualnega apleta (matematični kontekst): obseg in ploščina kvadrata

Usmeritev za učenje. Povleci točko *B*. Opazuj dogajanje (Gorše Pihler idr. 2014, 185).⁹ Katere količine se spreminjajo? Katera količina je odvisna? Katera količina je neodvisna? Katere količine so med seboj povezane?

Animacija omogoča, da učenec sproži in vzporedno opazuje proces spreminjanja obsega oziroma ploščine kvadrata, ko se spreminja dolžina stranice kvadrata. Učenca skozi proces vodi tudi razlaga.

Ugotovitev. S spreminjanjem lege točke *B* spreminjamo dolžino stranice kvadrata. S spremembo dolžine stranice kvadrata spreminjamo obseg in ploščino kvadrata. Dolžina stranice je neodvisna, obseg in ploščina pa odvisni količini.

Obseg in ploščina sta odvisna od dolžine stranice. Odvisnosti lahko zapišemo s formulama: $o = 4a$ in $p = a^2$. Odvisnost obsega in ploščine od dolžine stranice lahko prikažemo z grafoma (Gorše Pihler idr. 2014, 185).¹⁰

Zgoraj predstavljene skupine učnih objektov lahko obsegajo predstavitve v različnih modalitetah (besedilo, slika, videoizrezek itd). Sodobne tehnologije z interaktivnimi zmožnostmi omogočajo koncentracijo velike količine informacij na majhnem prostoru (npr. uporaba prostorsko nezahtevnega apleta lahko pripelje do mnogih spoznanj o obravnavani tematiki – v primerjavi z njo bi bila lahko predstavitev z besedilom prostorsko obsežnejša, predvsem pa manj nazorna in manj učinkovita s stališča učenčevih lastnih naporov za izgradnjo znanja).

Zaključek

Interaktivna e-gradiva oziroma i-učbeniki za matematiko so lahko učencem in dijakom v pomoč ter dopolnitev pri učenju, samostojnem raziskovanju matematičnih zakonitosti, pri preiskovanju in raziskovanju idr., vendar le pod pogojem, da jih znajo uporabljati. Za učinkovito uvajanje in sistematično učenje ter delo s tiskanimi ali z e-gradivi (i-učbeniki) je potrebno učence naučiti, kako jih uporabljati, sicer si z njimi ne bodo znali pomagati in posledično bo učenje neučinkovito (Japelj Pavešić idr. 2020). Delia Hillmayr idr. (2020) ter

⁹ Glej <https://eucbeniki.sio.si/mat9/885/index.html>.

¹⁰ Glej <https://eucbeniki.sio.si/mat9/885/index.html>.

Barbara Japelj Pavešić idr. (2020) opozarjajo tudi, da na učinkovitost učenja in poučevanja z uporabo digitalnih tehnologij vplivata tudi usposobljenost učiteljev za delo z digitalnimi orodji ter njihov odnos do uporabe digitalnih orodij pri učenju in poučevanju.

Epidemija koronavirusa SARS-CoV-2 in poučevanje na daljavo sta učitelje prisilila v intenzivno uporabo digitalnih tehnologij ter e-gradiv. Mlajši učitelji so imeli pri uporabi digitalnih tehnologij bistveno manj težav kot pa starejše generacije učiteljev. Ves čas dela na daljavo so se učitelji intenzivno izobraževali, izpopolnjevali svoje znanje na področju uporabe novejših IKT-orodij in s tem pridobivali nove kompetence (Japelj Pavešić idr. 2020).

Literatura

- Ameis, J. A. 2006. *Mathematics on the Internet: A Resource for K-12 Teachers*. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Merrill Prentice Hall.
- Aristovnik, A. 2012. »The Impact of ICT on Educational Performance and its Efficiency in Selected EU and OECD Countries: A Non-Parametric Analysis.« *Online Journal of Educational Technology* 11 (3): 144–152.
- Borwein, J. M., in D. H. Bailey. 2003. *Mathematics by Experiment: Plausible Reasoning in the 21st Century*. Wellesley, MA: AK Peters.
- Buckley, B., J. Gobert, A. C. H. Kindfield, P. Horwitz, R. F. Tinker, B. Gerlits in J. Willett. 2004. »Model-Based Teaching and Learning with BioLogicaTM: What Do They Learn? How Do They Learn? How Do We Know?« *Journal of Science Education and Technology* 13 (1): 23–41.
- Chang, K.-E., Y.-L. Chen, H.-Y. Lin in Y.-T. Sung. 2008. »Effects of Learning Support in Simulation-Based Physics Learning.« *Computers in Education* 51 (4): 1486–1498.
- Churchill, D. 2007. »Towards a Useful Classification of Learning Objects.« *Educational Technology Research and Development* 55 (5): 479–497.
- Cuban, L., H. Kirkpatrick in C. Peck. 2001. »High Access and Low Use of Technologies in High School Classrooms: Explaining an Apparent Paradox.« *American Educational Research Journal* 38 (4): 813–834.
- Deci, E. L., in R. M. Ryan. 2010. »Self-Determination.« V *The Corsini Encyclopedia of Psychology*, ur. I. B. Weiner in W. E. Craighead, 1–2. 4. izd. Hoboken, NJ: Wiley.
- de Jong, T., M. C. Linn in Z. C. Zacharia. 2013. »Physical and Virtual Laboratories in Science and Engineering Education.« *Science* 340 (6130): 305–308.
- Frailich, M., M. Kesner in A. Hofstein. 2009. »Enhancing Students' Understanding of the Concept of Chemical Bonding by Using Activities Provided on an Interactive Website.« *Journal of Research in Science Teaching* 46 (3): 289–310.
- Gorše Pihler, M., V. Tadina Bence, R. Šabader, J. Tratar, N. Bajramović, B. Mahnič, M. Pev, A. Štahr, M. Kociper in V. Lešnik. 2014. *Matematika 9: i-učbenik*

- za matematiko v 9. razredu osnovne šole. Ur. J. Senekovič. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Gunbas, N. 2015. »Students' Mathematics Word Problem-Solving Achievement in a Computer-Based Story.« *Journal of Computer Assisted Learning* 31 (1): 78–95.
- Hattie, J., in H. Timperley. 2007. »The Power of Feedback.« *Review of Educational Research* 77 (1): 81–112.
- Hillmayr, D., L. Ziernwald, F. Reinhold, S. I. Hofer in K. M. Reiss. 2020. »The Potential of Digital Tools to Enhance Mathematics and Science Learning in Secondary Schools: A Context-Specific Meta-Analysis.« *Computers in Education* 153:103897. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>.
- Jancheski, M. 2011. »The Importance of Animations and Simulations in the Process of E Learning.« V *Proceedings of the Eighth Conference On Informatics And Information Technology (CIIT 2011)*, ur. A. Madevska-Bogdanova, V. Dimitrova in D. Spasov, 177–181. Bitola: Institute of Informatics, Faculty of Natural Sciences and Engineering.
- Japelj Pavešič, B., M. Peršolja in A. Špegel Razbornik. 2020. *Zaostajanje uporabe IKT za poučevanje v slovenskih osnovnih in srednjih šolah: sekundarna študija na osnovi podatkov TALIS 2018, razširjena s študijama primerov poučevanja matematike na daljavo v osnovni in srednji šoli*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Klančar, A., M. Cotič in A. Žakelj. 2018. *Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije pri pouku geometrije v osnovni šoli*. Koper: Založba Univerza na Primorskem.
- Klančar, A., A. Istenič Starčič, M. Cotič in A. Žakelj. 2021. »Problem-Based Geometry in Seventh Grade: Examining the Effect of Path-Based vs. Conventional Instruction on Learning Outcomes.« *International Journal: Emerging Technologies in Learning* 16 (12): 16–35.
- Kokol-Voljč, V. 2006. »Razvoj osnovnih matematičnih pojmov z uporabo programov za dinamično geometrijo: dinamična ponazoritev.« *Pedagoška obzorja* 21 (1): 34–47.
- Lee, H., in K. Hollebrands. 2008. »Preparing to Teach Mathematics with Technology: An Integrated Approach to Developing Technological Pedagogical Content Knowledge.« *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education* 8 (4): 326–341.
- Lipovec, A., J. Senekovič in J. Repolusk. 2014a. »Načini uporabe i-učbenika.« V *Slovenski i-učbeniki*, ur. I. Pesek, B. Zmazek in V. Milekšič, 118–141. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- . 2014b. »Evalvacija i-učbenikov za matematiko v OŠ.« V *Slovenski i-učbeniki*, ur. I. Pesek, B. Zmazek in V. Milekšič, 179–196. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Mayer, R. E. 2014. »Cognitive Theory of Multimedia Learning.« V *The Cambridge*

- Handbook of Multimedia Learning*, ur. R. E. Mayer, 31–48. New York: Cambridge University Press.
- Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 2011. *Učni načrt: program osnovna šola; matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport in Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Moreno, R., in R. Mayer. 2007. »Interactive Multimodal Learning Environments: Special Issue on Interactive Learning Environments; Contemporary Issues and Trends.« *Educational Psychology Review* 19 (3): 309–326.
- Özyurt, Ö., H. Özyurt, B. Güven in A. Baki. 2014. »The Effects of UZWEBMAT on the Probability Unit Achievement of Turkish Eleventh Grade Students and the Reasons for Such Effects.« *Computers in Education* 75:1–18.
- Pesek, I., B. Zmazek in G. Mohorčič, ur. 2014. *Slovenski i-učbeniki*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Pravilnik o spremembah in dopolnitvah Pravilnika o potrjevanju učbenikov. 2017. *Uradni list Republike Slovenije*, št. 27. <https://www.uradni-list.si/1/objava.jsp?sop=2017-01-1511>.
- Rau, M. A. 2017. »How Do Students Learn to See Concepts in Visualizations? Social Learning Mechanisms with Physical and Virtual Representations.« *Journal of Learning Analytics* 4 (2): 240–263.
- Rebolj, V. 2008. *E-izobraževanje: skozi očala pedagogike in didaktike*. Didakta: Radovljica.
- Reinhold, F., S. Hoch, B. Werner, J. Richter-Gebert in K. Reiss. 2020. »Learning Fractions with and without Educational Technology: What Matters for High Achieving and Low-Achieving Students?« *Learning and Instruction* 65:101264. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.101264>.
- Repolusk, S., in B. Zmazek. 2008. »Interaktivnost in e-učna gradiva E-um.« V *Zbornik Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT – SIRIKT 2008, Kranjska Gora, 14. do 19. april 2008*, ur. M. Orel, M. Vreča, S. Matjašič in M. Kosta, 332–336. Ljubljana: Arnes.
- Škrlec, M., I. Rauter Repija, S. Pustavrh, O. Jericijo, V. Zmazek, D. Ivanec in A. Mohorčič. 2015. *VEGA 3: i-učbenik za matematiko v 3. letniku gimnazije*. Ur. S. Repolusk. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Tadina Bence, V., R. Šabeder, A. Štahe, M. Gorše Pihler, M. Juričinec, P. Žurej in M. Pev. 2014. *Matematika 6: i-učbenik za matematiko v 6. razredu osnovne šole*. Ur. J. Senekovič. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Tratar, J., B. Mahnič, V. Lešnik, A. Štahr, M. Pev, A. Miklavčič-Jenič, A. Hauptman in V. Tadina Bence. 2014. *Matematika 7: i-učbenik za matematiko v 7. razredu osnovne šole*. Ur. Jože Senekovič. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Turk, H. S., in D. Akyuz. 2016. »The Effects of Using Dynamic Geometry on Eighth Grade Students' Achievement and Attitude towards Triangles.« *International Journal for Technology in Mathematics Education* 23 (3): 95–102.

Zbiek, R. M. 2003. »Using Technology to Foster Mathematical Meaning through Problem Solving.« V *Teaching Mathematics through Problem Solving*, ur. H. L. Schoen in R. I. Charles, 93–104. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Digital Technology in Maths Lessons Using Interactive I-Textbooks

The role and importance of Information and Communication Technologies (ICT) in the world in recent decades has been growing irrevocably. Awareness of the importance of these technologies also plays an increasingly greater role and value in the school space. Digitalization of society and education, as well as major steps in the use of ICT in teaching, has also been encouraged by the corona virus epidemic (SARS-CoV-2). The paper presents the possibilities of using digital technology in Mathematics lessons using i-textbooks for mathematics. We present examples of applets from i-textbooks for mathematics, which, with their interactive nature, enable effective visualization of many mathematical concepts and processes, thus possibly becoming an effective mediator in independent study and exploration of mathematics

Keywords: i-textbooks, e-materials, mathematics, applets, interactive textbooks