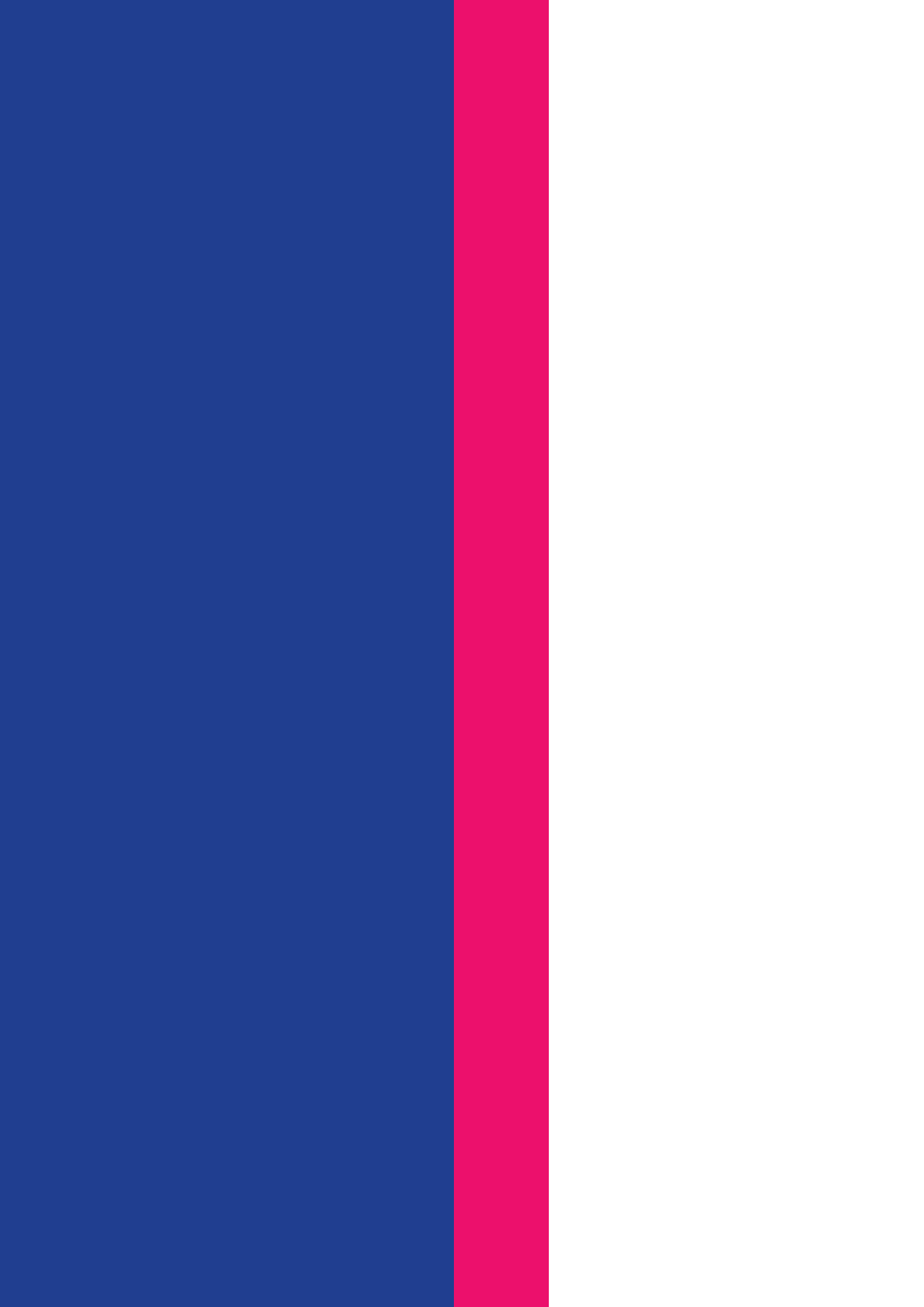


Andreja **Klančar** • Mara **Cotič** • Amalija **Žakelj**

# Učenje in poučevanje geometrije z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije v osnovni šoli





Učenje in poučevanje geometrije z uporabo  
informacijsko-komunikacijske tehnologije  
v osnovni šoli



REPUBLIKA SLOVENIJA  
**MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,  
ZNANOST IN ŠPORT**



**EVROPSKA UNIJA**  
EVROPSKI  
SOCIALNI SKLAD  
NALOŽBA V VAŠO PRIHODNOST

Inovativne in prožne oblike poučevanja in učenja v pedagoških študijskih programih. Operacijo delno financira Evropska unija iz Evropskega socialnega sklada ter Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport. Operacija se izvaja v okviru Operativnega programa za izvajanje evropske kohezijske politike v obdobju 2014–2020, prednostna os: 10. Znanje, spretnosti in vseživljenjsko učenje za boljšo zaposljivost; prednostna naložba: 10.1 Izboljšanje enakega dostopa do vseživljenjskega učenja za vse starostne skupine pri formalnih, neformalnih in priložnostnih oblikah učenja, posodobitev znanja, spretnosti in kompetenc delovne sile ter spodbujanje prožnih oblik učenja, tudi s poklicnim svetovanjem in potrjevanjem pridobljenih kompetenc; specifični cilj: 10.1.3 Spodbujanje prožnih oblik učenja ter podpora kakovostni karierni orientaciji za šolajočo se mladino na vseh ravneh izobraževalnega sistema.

Publikacija je brezplačna.

# Učenje in poučevanje geometrije z uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije v osnovni šoli

Andreja Klančar

Mara Cotič

Amalija Žakelj



**Učenje in poučevanje geometrije  
z uporabo informacijsko-komunikacijske  
tehnologije v osnovni šoli**

Andreja Klančar, Mara Cotič in Amalija Žakelj

*Recenzenta* · Darjo Felda in Sanja M. Maričić

*Oblikovanje naslovnice* · Tina Cotič

*Lektoriranje* · Davorin Dukič

*Risbe, oblikovanje in tehnična ureditev* · Alen Ježovnik

*Knjižnica Ludus* · 13 · ISSN 2630-3809

*Urednica zbirke* · Silva Bratož

*Izdala in založila* · Založba Univerze na Primorskem

Titov trg 4, 6000 Koper

[www.hippocampus.si](http://www.hippocampus.si)

*Glavni urednik* · Jonatan Vinkler

*Vodja založbe* · Alen Ježovnik

*Koper* · 2019

*Digitalna izdaja*

© 2019 Univerza na Primorskem

<http://www.hippocampus.si/ISBN/978-961-7055-63-4.pdf>

<http://www.hippocampus.si/ISBN/978-961-7055-64-1/index.html>

<https://doi.org/10.26493/978-961-7055-63-4>



Katalogni zapis o publikaciji (CIP) pripravili  
v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID=299731200

ISBN 978-961-7055-63-4 (pdf)

ISBN 978-961-7055-64-1 (html)

# Kazalo

Seznam slik · 7

Seznam preglednic · 9

## **1 Uvod · 11**

## **2 Didaktika matematike v osnovni šoli · 13**

Teorije učenja in poučevanja · 14

Reprezentacije · 30

Metode poučevanja matematike · 61

Didaktična sredstva pri pouku matematike · 65

## **3 Informacijsko-komunikacijska tehnologija · 69**

Sodobna izobraževalna in informacijsko-komunikacijska tehnologija  
pri poučevanju · 73

Prednosti in pomanjkljivosti vključevanja informacijsko-komunikacijske  
tehnologije pri poučevanju in učenju · 80

Vključevanje izobraževalne tehnologije v pouku matematike · 90

## **4 Pouk geometrije v osnovni šoli · 95**

Geometrija · 95

Cilji in vsebine pouka geometrije v 3. triletju osnovne šole · 98

Didaktična sredstva in vizualizacija osnovnih geometrijskih pojmov · 99

Geometrijski problemi v osnovni šoli · 101

## **5 Model problemskega pouka geometrije z IKT · 113**

Praktična izpeljava modela problemskega pouka geometrije z uporabo IKT  
za vsebino o obsegih in ploščinah trikotnikov in štirikotnikov  
v 7. razredu osnovne šole · 113

## **6 Sklepne ugotovitve · 133**

Literatura · 135

Imensko kazalo · 149

Stvarno kazalo · 153





# Seznam slik

- 2.1 Didaktični trikotnik · 21
- 2.2 Trikotniško pravilo · 35
- 2.3 Primer grafične reprezentacije – vsota notranjih kotov trikotnika · 36
- 2.4 Prehod s slikovne na simbolno raven · 37
- 2.5 Transformacija · 43
- 2.6 Primer dejavnosti za razvoj osnovnih znanj · 46
- 2.7 Primer dejavnosti za razvoj konceptualnega znanja · 47
- 2.8 Primer naloge, ki preverja rutinska proceduralna znanja · 49
- 2.9 Primer naloge, ki preverja kompleksna proceduralna znanja · 49
- 2.10 Primer naloge, ki preverja problemska znanja · 51
- 3.1 Predvidena učna pot · 75
- 3.2 Posnetek spletne učilnice z e-gradivi · 76
- 3.3 Diferenciacija nalog · 76
- 4.1 1. postulat · 96
- 4.2 2. postulat · 97
- 4.3 3. postulat · 97
- 4.4 Krožnica · 105
- 4.5 Simetrala daljice · 105
- 4.6 Vzporednici k dani premici · 105
- 4.7 Simetrala kota · 106
- 4.8 Krožnica, ki poteka skozi tri dane nekolinearne točke · 106
- 4.9 Konstrukcija štirikotnika s pomožnim likom · 107
- 4.10 Konstrukcija trikotnika z dvema rešitvama · 108
- 4.11 Primer problemske naloge · 109
- 4.12 Primer zaprtega geometrijskega problema: površina kocke · 111
- 4.13 Primer zaprtega geometrijskega problema: ploščina štirikotnika · 111
- 4.14 Primer zaprtega geometrijskega problema: življenjska situacija · 112
- 5.1 Predvidena učna pot · 116
- 5.2 Iskanje vsiljivca · 117
- 5.3 Dolžina ograje · 118
- 5.4 Obsegi trikotnikov in štirikotnikov · 118
- 5.5 Računanje obsega štirikotnika · 119
- 5.6 Računanje neznane stranice štirikotnika · 119
- 5.7 Pašnik – problemska naloga z vizualno oporo · 120
- 5.8 Indirektna naloga brez slikovne opore 1 · 120
- 5.9 Indirektna naloga brez vizualne opore 2 · 120
- 5.10 Interaktivna naloga Merjenje ploščine s tlakovanjem · 122

- 5.11 Določanje ploščine lika, narisane na kvadratni mreži · 122
- 5.12 Računanje ploščine pravokotnika · 122
- 5.13 Ponovitev obrazca za ploščino kvadrata · 123
- 5.14 Problemska naloga o zaporedju · 123
- 5.15 Preoblikovanje paralelograma · 124
- 5.16 Zapis obrazca za ploščino paralelograma · 124
- 5.17 Naloga o ploščini paralelograma s slikovno podporo · 125
- 5.18 Ploščinsko enaki paralelogrami · 125
- 5.19 Ploščina romba · 125
- 5.20 Računanje obsega in ploščine paralelograma · 126
- 5.21 Računanje ploščine romba · 126
- 5.22 Geometrijski izziv · 126
- 5.23 Preoblikovanje trapeza v pravokotnik · 127
- 5.24 Preoblikovanje trapeza v paralelogram · 127
- 5.25 Računanje ploščine trapeza · 128
- 5.26 Računanje ploščine trapeza · 128
- 5.27 Računanje osnovnice in obsega trapeza · 129
- 5.28 Trapez v koordinatni mreži · 129
- 5.29 Ploščina deltoida – uvodni izziv · 130
- 5.30 Raziskovanje ploščine deltoida s pomočjo predstavitve Power Point · 130
- 5.31 Raziskovanje ploščine deltoida s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku · 130
- 5.32 Ploščina trikotnika – uvodna aktivnost · 131
- 5.33 Raziskovanje ploščine trikotnika · 132
- 5.34 Raziskovanje ploščine pravokotnega trikotnika s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku · 132

# Seznam preglednic

- 2.1 Poglavitne značilnosti konstruktivističnega učenja · 19
- 2.2 Most od konkretnega proti abstraktnemu · 36
- 2.3 Kako je znanje skonstruirano · 41
- 2.4 Rerezentacije · 47
- 2.5 Elementi problemskega znanja · 50
- 2.6 Opisni kriteriji spremljanja problemskih znanj · 55
- 2.7 Opisni kriteriji znanja pri reševanju problemov glede na raven doseženega znanja · 56
- 3.1 Primerjava med tradicionalnimi in novimi učnimi okolji · 83
- 5.1 Primerjava modela pouka z uporabo IKT s tradicionalnim poukom · 114



## Uvod

Geometrija, ena najstarejših znanosti, je pomembno področje šolske matematike. Pouk geometrije v osnovni šoli temelji na ustreznem uvajanju geometrijskih pojmov, ki so osnova za gradnjo prostorskih predstav. Poudarjena je uporaba konstruktivističnega pristopa, ki izpostavlja aktivno vlogo učencev pri konstrukciji znanja v procesu odkrivanja in raziskovanja.

Vključevanje informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) v pouk geometrije pomeni dopolnitev in obogatitev učnega procesa, saj nam omogoča večjo nazornost, natančnost in dinamičnost pri predstavljanju predmetov, pojavov in procesov. Osrednjega pomena je vizualizacija matematičnih pojmov, saj so grafične ponazoritve geometrijskih pojmov z uporabo IKT, v primerjavi s klasičnimi geometrijskimi konstrukcijami, veliko reprezentativnejše.

Uporaba učne tehnologije sama po sebi še ne zagotavlja večje kakovosti v izobraževanju, vendar omogoča nove pristope ter z njihovo uporabo tudi učinkovito usvajanje različnih vrst znanj.

Kljub temu, da so digitalne tehnologije že del vsakdanjega življenja in dela, Evropska unija (EU) ocenjuje, da v sistemih izobraževanja in usposabljanja po Evropi še niso v celoti izkoriščene. V slovenskih šolah je raba IKT pri pouku povprečna glede na države EU oziroma od povprečja nekoliko odstopa navzdol (MIZŠ, 2016). Kljub priporočilom in široki dostopnosti IKT so razlike med priporočili in dejansko uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) pri pouku, in učenju matematike nasploh, še naprej velike. Prav tako v Sloveniji ni konkretnih, ki bi dokazovale vpliv IKT na aktivne oblike in uspešnost učenja matematike.

V slovenskem prostoru se pojavljata pretežno dva modela pouka: tradicionalni, transmisijsko usmerjen, ter kognitivno-konstruktivistični ali transformacijski model. Pri tradicionalnem modelu pouka je učiteljeva vloga usmerjena v podajanje znanja, učenje pa je naravnano k usvajanju konkretnih vsebin in predvsem proceduralnih znanj. Kognitivno-konstruktivistični model pouka zahteva problemsko naravnane metode in pristope, kjer je učitelj pozoren ne samo na »kvantiteto«, temveč tudi na »kvaliteto« učenčevega predznanja. Učitelj načrtno izvablja učenčeve izkušnje, stališča in poglede, jih sooča z nepopolnostjo in s konfliktnostjo ter jim s prilagojeno didaktično podporo pomaga pri rekonstrukciji znanja. Pri tem so poudarjeni pomen učenčeve

aktivnosti v vseh učnih etapah, sodelovanje in izmenjava izkušenj ter pogledov med učenci in načrtno pridobivanje spretnosti učenja. Pri takem pouku učenec postopoma prevzema vse večji del odgovornosti za proces pridobivanja znanja in osebnega razvoja ter se usposablja za vseživljenjsko učenje (Valenčič Zuljan, 2002).

V pričujoči monografiji v teoretičnem delu predstavljamo širši pregled področja didaktike matematike s poudarkom na problemskem pouku ter vključevanju IKT v pouk geometrije. Predstavljamo in utemeljujemo model problemskega pouka geometrije z uporabo IKT, ki v ospredje postavlja vizualizacijo geometrijskih pojmov preko različnih reprezentacij ter razvijanje sposobnosti prehajanja med njimi, kar je ključno za razvoj problemskih znanj.

Model problemskega pouka geometrije z uporabo IKT, ki smo ga preizkusili v šolski praksi, smo oblikovali tako, da učenci skozi različne aktivnosti z uporabo IKT usvojijo osnovne geometrijske pojme, h geometriji pristopajo problemsko ter tako razvijajo znanja in strategije za uspešno reševanje različnih matematičnih (geometrijskih) problemov in problemov iz vsakdanjega življenja. Pri tem so poudarjeni pomembna vloga rabe IKT pri spodbujanju individualizacije učnega procesa, njen vpliv na enostavnejšo vizualizacijo osnovnih geometrijskih pojmov ter reševanje in raziskovanje geometrijskih problemov.

Pričujoča monografija pomembno prispeva k razvoju metod in oblik učenja in poučevanja matematike ter tako predstavlja kakovosten prispevek na področju splošne didaktike kot tudi specialne didaktike matematike.

Tehnološki napredek, razvoj informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) ter izsledki nevroznanosti vplivajo na spremembe izobraževalnih praks in posledično na spremembe v razvoju didaktike. Če so bile v preteklosti izobraževalne ustanove eden glavnih »virov znanja«, temu danes ni več tako, saj so informacije posamezniku dostopne tako rekoč na vsakem koraku. Otroci se s tehnologijo in poplavo informacij srečujejo že v zgodnjem otroštvu in s seboj v šolski prostor prinašajo drugačne izkušnje in znanja, kot so jih generacije pred desetletji. Živimo v dobi, kjer ni težava pridobivanje informacij, temveč njihovi smiselna selekcija in smotrna uporaba. Z razvojem IKT se tako zmanjšuje pomen faktografskega znanja in proceduralnih znanj, saj so nam pri izvajanju procedur v pomoč različna orodja in aplikacije na naših elektronskih napravah. Vendar razvoja omenjenih znanj ne moremo preprosto zapostaviti, saj sta razvoj miselnih predstav ter razumevanje matematičnih pojmov in dejstev ključna za konstrukcijo znanja in hkrati tudi pogoj za njegov transfer. Žakelj (2003) navaja, da je za razvoj kognitivne strukture in kakovost nadaljnega učenja pomembno tako deklarativno kot tudi proceduralno in metakognitivno znanje.

Z razvojem in uporabo IKT se je torej zmanjšal pomen proceduralnih znanj, povečala se je potreba po problemskih znanjih oziroma kompleksnem znanju, ki vključuje vse od temeljnih spretnosti branja, računanja do razumevanja kompleksnih problemov in načinov njihovega reševanja. Govorimo o spremembi pojmovanja znanja od enoznačnega in nespremenljivega h kompleksnemu in dinamičnemu znanju (Žakelj, 2003).

Prav tako se spreminjajo tudi pristopi učenja in poučevanja. Sodobni pristopi učenja in poučevanja temeljijo na aktivni vključenosti učenca v procesu učenja. Cilj poučevanja matematike ni samo prenos matematičnih znanj, temveč proces, skozi katerega učenci matematiko odkrivajo, raziskujejo probleme in s tem gradijo svoje znanje. Usvajanje konkretnih vsebin se dopolnjuje s konceptualnimi in procesnimi znanji oziroma z znanji, naravnanimi k iskanju poti in strategij reševanja problemov. Tako pridobljeno oziroma izgrajeno znanje je trajnejše ter prenosljivo na druga predmetna področja in v konkretne življenjske situacije. Preko različnih dejavnosti ter ob premišljenih oblikah motivacije so učenci aktivno vključeni v proces učenja. Pri tem razvijajo mišljenje in se učijo produktivno uporabljati svoje znanje. Učenci morajo

namreč začutiti pomen in smiselnost vsebin in znanja, ki se ga učijo, da lahko znanje ponotranjijo.

Učni načrt za matematiko je zasnovan v obliki spiralnega kurikuluma, ki temelji na večkratnem vračanju k temeljnim vsebinam in postopnem nadgrajevanju ter dopolnjevanju znanja. Pri uvajanju pojmov je potrebno upoštevati kognitivni razvoj otroka in obravnavo novih vsebin preko življenjskih situacij smiselno navezati na že usvojene vsebine ter postopno vključevati prenos znanja na druga področja (Žakelj, 2003).

De Corte (2013, str. 46) izpostavlja, da so »končni cilj učenja in poučevanja izgradnja »prilagodljive kompetence«, to je zmožnosti, da naučeno in osmišljeno znanje ter razvite veščine uporabljamo v različnih situacijah na prožen in ustvarjalen način«.

Za doseganje omenjenega cilja je potrebno dobro poznavanje učenja, razvoja mišljenja ter samega poteka izgradnje matematičnega znanja. Potrebno je poiskati odgovor na temeljna vprašanja uspešnega poučevanja: »Kaj je učenje? Kako organizirati proces učenja, da bo učenec pri tem uspešen? Kaj je bistvo učenja? Kaj se učiti? Kako zasnovati proces učenja, da bodo učenci napredovali v miselnem razvoju ter dosegli kakovostno znanje in razvili veščine za njegovo uporabo v različnih situacijah?« Odgovori na omenjena vprašanja se skrivajo v različnih teorijah učenja. Poznavanje teh teorij učitelju omogoča razumevanje procesa učenja, uporabo različnih pristopov ter možnost razvijanja različnih modelov pouka z namenom, da učencem omogoči kakovostno izgradnjo znanja.

### **Teorije učenja in poučevanja**

Zanimanje za učenje in vplivanje nanj sega že v antično Grčijo, vendar se je znanstveno preučevanje učenja na najtehtnejši način začelo na začetku 20. stoletja. Znanstveno raziskovanje je krepilo visoka pričakovanja glede potenciala, ki ga je imelo za izboljšanje izobraževalnih praks, vendar razmerje med raziskovanjem in prakso v 20. stoletju ni bilo najproduktivnejše (De Corte, 2013). V tem času so številni psihologi, ki so se ukvarjali z učenjem, razvili več kot 50 teorij učenja (De Corte, 2013; Marentič-Požarnik, 2000).

Poznavanje in razumevanje teorij učenja učitelju omogoča uporabo učinkovitih pristopov poučevanja, kjer s pomočjo različnih metod in oblik poučevanja, skozi različne dejavnosti ter ob uporabi različnih didaktičnih sredstev učencem omogoča uspešno izgrajevanje (matematičnega) znanja. Vsaka teorija ima tudi pomanjkljivosti, vendar te niso razlog, da bi jih zavrnilo v celoti, saj so imele posamezne teorije pomemben vpliv pri razvoju izobraževalnih praks. Žakelj (2003) meni, da je poznavanje teorij učenja, njihovih zakonito-



sti in pristopov pomembno zato, da se učitelj zaveda različnih vidikov in vrst znanj, da zna presoditi, katerim dati prednost v različnih situacijah, da ve, na kakšen način jih razvijati (Žakelj, 2003), ter da v razredu ustvari take situacije, v katerih se učenci učijo, razumejo in si zapomnijo (Woolfolk, 2002).

Pojmovanje učenja se je skozi leta raziskovanja spreminjalo. Unescova uradna definicija učenja pravi (Marentič-Požarnik, 2000, str. 10), da je »učenje vsaka sprememba v vedenju, informiranosti, znanju, razumevanju, stališčih, spretnostih ali zmožnostih, ki je trajna in ki je ne moremo pripisati fizični rasti ali razvoju podedovanih vedenjskih vzorcev«. V nadaljevanju bomo predstavili nekaj glavnih konceptov in teorij učenja, ki so se razvili v tem stoletju na Zahodu in so pomembno vplivali tudi na učenje in poučevanje matematike (De Corte, 2013; Walling, 2014):

- behaviorizem, ki temelji na preučevanju na zunaj opaznega vedenja (učenje je oblikovanje, ojačanje in prilagajanje asociativnih povezav);
- kognitivizem, ki poudarja pomen človekovih notranjih mentalnih, predvsem spoznavnih procesov pri učenju, ter doseganje globljega razumevanja;
- konstruktivizem, ki temelji na ideji, da znanje ni prenosljivo, temveč ga zgradimo (konstruiramo) z lastno miselno aktivnostjo v procesu osmišljanja svojih izkušenj;
- konektivizem, ki temelji na Downesovi domnevi o porazdeljeni kogniciji oziroma na tezi, da je znanje porazdeljeno po človeških, družbenih in tehnoloških omrežjih.

Pomembno je poudariti, da ravno izbira izhodiščnega teoretskega modela določa pogled na to, kako se ljudje učijo, kako poučujejo učitelji in tudi, kako se uporablja tehnologija za poučevanje.

V nadaljevanju bomo omenjene teorije učenja predstavili podrobneje.

### *Behaviorizem*

Behaviorizem se je v zgodnjih letih 20. stoletja začel razvijati v Združenih državah Amerike, kjer je tudi prevladoval do preloma stoletja. Osredotoča se na preučevanje na zunaj opaznega vedenja. Mentalni procesi, kot so npr. mišljenje, predstave, cilji in pričakovanja, radikalnih behavioristov ne zanimajo, saj menijo, da ne morejo biti predmet znanosti, ker niso dostopni objektivnemu raziskovanju (De Corte, 2013; Marentič-Požarnik, 2000; Woolfolk, 2002).

Temeljna ideja behavioristične teorije je, da učenje izhaja iz sprememb v vedenju, do katerih pride zaradi usvajanja, krepitve in uporabe asociacij (vezi)

med dražljaji iz okolja in opaznimi odzivi posameznika (reakcijami) nanje ali kot kompleksnejša povezava med mrežno povezanimi elementi (Jaušovec, 2007). Ta vidik predstavlja temelj vseh behaviorističnih teorij, ki se razlikujejo predvsem po mehanizmih, ki vplivajo na določanje vezi med dražljajem in reakcijo (De Corte, 2013; Marentič-Požarnik, 2000).

Behavioristi v ospredje postavljajo zunanjo motivacijo, ki temelji na pogojevanju – Skinnerjeva teorija podkrepitve. Na osnovi te teorije se je kasneje razvilo programirano učenje (v katerem pravilno zaporedje delnih vedenj, ki se jih učimo, določa podrobna analiza nalog) (De Corte, 2013), v novejšem času pa inteligentni računalniški tutorski sistemi, ki delujejo na načelu pozitivne podkrepitve (Jaušovec, 2007; Marentič-Požarnik, 2000).

Vpliv behaviorizma na pouk (tudi pouk matematike) se kaže predvsem v strukturiranosti pouka (splošni in operativni cilji), sekvenčnem posredovanju enot, ki temelji na povečevanju kompleksnosti (elementarno znanje je torej osnova za bolj sestavljeno). Učenje temelji na pomnjenju dejstev in treniranju matematičnih procedur (»dril«), saj to po mnenju behavioristov krepi vezi med dražljajem in reakcijo (Kennedy, Tipps in Johnson, 2008).

V skladu z behavioristično teorijo so učiteljeve naloge organizacija pouka in priprava ustreznega gradiva, nadzorovanje procesa učenja, dajanje takojšnje povratne informacije in nagrajevanje ustreznega vedenja.

Značilni so jasni, specifični, dobro vidni in merljivi cilji, njihovo preišljevanje ter potreba po nenehnem preverjanju in ocenjevanju znanja, kjer gre za dosledno sprotno pogojevanje z namenom vzdrževanja znanja (Lipovec, Kobal in Repolusk, 2007). Behavioristi so uvedli tudi najobjektivnejšo obliko preverjanja in ocenjevanja znanja – izdelali so test znanja (Jaušovec, 2007; Orton, 2004).

V skladu z behavioristično teorijo učenje poteka tako, da učenci sledijo učiteljevim navodilom, ponujenemu gradivu in rešujejo naloge po prikazanem postopku (Orton, 2004). Rešujejo jih individualno ali pa so razdeljeni v skupine. Teži se k učenju brez napak z veliko vaje (»dril«) in utrjevanju teorije z nalogami (Jaušovec, 2007).

Behavioristični pristopi, ki temeljijo na opredeljevanju učnih ciljev, tehnikah učenja spretnosti in sistemih vodenja razreda, so po mnenju Woolfolkove (2002) še vedno uporabni, in sicer, kadar je učiteljev cilj, da si učenci zapomnijo določene informacije, se naučijo določenih spretnosti (smiselno je učenje iz gradiv, ki so logična in sestavljena iz dejstev) ali kadar je cilj sprememba določenega vedenja.

Slabosti behavioristične teorije se kažejo predvsem v dejstvu, da slednja ne spodbuja razvoja kompleksnega konceptualnega znanja in razvoja miselnih

veščin ter ne upošteva socialnih in čustvenih dejavnikov, ki vplivajo na učenje (De Corte, 2013). Učenci v učni situaciji zavzamejo le pasivno vlogo – so zgolj prejemniki znanja (Woolfolk, 2002). Behavioristična teorij ne upošteva notranje motivacije za učenje, ki vpliva na trajnost pridobljenega znanja, saj naravnost na izid ne prinaša trajnega znanja, ker slednje ni ponotranjeno (Marentič-Požarnik, 2000; Orton, 2004).

### *Kognitivizem*

Nezadovoljstvo z zmožnostjo behaviorističnih teorij, da razložijo kompleksne pojave, računalniška revolucija in preobrti pri razumevanju jezikovnega razvoja so bili vzroki za oživitev kognitivnega raziskovanja in začetek »kognitivne revolucije«. Dokazi so nakazovali, da gre pri ljudeh za nekaj več kot le odzivanje na dražljaje, saj ljudje svoje odzive npr. načrtujemo, uporabljamo strategije za lažjo zapomnitev, učno gradivo organiziramo na sebi lasten način itd. (Woolfolk, 2002). Kognitivna psihologija tako učenja ne razume več kot odzivanje na dražljaje, temveč kot predelovanje informacij (De Corte, 2013) oziroma kot aktiven miselni proces, ki ga ne moremo opazovati neposredno (Marentič-Požarnik, 2000).

Kognitivizem poudarja pomen človekovih notranjih mentalnih, predvsem spoznavnih procesov pri učenju (npr. vpliv predznanja, ciljev, pričakovanj itd.) ter doseganje globljega razumevanja (Marentič-Požarnik, 2000).

Cilj kognitivne teorije je čim uspešnejši in učinkovitejši prenos znanja na učence. Kognitivisti so se pri raziskovanju osredotočili predvsem na spoznavanje in razumevanje notranjih mentalnih procesov (mišljenje, učenje, reševanje problemov), ukvarjali so se s strategijami (npr. uporaba učinkovitih strategij pri reševanju matematičnih problemov) in s pojasnjevanjem konceptualnih struktur, ki jih danes razumemo kot osnovo za razvijanje kompetenc (De Corte, 2013). Kompleksni kognitivni procesi namreč vodijo do razumevanja, to je primerne transformiranja in uporabe znanja, spretnosti in idej (Woolfolk, 2002). Pri učenju gre torej za aktiven proces spreminjanja miselnih struktur, ki temelji na procesiranju informacij. Učenec informacije sprejme, nato na njih izvaja kognitivne operacije, jih shrani v spominu in nato uporablja. Ker učenje temelji predvsem na predelovanju informacij (kjer je učitelj posredovalec znanja, učenec pa pogosto pasivni prejemnik), usvajanje znanja poteka na precej pasivne načine – najprimernejši metodi poučevanja sta namreč predavanje in branje iz učbenikov (De Corte, 2013).

Učenje torej ni več pojmovano kot krepitev odzivov (metafora behavioristične teorije), temveč kot usvajanje znanja (metafora kognitivne teorije) (De Corte, 2013).

Vpliv kognitivne teorije na izobraževanje se kaže v razvoju in uporabi raznih organizatorjev, mnemoničnih tehnik, metafor, deljenja celote na manjše dele, organizacije učnih materialov od enostavnejših do kompleksnih in drugih pripomočkov, ki pomagajo učencu pri zapomnitvi.

#### *Konstruktivizem in socialni konstruktivizem*

Konstruktivisti se še podrobneje posvečajo preučevanju notranjih miselnih procesov. Konstruktivistična teorija temelji na ideji, da učenci niso le pasivni prejemniki informacij, temveč aktivno gradijo svoje znanje in veščine skozi interakcije z okoljem in z reorganizacijo lastnih miselnih struktur. Govorimo torej o konstrukciji znanja, kjer je učni proces usmerjen na učenca (učenec prevzame aktivno vlogo v procesu učenja), učitelj (ki je imel v preteklosti predvsem nalogo posredovalca znanja) pa ga pri učenju usmerja in spodbuja (De Corte, 2013). Pomembno je, da učitelj strategije poučevanja sproti prilagaja odzivom učencev ter slednje spodbuja k analizi in interpretaciji informacij.

Socialni konstruktivisti se oddaljujejo od razumevanja, da učenje in kognicija potekata v izoliranem umu ter da je znanje neodvisno od situacij, znotraj katerih nastaja. Učenje in kognicijo razumejo kot interaktivno dejavnost med posameznikom in situacijo (De Corte, 2013). Kognitivne sposobnosti se torej razvijajo tudi v socialni interakciji. Konstruktivistični pristop podpira sodelovalno učenje in socialno interakcijo med učenci ter med učenci in učiteljem. Sodelovanje omogoča soočanje različnih stališč in vpogled v drugačno razmišljanje, ki lahko povzroči destabilizacijo prvotnega razumevanja. Omenjano lahko dosežemo z uporabo oblik dela, kot so skupinsko delo, sodelovalno učenje, delo v parih, skupinske razprave, pogovor, posvetovanje v skupini (Žakelj, 2003). Konstruktivisti poudarjajo, da naj bo učenec aktivno vključen v sooblikovanje učnega procesa (Dougiamas, 1998).

Mentalni procesi (kognicije) se, kljub temu, da jih ne moremo opazovati, kažejo v visokem individualnem odzivu na učenje – posameznik se uči tako, da ustvari lastno unikatno razumevanje, ki izhaja iz njegove lastne izkušnje (Kennedy idr., 2008). Pojemovne strukture so torej proizvod miselne dejavnosti posameznika, ki oblikuje svoje mišljenje tako, da je usklajeno z izkušenskim svetom. Konstruktivisti ljudi obravnavajo kot aktivne učence, ki tvorijo izkušnje, iščejo informacije za reševanje problemov in reorganizirajo to, kar že vedo, da bi dosegli nov vpogled (Woolfolk, 2002).

Za razliko od behavioristov, ki učenje vidijo kot temelječe na zunanji motivaciji, je pri konstruktivistih v ospredju spodbujanje notranje motivacije. Učitelj lahko na notranjo motivacijo učencev vpliva z uporabo primernih didak-

**Preglednica 2.1** Poglavitne značilnosti konstruktivističnega učenja

Aktiven proces	Potrebna miselna aktivnost učenca
Konstruktiven proces	Neko informacijo povezujemo z drugimi, da bi jo lažje razumeli
Kumulativen proces	Novo znanje gradimo na predznanju
K cilju usmerjen proces	Učenec se mora zavedati ciljev in gojiti ustrezna pričakovanja
Diagnostično	Diagnosticiranje lastnega učenja
Reflektivno	Ponoven razmislek o procesu učenja

**Opombe** Povzeto po Šteh (2004, str. 159).

tičnih pristopov. V procesu učenja lahko to doseže s kognitivnim konfliktom, ki ga sproži s smiselno postavljenimi vprašanji, izzivi ali problemskimi situacijami. Prek kognitivnega konflikta učenci začutijo potrebo po razširitvi znanja in tako novo znanje povežejo v mrežo obstoječega znanja (proces asimilacije) oziroma prilagodijo ali spremenijo lastno kognitivno strukturo, ko začutijo motnjo ali napetost v obstoječih miselnih strukturah (proces akomodacije). Učenci se učijo tako, da sodelujejo v diskusijah, oblikujejo vprašanja, se učijo reševati probleme ter razvijajo metakognitivne strategije. Za poučevanje pa slednje pomeni spodbujanje razumevanja in lastnega odkrivanja zakonitosti, pojmov itd. (Labinowicz, 2010; Žakelj, 2003). Namesto pomnjenja podatkov, ponavljanja in memoriranja dejstev ter postopkov so v procesu učenja v ospredju analiziranje, raziskovanje, sodelovanje in združevanje (sinteza) že znanih stvari (Dougiamas, 1998). Konstruktivistično učenje se osredotoča na proces za doseganje cilja in ne toliko na sam cilj oziroma rezultat.

Konstruktivisti zagovarjajo odpravo klasične oblike ocenjevanja in testov. Poudarjajo pomen sprotnega preverjanja znanja v procesu učenja in aktivne udeležbe učencev v procesu spremljanja in ocenjevanja lastnega napredka. Poudarek dajejo avtentičnim oblikam ocenjevanja znanja, kot je npr. ocenjevanje projektnega dela, seminarskih nalog, predstavitev portfelja itd. Učitelj je pri tem postavljen pred zahtevno nalogo oblikovanja kriterijev in objektivnega ocenjevanja izdelkov, predstavitev in drugih dejavnosti.

Oprelitev poglavitnih značilnosti konstruktivističnega učenja (Šteh, 2004) je predstavljena v preglednici 2.1. Avtorica poudarja, da je konstruktivistično učenje usmerjeno k odkrivanju, povezano z vsakdanjim življenjem, problemsko usmerjeno, osnovano na primerih, intristično motivirano ter socialno.

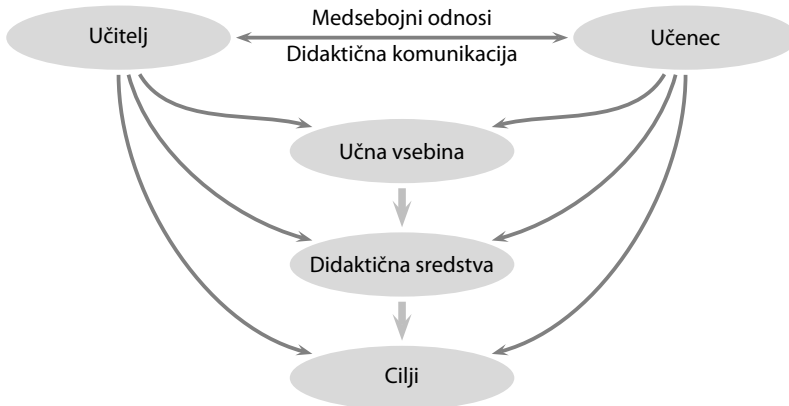
Tudi posamezne konstruktivistične teorije se razlikujejo med seboj in poudarjajo različne vidike učenja. Posledično so imele različen vpliv oziroma prispevek k poučevanju matematike. Razvoj logično-matematičnih sposobnosti je opisal švicarski psiholog Jean Piaget, ki je avtor razvojne teorije. Menil je, da je učenje podrejeno zakonitostim razvoja. Razvoj mišljenja po Piagetu

poteka preko štirih faz: senzomotorične (od rojstva do dveh let), predoperativne (od drugega do sedmega leta), konkretno operativne (od sedmega do enajstega leta) in formalno operativne (od enajstega do štirinajstega oz. petnajstega leta) (Kennedy idr., 2008). Učenec je sposoben mišljenja zunaj konkretne stvarnosti šele na stopnji formalnih operacij. Takrat je sposoben razmišljati o lastnem mišljenju ter razumeti in upoštevati simbolične abstrakcije v algebri (Žakelj, 2003).

Pri vpeljavi matematičnih vsebin je torej potrebno upoštevati otrokovo razvojno stopnjo mišljenja. Učencem je potrebno ponuditi okolje, ki omogoča raziskovanje in oblikovanje novega znanja (učenje z odkrivanjem). Učitelj lahko spodbuja aktivno učenje, ne more pa nadzirati procesa učenja v učencu (Jaušovec, 2007). Pri tem si lahko pomaga z Dienesovimi načeli, med katerimi izpostavljam predvsem načelo variacije ponazarjanja, ki poudarja pomen uporabe več različnih reprezentacij pri izgradnji matematičnega pojma. Podobno kot Dienes tudi Bruner zagovarja učenje z raziskovanjem in pomen različnih reprezentacij pojmov. Bruner trdi, da je pomembno vsebino prilagoditi tako, da jo otrok lahko sprejme. S tem se oddalji od Piagetove razvojne teorije, ki pravi, da je potrebno poučevanje in vsebine prilagoditi razvojni stopnji otroka (ko je učenec pripravljen, da bi ga poučevali določeno vsebino). Izgradnja pojma po Brunerju poteka skozi tri faze: enaktivno (reševanje problemov na osnovi manipulacije s konkretnimi objekti), ikonično (slikovne ali grafične ponazoritve pojma) ter simbolično (uporaba besed, števil in drugih simbolov za ponazoritev idej, objektov in odnosov) (Kennedy idr., 2008; Marentič-Požarnik, 2000). Predpogoja za uspešno obravnavo matematičnih vsebin nista torej le učenčeva zrelost in predznanje, temveč tudi raznolike reprezentacije pojma ter prehajanje med njimi.

Pomemben vidik konstruktivističnega učenja predstavlja tudi samoregulacija učenja. Učenci, ki obvladajo samoregulacijo, so večji učinkovite organizacije časa za učenje in postavljanja ciljev (postavljajo si višje neposredne cilje kot drugi, natančneje in pogosteje jih nadzorujejo in niso prehitro zadovoljni s svojim standardom), kar se odraža v večji učinkovitosti in vztrajnosti. Zimmerman in Risemberg (1997) poudarjata, da je samoregulacija močno povezana z dosežki na različnih področjih.

Obstajajo pa tudi kritike konstruktivistične teorije. Nekateri avtorji, ki priporočajo vrnitev k direktnemu poučevanju, trdijo, »da se pristopi, ki temeljijo na konstruktivizmu, pretirano zanašajo na raziskovalno učenje in učencem ne nudijo dovolj vodenja, s čimer ignorirajo strukturo človeške kognitivne arhitekture in posledično kognitivno preobremenitev delovnega spomina« (De Corte, 2013, str. 53).



**Slika 2.1** Didaktični trikotnik (povzeto po Kramar, 2004, str. 117)

S sodobnimi pristopi poučevanja se je spremenilo tudi pojmovanje poučevanja, kjer ne gre več le za učiteljevo posredovanje učne vsebine učencem, temveč za izobraževalni proces, v katerem so učitelji in učenci enakopravni subjekti, med katerimi se stalno razvijajo medsebojni odnosi, didaktična komunikacija in socialna interakcija (Kramar, 2004). Slednje je na sliki 2.1 prikazano v obliki didaktičnega trikotnika.

### **Konektivizem**

Konektivizem temelji na Downesovi domnevi o porazdeljeni kogniciji (Downes, 2005) oziroma na tezi, da je znanje porazdeljeno po človeških, družbenih in tehnoloških omrežjih. Učenje je pojmovano kot proces povezovanja, naraščanja in uporabljanja teh omrežij (Radovan, 2011). Gre za nov način pojmovanja učenja – govorimo o omrežnem učenju (angl. networked learning) na treh ločenih ravneh:

- ravni živčevja, ki temelji na možganski aktivnosti;
- konceptualni ravni, ki temelji na mrežno povezanih konceptih in znanstvenih disciplinah;
- zunanji ravni, ki temelji na vpetosti novih tehnologij.

Vsem trem omrežjem so skupna vozlišča, ki se na vsaki od navedenih ravni prikazujejo drugače. Na ravni možganske aktivnosti so to nevroni, na konceptualni ravni je to zamisel oziroma ideja, na zunanji ravni pa oseba ali informacijski vir (Bregar, Zagmajster in Radovan, 2010).

Siemens (2004) izpostavlja naslednja temeljna načela konektivizma:

- učenje in znanje se manifestirata z različnostjo pogledov in mnenj;
- učenje je proces povezovanja specializiranih informacijskih virov;
- znanje lahko obstaja zunaj človeka;
- odločilna je sposobnost vedeti več;
- za posodabljanje znanja je odločilno vzdrževanje povezav;
- temeljna sposobnost je sposobnost prepoznavanja povezav med področji, zamislimi in koncepti;
- temeljno načelo učenja je pridobivanje najaktualnejšega znanja.

Novost konektivizma, v primerjavi s t. i. tradicionalnimi teorijami učenja, je izpostavljanje tehnologije kot vira znanja.

Vloga učitelja je v konekcionistični teoriji spremenjena – po Fisherju ni več posredovalec znanja, ne usmerjevalec, temveč prevzema vlogo »administratorja mreže«, to je upravljavca, ki učence usmerja k virom oziroma priložnostim učenja, in skrbnika, ki vodi in spodbuja učenčevo raziskovanje (Siemens, 2008).

Kritiki konektivizma poudarjajo, da dejansko ne gre za novo teorijo učenja, saj načela konektivizma vključujejo t. i. tradicionalne teorije učenja. Konektivizem se lahko uporabi kot vodilo oziroma teorija za razvoj obstoječih teorij poučevanja v globaliziranem in povezanem svetu, ne pa kot samostojna teorija (Ally, 2007). Vendar kljub omenjenemu Duke, Harper in Johnston (2013) poudarjajo, da je konektivizem pomembna miselna šola, ki jo lahko apliciramo na današnjo uporabo tehnologije pri pouku.

Nobena od omenjenih teorij učenja ne zajema vseh vidikov učenja, vendar lahko iz vsake izberemo elemente, ki so pomembni pri poučevanju matematike in ki pripomorejo k uspešni izgradnji znanja učencev. Prav tako imajo teorije učenja pomemben vpliv na poučevanje z uporabo IKT ter na proces ustvarjanja e-gradiv.

Najboljše teorije torej ni. Bistveno je, da učitelj pozna različne teorije in pristope, njihove prednosti in pomanjkljivosti ter možnosti za vpeljavo. Izhodišče za učitelje je učni načrt in v njem predvideni pristopi z namenom doseganja učnih ciljev, ki jih učni načrt predpisuje. Ti učitelja usmerjajo k prilagoditvi poučevanja konstruktivističnim vrednotam (Mergel, 1998).

Raziskovanje učenja se je v zadnjih dveh desetletjih preselilo v učilnice in s tem veliko prispevalo k razumevanju učenja različnih predmetov ter razumevanju metod poučevanja, ki spodbujajo produktivno učenje. Nastale so smernice, ki pomagajo pri oblikovanju inovativnih učnih okolij za reševanje problemov in razvijanju instrumentov za nadzorovanje učenja in poučevanja, vendar je še vedno prisoten velik razkorak med raziskovanjem in prakso



(De Corte, 2013). Načini poučevanja so kljub vsem izsledkom močno ustaljeni, njihovo spreminjanje pa velik izziv.

Za zmanjšanje razkoraka med raziskovanjem in prakso je potrebno zagotoviti ter spodbujati kontinuirano izobraževanje in usposabljanje učiteljev ter jih seznanjati z novostmi in načini uporabe novih dognanj v praksi. Tako lahko vplivamo na spreminjanje prevladujočih pogledov na učenje in prepričanj o njegovi naravi ter učitelje v skladu s tem spodbujamo k ustvarjanju inovativnih učnih okolij in gradiv (De Corte, 2013).

### ***Razvoj matematičnih pojmov***

Osrednja naloga pouka osnovnošolske matematike je gradnja pojmov in povezav ter razvoj številskih in prostorskih predstav. Razvoj številskih predstav vključuje razumevanje številskih simbolov ter znakov za različne operacije, razumevanje pojma količina, razumevanje številskih operacij, sposobnost za branje in pisanje matematičnih simbolov ter razumevanje številskih odnosov (Žakelj, 2014). Prostorska predstavljenost pomeni razumevanje geometrijskih pojmov in prostorskih odnosov ter sposobnost orientacije v ravnini in prostoru (Žakelj, 2014).

Nemški didaktik Aebli je prišel do pomembnih ugotovitev o učenju in poučevanju pojmov. Trdi, da je za vsakogar, ki se ukvarja s poučevanjem, nadvse pomembno razumeti potek učenja pojmov ter uravnavanje tega procesa pri otrocih različnih starosti in tudi pri odraslih (Marentič-Požarnik, 2000).

Za usvajanje matematičnih pojmov so ključne reprezentacije pojmov. Chapman poudarja, da reprezentacije učencem omogočajo, da komunicirajo na matematičen način, da modelirajo in interpretirajo realen, socialen in matematičen kontekst ter da raziskujejo in interpretirajo pomene matematičnih pojmov, relacij in procedur (Hodnik Čadež, 2003). Bruner je z zaporedjem uporabe reprezentacij pri obravnavi matematičnih pojmov (najprej enaktivna, nato ikonična in nazadnje simbolična) opredelil tudi potek razvoja matematičnih pojmov pri učencu. Raziskave kažejo, da so bolj kot zaporedje reprezentacij pomembne relacije med reprezentacijami določenega matematičnega pojma (Hodnik Čadež, 2003) oziroma fleksibilno prehajanje med različnimi reprezentacijami (Žakelj, 2014).

Pouk geometrije v osnovni šoli se začne z opazovanjem konkretnih predmetov in razvijanjem sposobnosti orientacije v prostoru. Geometrijske pojme učenci spoznavajo skozi dejavnosti didaktične igre, ki temeljijo na opazovanju, opisovanju odnosov, razlikovanju, risanju, prepogibanju, barvanju itd.

Gagne (1985) poudarja, da je pomemben predpogoj za učenje pojmov uče-

nje razlikovanja. Če vzamemo za primer učenje geometrijskih likov, npr. kvadrata, pravokotnika, trikotnika, je potrebno znati razlikovati predvsem oblike. Oblikovanje pojmov pomeni spoznavanje, razlikovanje, primerjanje in ugotavljanje skupnih značilnosti stvari ali pojavov. Če pojem obvladamo, ga zmoremo tudi prepoznati ali poiskati nove primere tega pojma in jih razlikovati od primerov, ki pojma ne predstavljajo. Predvsem na nižji stopnji definicija ni nujna sestavina obvladovanja pojma. Na primer: če obvladamo pojem trikotnik, prepoznamo različne vrste trikotnikov, poznamo glavne lastnosti trikotnikov in jih ločimo od štirikotnikov ter drugih večkotnikov in likov. Nekatere pojme, kot je na primer pojem trikotnik, je zelo enostavno razumeti, saj so konkretni in jih z lahkoto vizualiziramo. Na težave naletimo pri učenju pojmov, ki ne označujejo ničesar stvarnega in jih ne moremo vizualizirati (npr. pojem neskončnosti).

Omenili smo, da so za usvajanje pojmov ključne reprezentacije pojmov. Reprezentirati pojem pomeni generirati primere, predstavo. Simbolična reprezentacija je zunanje napisana ali izgovorjena, mentalna pa se nanaša na interne sheme. Kot primer lahko vzamemo Pitagorov izrek. Ko omenimo Pitagorov izrek, nekomu pride na misel pravokotni trikotnik, drugemu algebraično zapisan izrek. Žakelj (2014, str. 8) poudarja, da »biti uspešen v matematiki pomeni med drugim imeti tudi bogato mentalno reprezentacijo pojma«. Za isti pojem imamo lahko zgrajenih več mentalnih reprezentacij. Za fleksibilno rabo pojma je pomembno fleksibilno prehajanje med reprezentacijami. Učence navajamo k rabi več reprezentacij in poudarjamo prehod med njimi, uvajamo vizualizacijo, predpostavljajanje, domnevanje, odkrivanje, translacijo (proces prehajanja med reprezentacijami), sintetiziranje, modeliranje, preverjanje itd. (Žakelj, 2014). Razvoj in razumevanje pojmov sta namreč osnova za posploševanje in zahtevnejše miselne operacije (Marentič-Požarnik, 2000).

V skladu z razvojem teorij učenja se pri obravnavi matematičnih pojmov pojavljajo različni pristopi: behavioristični, kognitivni ter konstruktivistični.

Behavioristični pristop lahko razložimo kot programirano učenje, ki poteka počasi in zanesljivo preko številnih povezav v obliki vprašanj in odgovorov nanje. Omogoča usvajanje pojmov in dejstev ter razvoj proceduralnih znanj. Velik pomen se pripisuje povratni informaciji in njenemu vplivu na motivacijo za nadaljnje učenje (Hodnik Čadež, 2004). Slabost tega pristopa je v tem, da nimamo pregleda, kako učenec razume matematični pojem. Njegovo razumevanje je predvsem odvisno od kakovosti njegove lastne refleksije reševanja matematičnih nalog (Hodnik Čadež, 2004).

Kognitivni kognitivni temelji na tem, da učenca dejansko postavimo v spodbudno učno okolje, v katerem odkriva in na sebi lasten način gradi

razumevanje nekega matematičnega pojma. Piaget je podrobno preučeval razvoj pojmov na posameznih stopnjah kognitivnega razvoja. Konkretni pojmi se začnejo razvijati na stopnji konkretnih operacij, abstraktni pojmi pa, ko učenec doseže stopnjo formalnologičnega mišljenja (Marentič-Požarnik, 2000). Kognitivni kognitivni se od behaviorističnega razlikuje po tem, da bolj upošteva učenčevo predznanje in zrelost oziroma pripravljenost za učenje določenega pojma (Hodnik Čadež, 2004).

Za oblikovanje matematičnih pojmov je pomembna tudi Dienesova teorija, ki temelji na štirih načelih (Marentič-Požarnik, 2000):

- načelu dinamike;
- načelu konstrukcije;
- načelu matematične spremenljivosti;
- načelu zaznavne spremenljivosti.

Prvo načelo, načelo dinamike, izhaja iz Piagetovih spoznanj, da se učenci učijo veliko počasneje, kot si predstavljamo. Za usvajanje matematičnega pojma potrebujejo veliko časa. Dienes pravi, da je učenje aktiven proces, v katerem so učenci aktivno udeleženi. Oblikoval je tri stopnje, ki so pomembne pri oblikovanju matematičnih pojmov: stopnja igre, stopnja strukture in stopnja vaje (Hodnik Čadež, 2004).

Kot smo že omenili, je tri stopnje pri učenju matematičnih pojmov opredelil tudi Bruner (1966), ki razlikuje med enaktivno, ikonično in simbolično stopnjo. Stopnje po Brunerju pri usvajanju matematičnih pojmov apliciramo hierarhično, od enaktivne, ikonične do simbolične, ali kot tri različne pristope pri usvajanju matematičnih pojmov. Primernost posameznega pristopa je odvisna od starosti učenca in narave matematičnega pojma. Ne Bruner ne Dienes zaporednosti stopenj nista predvidela kot pogoja za uspešno učenje matematičnih pojmov (Hodnik Čadež, 2004). Bruner je sprva sicer domneval, da lahko pri starejših učencih v procesu poučevanja izpuščamo prvi dve stopnji brez škode za razumevanje in se osredotočimo le na simbolično, vendar je na podlagi izkušenj in raziskav to stališče spremenil.

Vrnimo se k Dienesovim načelom. Drugo njegovo načelo, načelo konstrukcije, temelji na tem, da je matematika za učence konstruktivna in ne analitična dejavnost. Učenci v procesu učenja izgradijo lastno matematično znanje. Načelo matematične spremenljivosti poudarja pomembnost, da so učenci udeleženi v raznolikih konkretnih dejavnostih, ki obravnavajo dani pojem, npr. učenci trikotnik spoznajo v različnih legah, z različnimi velikostmi kotov in različnimi dolžinami stranic.

Zadnje Dienesovo načelo, načelo zaznavne spremenljivosti, poudarja pomen upoštevanja individualnih razlik učencev. Zato avtor predlaga organizacijo učenja v manjših skupinah, delo z učnimi listi in uporabo raznolikih reprezentacij pojma (Hodnik Čadež, 2004).

Dienesova teorija o učenju matematike, ki temelji na delu Piageta in Brunerja, predstavlja temeljno idejo o matematičnem učenju današnjega časa – lastni konstrukciji in neprenosljivosti znanja, ki sta temeljni ideji konstruktivizma (Hodnik Čadež, 2004).

Učenje matematike z razumevanjem pa je preučeval tudi Ausubel (1968), ki je postavil splošno teorijo o učenju z razumevanjem. Z razliko od Brunerja, ki se je zavzemal za to, da bi morali učenci pri pouku samostojno odkrivati, je Ausubel poudarjal prednost sistematičnega učenja, ki temelji na vzpostavljanju povezav z obstoječo posameznikovo strukturo znanja in rezultira v sistematičnejšem znanju. V našem šolskem prostoru se vedno bolj nagibamo k Brunerjevi teoriji, vendar veliko pomembnost pripisujemo tudi Ausubelovim idejam (Hodnik Čadež, 2004).

Pri učenju pojmov Marentič-Požarnikova (2000) izpostavlja dve poti:

- pridobivanje obstoječih pojmov od odraslih, predvsem na osnovi besedilnih razlag (transmisijski pristop), in
- samostojno oblikovanje (odkrivanje) pojmov (konstruktivistični pristop).

Transmisijski transmisijski: Marentič-Požarnikova (2000) transmisijski transmisijski pojmuje kot prenašanje gotovega znanja, ki je velikokrat ločeno od izkušenj učencev in od konkretnih življenjskih okoliščin. Pri tem pristopu je učenje usmerjeno k rezultatom, razvoj strategij reševanja, predstavitev rezultatov ali izmenjava mnenj so manj pomembni.

Konstruktivistični transmisijski: strokovnjaki si prizadevajo za povečanje kakovosti in trajnosti znanja, za spodbujanje široke palete znanja, procesov in veščin ter samostojnega, ustvarjalnega in kritičnega mišljenja ter presojanja, kar naj bi se odrazilo v usposobljenosti za dovolj samozavestno spopadanje in reševanje življenjskih problemov (Sentočnik in Rutar Ilc, 2001). Tako se v sodobnih edukacijskih vedah vse bolj uveljavlja konstruktivistični pristop, ki poudarja aktivno vlogo učenca v konstrukciji znanja in hkrati predstavlja temelj oblikovanju znanja z razumevanjem.

Pri poučevanju ne gre več le za prenos znanja, temveč za ustvarjanje situacij za odkrivanje in izgrajevanje znanja, kjer učitelj predvsem usmerja in spodbuja delo učencev. Konstruktivisti so mnenja, da posameznik svojega

znanja v gotovi obliki ne more posredovati drugemu oziroma ga od nekoga prejeti, temveč ga mora ponovno izgraditi z lastno miselno aktivnostjo. Poudarjajo, da učenje pojmov ne bo uspešno, če učenec ne bo aktivno vključen v proces izgrajevanja pojma.

Pod vplivom konstruktivizma se vse bolj poudarja pomen kognitivne strukture – sistemsko mrežno urejenega predznanja za kakovost nadaljnega učenja. Učenci so v današnji informacijski dobi že tako preveč obremenjeni s številnimi podatki in novimi informacijami, ki hitro zastarajo. Zato se šola usmerja k temu, da učenci spoznavajo znanje preko lastnih izkušenj. Navaja jih na samostojno iskanje novih informacij, razvijanje in uporabo strategij za reševanje problemov, s katerimi se bodo srečali v konkretnih življenjskih okoliščinah (Plut-Pregelj, 2005). Učence spodbuja k zaznavanju problemov, njihovem opredeljevanju, iskanju poti za reševanje problemov, k presojanju, analiziranju, povezovanju itd. Govorimo torej o spoznavnem procesu, kjer ni več poudarka le na storilnosti, temveč na ustvarjanju, raziskovanju in sodelovanju. Pri tem vsebinske cilje nadgrajujemo in povezujemo s procesnimi cilji. Ločimo torej vsebinska in procesna znanja. Vsebinska znanja so specifična za določeno predmetno področje na določeni stopnji izobraževanja, procesna znanja pa so skupna vsem predmetnim področjem in stopnjam izobraževanja. S procesnimi znanji učenci pridobivajo in izgrajujejo vsebinska znanja, jih izpopolnjujejo, razširjajo in uporabljajo tako, da postanejo pomembna za življenje – vseživljenjska znanja (Sentočnik in Rutar Ilc, 2001).

### ***Proces pridobivanja pojmov***

Razvoj pojmovnih predstav je dolgotrajen proces. V naši kognitivni strukturi obstajata dve celici: definicija pojma in pojmovna predstava. Pridobivanje pojmov pomeni oblikovanje pojmovnih predstav in pridobivanje besednega izraza oz. poimenovanja. Učenec si zgradi pojmovno predstavo npr. o štirikotnikih na podlagi izkušenj, ta predstava pa je lahko nepopolna ali napačna. Paralelogram si npr. predstavlja kot »nagnjen pravokotnik«, ki ima sosednji stranici različno dolgi, nasprotni stranici pa sta vzporedni in skladni. Njegova celica pojmovne predstave je polna, celica definicije pa prazna. Kasneje pri pouku v osnovni šoli sliši definicijo paralelograma: »Paralelogrami so štirikotniki z dvema paroma vzporednih in skladnih stranic.« Če v tej situaciji pri učencu nastopi kognitivni konflikt in učenec ni zadovoljen s pojmovno predstavo, ki jo ima, lahko nastopi sprememba, dopolnitev pojmovne predstave. Ni pa nujno. Lahko napolni celico z definicijo, pri uporabi pa še vedno misli na paralelogram kot samo na »nagnjen pravokotnik« (in ne razume, da v skupino paralelogramov spadajo tudi rombi in kvadrati), saj sta celica poj-

movne predstave in celica definicije ločeni. Tvorba pojmovne predstave je zelo pomembna, kajti pri reševanju problemov pogosteje kot definicijo uporabljamo pojmovno predstavo. Pojmovna predstava je lahko precej drugačna od definicije. Učitelji pričakujejo, da se celica pojmovne predstave napolni kasneje in popolnoma kontrolirano tako, da je ekvivalentna z definicijo. Vendar se to ne zgodi vedno. Učenec se lahko definicijo nauči na pamet, celica pojmovne predstave pa ostane prazna ali napolnjena z napačnimi predstavami. Zato znati definicijo na pamet še ne pomeni razumeti pojem. Učenje pojmov brez prave priložnosti, da obstoječe napačne pojmovne predstave popravimo oz. dopolnimo, vodi v učenje brez razumevanja. Rezultat takega učenja so praviloma izolirani koščki znanja, brez pravih povezav. Učitelj, ki pozna procese pridobivanja pojmov, kognitivni razvoj učenca ter njegove miselne sposobnosti, ki so potrebne za razumevanje pojmov, in to upošteva pri izbiri dejavnosti, lahko pomembno prispeva k učenju pojmov z razumevanjem (Piciga, 1995; Marentič-Požarnik, 2000; Žakelj, 2014).

### ***Razvoj matematičnega mišljenja – faze razvoja po Brunerju***

Jerome Bruner je bil eden najvplivnejših ameriških pedagoških psihologov 20. stoletja. Odgovoren je za premik od behaviorizma h kognitivni psihologiji, ki se je zgodil v ZDA. Na osnovi raziskav je skupaj s skupino znanstvenikov dokazal, da človekove dejavnosti (npr. zaznave) ne moremo razložiti samo z biološkimi, nevrofiziološkimi omejitvami človekovega organizma, z zunanjimi dražljaji in reakcijami nanje, ampak s človekovim mišljenjem in z njegovimi nameni. Bil je Piagetov učenec, kar je delno vplivalo tudi na njegovo delo. Bruner je trdil, da ima otrok v vsakem obdobju razvoja za to obdobje značilen način videnja in razlaganja sveta. Sklepal in trdil je, da »vsakega otroka katere koli starosti lahko učimo česar koli, če to storimo na njemu primeren način« (Bruner, 1977, str. IX).

Bruner je razlikoval med tremi načini mišljenja: enaktivnim, ikoničnim in simbolnim, na čemer temelji tudi reševanje matematičnih problemov. Otrok najprej rešuje probleme na osnovi akcije (manipulacije s konkretnimi objekti, skozi različne dejavnosti). Na tej stopnji pridobi proceduralno znanje, saj se učinkovitega izvajanja številnih dejavnosti nauči s posnemanjem in z vajo. Učenje teh npr. samo na slikovni in simbolni ravni ni uspešno. Za razumevanje izbrane dejavnosti je pomembna uporaba vseh treh reprezentacij. Drugi način predstavljanja sveta je slikovni. Določajo ga čutne, npr. vidne zaznave in pravila njihove organizacije, ki so osnova za simbolni način predstavitve sveta. Bruner je velik pomen pripisoval slikovnim in grafičnim reprezentacijam. Najvišji nivo predstavlja simbolna stopnja oziroma simbolni način

predstavitve sveta, ki za reprezentacijo idej, objektov in odnosov uporablja besede, števila ter druge dogovorjene simbolne sisteme in pravila. Ta način predstavlja središče intelektualnega razvoja, v okviru katerega je jeziku posvečena posebna pozornost (Plut-Pregelj, 2000).

Sprva je Bruner prevzemal Piagetovo pojmovanje, da otrokov kognitivni razvoj poteka progresivno in da vsaka razvitejša stopnja nadomesti manj razvito. Tako naj bi kognitivni razvoj po Brunerju potekal od konkretne, enaktivne, preko slikovne do simbolne, abstraktne ravni. Domneval je, da lahko pri starejših učencih v procesu poučevanja prvi dve reprezentaciji izpuščamo brez škode za razumevanje in se osredotočimo le na simbolno, vendar je na podlagi izkušenj in raziskav to stališče spremenil. Vse tri reprezentacije soobstajajo tako pri otrocih kot pri odraslih in so dostopne na vsaki točki razvoja, prevladujejo pa na posamezni stopnji. Omenjeno razumevanje razvoja mišljenja je pomembno vplivalo tako na vsebino kot tudi na metode poučevanja, saj je nujno, da znotraj učnega procesa zagotavljamo možnosti za razvijanje vseh načinov predstavljalnosti, ne le simbolnega.

Njegov pogled na znanje kot na konstruirano celoto in njegovo spodbujanje raziskovalnega učenja sta prispevala k nastanku konstruktivizma.

Bruner se je zavzemal, da bi v pouk vključevali čim več samostojnega odkrivanja. Slednje je utemeljil s trditvijo, da je tako pridobljeno znanje trajnejše in uporabnejše v novih situacijah, učenci so bolj motivirani, razvijeta se samostojnost in kritičnost, učenci se naučijo metod reševanja problemov (Marentič-Požarnik, 2000).

Raziskovalno učenje s samostojnim odkrivanjem, ki ga spodbuja Bruner, temelji na petih načelih (Pappas, 2014):

1. Reševanje problemov – vloga učitelja je motiviranje in usmerjanje učencev k iskanju rešitev s povezovanjem novih informacij, obstoječega znanja in raziskovanja. Tako učenci zavzemajo aktivno vlogo v procesu učenja. Preko različnih aktivnosti razvijajo strategije za reševanje problemov in s tem razvijajo različne spretnosti.
2. Organizacija učenja – pomembno je, da učitelji učencem prepustijo izbiro med samostojnim delom ali delom v dvojicah oziroma delom v skupini, s čimer zagotovijo, da učenje poteka v učenčevem lastnem ritmu. Fleksibilnost učenja z raziskovanjem je ravno nasprotje statični vsebinski razdelitvi učne snovi in aktivnosti. Učenci niso izpostavljeni nepotrebni stresu in se lahko uživajo v proces učenja.
3. Vključevanje in povezovanje – učiteljeva naloga je učiti in spodbujati učence k povezovanju novih znanj s predhodno pridobljenimi zna-

nji ter njihov prenos in uporabo v življenjskih situacijah. Tako izgrajeno znanje postane temelj za nove informacije, ki se v procesu učenja integrirajo v obstoječo mentalno mrežo posameznika, pri čemer se vzpostavljajo vzročno-posledične zveze med že znanim in novim. Tako nastaja mentalni oziroma reprezentacijski model, ki vsebuje številne povezave med dejstvi, procesi in koncepti ter predstavlja nabor možnosti za njihovo uporabo. Skozi izkušnjo učenja se model razvija skozi vse življenje.

4. Analiziranje in interpretacija informacij – učenje z raziskovanjem je procesno (in ne vsebinsko) naravnano. Temelji na predpostavki, da učenje ni le pomnjenje podatkov oziroma dejstev. Učenci se učijo analizirati in interpretirati pridobljene informacije in ne zgolj pomniti pravilne odgovore.
5. Povratna informacija in učenje na napakah – Bruner izpostavlja, da se učenje ne zaključi oziroma nastane, ko poiščemo pravi odgovor oziroma rezultat. Učimo se tudi preko napak. Učenje z raziskovanjem se ne osredotoča na iskanje pravega končnega rezultata, ampak na novosti, ki jih odkrijemo v samem procesu raziskovanja. Tu ima učitelj pomembno vlogo – slediti procesu učenja učenca in ga usmerjati, spodbujati in voditi z dajanjem smiselne in premišljene sprotne povratne informacije.

Brunerjevo idejo zasleduje tudi učni načrt za matematiko, kjer je med priporočili zapisano, da naj učenci matematiko spoznavajo najprej prek izkustva materialnega sveta, nato prek govornega jezika, ki generalizira to izkustvo, v naslednji fazi prek slike in prikazov ter šele nazadnje na simbolni in abstraktni ravni. Ena izmed pomembnejših nalog učenja in poučevanja matematike v osnovni šoli je tudi razvoj sposobnosti učencev za nadaljnje delo in izobraževanje (Žakelj idr., 2011).

## Reprezentacije

Kar slišim, pozabim, kar vidim, si zapomnim,  
kar naredim, razumem in znam.

Kitajski rek

Pouk matematike je namenjen graditvi pojmov in povezav, spoznavanju ter učenju postopkov, ki posamezniku omogočajo vključitev v sistem (matematičnih) idej in posledično v kulturo, v kateri živimo. Osnovnošolski pouk matematike obravnava temeljne in za vsakogar pomembne matematične pojme,



in to na načine, ki so usklajeni z otrokovim kognitivnim razvojem, s sposobnostmi, z osebnostnimi značilnostmi in njegovim življenjskim okoljem (Žakelj idr., 2011).

Pri pouku matematike spodbujamo različne oblike mišljenja, ustvarjalnost, formalna znanja in spretnosti ter učencem omogočamo, da spoznajo praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike. Pri tem se ne ukvarjamo samo s kognitivnim področjem učenčeve osebnosti, ampak tudi z afektivnim in s psihomotoričnim, saj je bistveni razlog za poučevanje in učenje matematike njena pomembnost pri razvoju celovite osebnosti učenca.

Izbira dejavnosti pri pouku je odvisna od razvojne stopnje učenca, strukture obstoječega znanja in seveda od namenov učenja. V procesu učenja matematike ni najpomembnejše, da učenec čim hitreje reši zadano nalogo, temveč da med različnimi strategijami reševanja določene naloge izbere najustreznejšo, upoštevajoč vrsto naloge in matematični pojem, ki je v njej obravnavan (Verschaffel, Greer in DeCorte, 2007). Način reševanja je seveda odvisen predvsem od učenčevega znanja, razumevanja matematičnih pojmov, pri čemer pa ne gre zanemariti vloge učitelja, ki z nenehnim spodbujanjem k izbiri ustreznih strategij za reševanje določenih nalog učenca spodbuja k tovrstnemu razmisleku pri reševanju nalog (Hodnik Čadež, 2014).

V osnovnošolskem izobraževanju pojme uvajamo najprej na konkretni in slikovni ravni, kasneje tudi na simbolni in abstraktni ravni. Uporabljamo konkretna ponazorila, različne didaktične pripomočke, v današnjem času tudi sodobna gradiva in informacijsko-komunikacijsko tehnologijo. Ti omogočajo dodatno motivacijo, boljše razumevanje ter povezovanje abstraktnih konceptov z učenčevim obstoječim znanjem (Žakelj idr., 2011). Vigotsky vidi reprezentacije kot pot do znanja in izpostavlja njihovo ključno vlogo v otrokovem razvoju (MacDonald, 2013). Reprezentacije oziroma načini učenčevega ravnanja z njimi omogočajo tudi spremljanje in ocenjevanje učenčevega napredovanja v matematičnem znanju. Novejše raziskave kažejo, da so bolj kot zaporedje reprezentacij pomembne relacije med reprezentacijami določenega matematičnega pojma (Chapman, 2010) ter prehajanje med posameznimi reprezentacijami istega matematičnega pojma (Heinze, Star in Verschaffel, 2009). Na podlagi slednjega naj bi učni proces vseboval štiri faze: uporabo ene reprezentacije, uporabo več reprezentacij sočasno, izgradnjo povezav med posameznimi reprezentacijami, integracijo reprezentacij in fleksibilno prehajanje med njimi (Žakelj, 2004). Žakelj (2003) poudarja, da biti uspešen v matematiki pomeni imeti bogato reprezentacijo koncepta.

Pri pouku matematike je za učenčevo uspešno in produktivno interakcijo z različnimi reprezentacijami pomembno, da (De Jong idr., 1998):

1. tekoče rokuje z različnimi reprezentacijami in med njimi tudi prehaja (npr. zna s konkretnim materialom izračunati dani račun in računanje »prevesti« v simbolni zapis);
2. izmed ponujenih izbere ustrezno reprezentacijo za reprezentiranje določenega pojma (reprezentiranje seštevanja trimestnih števil z desetiški enotami je primernejša reprezentacija kot reprezentiranje računanja v obsegu do 1.000 z nestrukturiranim materialom);
3. poleg omenjenega uporabi različne reprezentacije matematičnih pojmov, učitelj pa zadovolji potrebe učečih se z različnimi učnimi stili (Mallet, 2007).

Reprezentacije pri matematiki so različne. Lahko vključujejo slike, diagrame, simbole, konkreten material, jezik in realne situacije iz življenja (Van de Walle, Karp in Bay-Williams, 2013). Eisner (2004) poudarja pomen različnega reprezentiranja pri ustvarjanju razumevanja, ki se nadgradi v ustvarjanje novega/drugačnega razumevanja izbranega matematičnega pojma.

Razlikujemo med notranjimi reprezentacijami (miselne predstave) in zunanji reprezentacijami (okolje). Zunanje reprezentacije so sestavljene iz strukturiranih simbolnih elementov, katerih vloga je »zunanja« predstavitev določene matematične »realnosti«. Hodnik Čadež (2014) tako govori o konkretnih reprezentacijah, grafičnih reprezentacijah, reprezentacijah z matematičnimi simboli ter IKT-reprezentacijah. Kot ključni dejavnik pri učenju matematike izpostavi povezovanje reprezentacij, ki ga ponazorimo z modelom reprezentacijskih preslikav. V okviru tega modela definira dva koncepta, razumevanje in pomenjanje, pri čemer učenčevo razumevanje matematičnega pojma razumemo kot njegovo sposobnost prehajanja med različnimi zunanji reprezentacijami, pomenjanje pa kot sposobnost upravljanja z določeno zunanjo reprezentacijo. Vendar nekateri matematični pojmi zaradi svoje narave ne omogočajo prehajanja med vsemi, ampak le med nekaterimi reprezentacijami (Hodnik Čadež, 2014).

Izbira reprezentacije ni odvisna le od matematičnega konteksta, ampak tudi od posameznika, ki rešuje določeno matematično nalogo ali problem (Acevedo Nistal, Van Dooren, Clarebout, Elen in Verschaffel, 2009). V raziskavi K. N. Bieda in Nathana (2009) se je izkazalo, da je tekoča uporaba reprezentacij – spretno rokovanje s posamezno reprezentacijo in prehajanje med reprezentacijami, ko je to potrebno – učinkovitejša kot osredotočanje na reprezentacijo, ki ne temelji na relaciji z matematičnim pojmom.

Prehajanje med zunanji reprezentacijami je torej ključno, saj so te v tesni korelaciji z notranji reprezentacijami, ki jih opredelimo kot miselne pred-

stave oziroma miselne prezentacije (ne reprezentacije): nekaj, kar nima originala, notranji svet izkušnje. Notranje reprezentacije, poznamo jih tudi pod izrazom kognitivne reprezentacije (Palmer, 1978), razumemo kot miselne predstave, ki ustrezajo našim notranjim formulacijam »realnosti«. Kognitivni razvoj temelji na dinamičnem procesu prepletanja miselnih predstav in okolja (Karmiloff-Smith, 1992). To pomeni, da je uspešno učenje aktivno oblikovanje znanja v procesu interakcije med zunanjimi in notranjimi reprezentacijami.

Večkrat se zgodi, da učitelji začetniki ne izhajajo iz svojega matematičnega znanja, ampak iz učbeniških gradiv in drugih materialov (Brown in Borko, 1992), ki so lahko problematični z vidika reprezentiranja matematičnih pojmov, zato je zelo pomembno problematiziranje šolske matematike na način, da učiteljem pomagamo ponovno premisliti o njihovem matematičnem znanju in o okvirih, na katerih temelji njihovo poučevanje (Llinares in Krainer, 2006; Herbel-Eisenmann in Philips, 2008; Feiman-Nemser in Buchman, 1985). Učiteljeva refleksija dela v razredu je nujna komponenta učenja in poučevanja, ki vodi do kakovostnih sprememb stališč in znanja o poučevanju in učenju (Llinares in Krainer, 2006), ki temelji na smiselni uporabi in kreiranju matematičnih reprezentacij.

V nadaljevanju bomo predstavili zunanje reprezentacije. Pri pouku matematike v glavnem ločimo tri vrste zunanjih reprezentacij: konkreten oziroma didaktičen material, grafične, vizualne ponazoritve in matematične simbole (Hodnik Čadež, 2014).

#### *Enaktivne reprezentacije, manipulacija s konkretnim materialom*

Didaktičen material bomo opredelili kot material, ki ga učenci in učitelji uporabljajo pri pridobivanju znanja. Didaktičen material pri pouku matematike je konkreten material, s katerim poskušamo učencem na različne načine približati abstraktne matematične ideje (Hodnik Čadež, 2014). Najprimernejši oziroma najustreznejši didaktični material je konkreten material, s katerim aktiviramo različne učenčeve senzorne kanale. Tako pri učencu preko fizične aktivnosti spodbudimo miselno aktivnost (Heddens, 1997).

Uporaba didaktičnega materiala ima pomembno vlogo pri oblikovanju matematičnih pojmov, saj učencem pomaga razumeti matematične pojme, procedure, algoritme in simbole. Seveda pa didaktičen material ne reprezentira sam po sebi. Ključno vlogo pri slednjem ima učenec, ki da reprezentaciji pomen. Didaktičen material se med seboj razlikuje po kompleksnosti in ga delimo na strukturiranega in nestrukturiranega. Osnovno vprašanje pri rokovanju z didaktičnim materialom je zagotovo to, kako sta povezana fizično manipuliranje z materialom in miselni procesi, ki ob tem nastajajo, oziroma

kako rokovanje z materialom pomaga pri razvijanju izbranega matematičnega pojma oziroma pri reševanju matematičnih problemov (Hodnik Čadež, 2014).

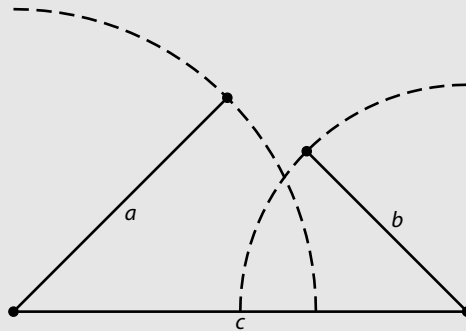
Manipuliranje z materialom naj bi se odražalo v miselni aktivnosti, ki je potrebna za razumevanje abstraktnega matematičnega pojma. Če didaktičen material ne zagotavlja določenega miselnega napora, je po besedah Markovca (1990) didaktično neustrezen. Markovac (1990) predlaga, naj učenci didaktičen material uporabljajo toliko časa, dokler ne znajo rešiti naloge brez uporabe tega materiala. Ko to dosežejo, določen material za učence ni več potreben. Učenci se običajno sami ne odločijo za opustitev določenega materiala, zato je vloga učitelja, da spodbuja k reševanju nalog brez njegove uporabe in s tem preverja učenčevo zrelost za njegovo opustitev. Ni pa prav, da mora učenec material opustiti, če za to opustitev ni zrel oziroma mu uporaba materiala omogoča rokovanje z izbranim matematičnim pojmom, s proceduro, z algoritmom. Didaktičen material ima vlogo mediatorja med učnimi cilji, ki vodijo pouk matematike, in rezultati tega procesa – matematično izobraženimi učenci (Gellert, 2004). Ob tem se kar samo ponuja vprašanje, če se učenci zavedajo didaktične vrednosti materiala, ali ga uporabljajo na način, ki se od njih pričakuje, oziroma če material resnično vodi k uresničevanju izbranih matematičnih ciljev. Tudi če učitelj presodi, da izbran didaktičen material učencem pomaga pri napredovanju v matematičnem znanju oziroma spodbuja določeno miselno aktivnost, še ne pomeni, da se bo to v praksi tudi zgodilo. Ni namreč nujno, da učenci v materialu prepoznajo matematične odnose, material lahko npr. zaznajo kot fizične objekte. Material kot tak sam po sebi ne zagotavlja uspešnega učenja. Učenje je namreč kompleksen proces, katerega sestavni del je rokovanje s konkretnim materialom. Rokovanje s konkretnim materialom, ki ni osmišljeno z natančno refleksijo procesa rokovanja in ni obravnavano v relaciji z drugimi reprezentacijami v matematiki, ne more voditi k uspešnemu učenju matematičnih pojmov. Narava matematičnega pojma, način uporabe didaktičnega materiala in material sam so dejavniki, ki vplivajo na proces učenja in poučevanja (Hodnik Čadež, 2014).

Markovac (1990) pri rokovanju z didaktičnim materialom izpostavi tudi vlogo jezika, ki predstavlja most med fizično in miselno aktivnostjo. Ko rokujemo z didaktičnim materialom, fizična manipulacija ni bistvena, bistven je miselni proces, ki se odvija v ozadju. Ta miselni proces pa postane transparentnejši, ko je dejavnost podkrepljena z verbaliziranjem, saj je s tem fizična aktivnost transformirana v miselni proces in tako ponotranjena. S tem je okrepljeno učenčevo razmišljanje (če mora učenec rokovanje z materialom glasno pojasnjevati, njegovo rokovanje z materialom postane bolj osredotočeno na

Spreminjaj dolžini daljic  $a$  in  $b$ . Razišči, v katerih primerih lahko sestaviš trikotnik in v katerih primerih trikotnika ne moreš sestaviti. Preveri pravilnost trditvev.

Če z zapisanimi dolžinami stranic lahko sestaviš trikotnik, vpiši D. Če trikotnika ne moreš sestaviti, vpiši N.

- $c = 6$  cm,  $a = 4$  cm,  $b = 3$  cm
- $c = 6$  cm,  $a = 2$  cm,  $b = 3$  cm
- $c = 6$  cm,  $a = 2$  cm,  $b = 4$  cm



**Slika 2.2** Trikotniško pravilo (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 308)

matematični pojem). Po Markovcu (1990) je uporaba didaktičnega materiala brez verbaliziranja nesmiselna, saj učencev ne vodi do višjih miselnih procesov, kar je bistveni razlog uporabe didaktičnega materiala pri poučevanju matematike (Hodnik Čadež, 2014).

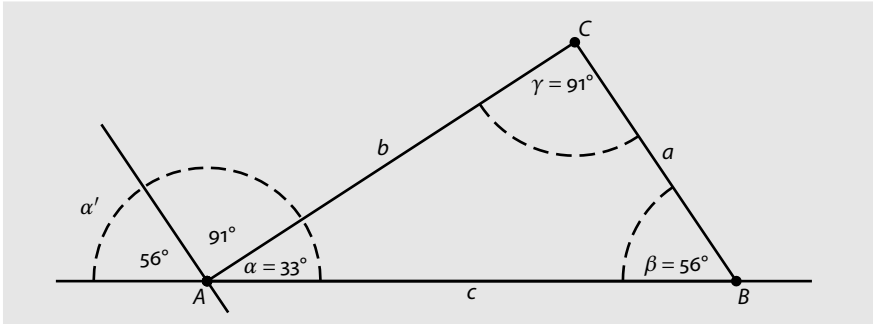
Pokažimo primer reprezentacije z virtualnimi objekti z uporabo simulacije v i-učbeniku. Na sliki 2.2 je predstavljen primer enaktivne reprezentacije, ki ustreza konkretni ravni. Dejavnost spodbuja razvoj osnovnih znanj. Gre za proces spoznavanja oziroma raziskovanja trikotniškega pravila.

### Grafične reprezentacije

Grafične reprezentacije so v matematiki na razredni stopnji najbolj zastopane pri ponazarjanju matematičnih idej. Matematični učbeniki, delovni zvezki ter drugo matematično gradivo so polni grafičnih reprezentacij, ki se med seboj razlikujejo po domiselnosti, izvirnosti ter korektnosti. Nekatere so celo matematično vprašljive in didaktično neustrezne (Hodnik Čadež, 2014).

Grafične reprezentacije vsebujejo slikovne ponazoritve. Pomembno je, da učitelj tudi pri oblikovanju e-gradiv načrtuje dejavnosti, pri katerih učenci opazujejo grafične ponazoritve ter dejavnosti, kjer grafične ponazoritve ustvarjajo sami. Na sliki 2.3 je predstavljen primer grafične reprezentacije.

Ključna je razmislek o tem, kaj slika prikazuje. Ali prikazuje tisto, kar vidim (npr. pravi kot v trikotniku), ali je to lahko kateri koli kot. V katerem primeru lahko sliki popolnoma verjamem, v katerem primeru mi slika služi le kot podpora za nekaj, česar na njej neposredno ni mogoče razbrati? Pomembno je sprejeti oziroma določiti pravila grafičnega ponazarjanja matematičnih idej glede na matematično vsebino in spodbujati diskusijo pri učencih, ko pride do različnih interpretacij (Hodnik Čadež, 2014).



**Slika 2.3** Primer grafične reprezentacije – vsota notranjih kotov trikotnika (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 310)

**Preglednica 2.2** Most od konkretnega proti abstraktnemu

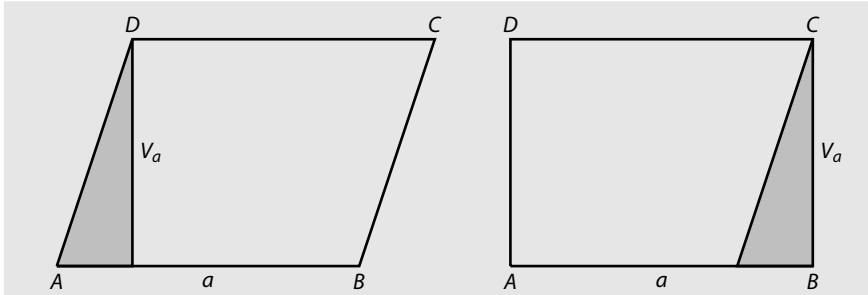
Konkretna reprezentacija	Grafična reprezentacija		Reprezentacija z matematičnimi simboli
	Semikonkretna	Semiabstraktna	
Ploščino paralelograma določimo tako, da model paralelograma (fizično) preoblikujemo v model pravokotnika, ki je posebna oblika paralelograma, ki mu določimo ploščino.	Ploščino paralelograma z danimi dimenzijami, ki je narisana v koordinatni mreži, določimo tako, da ga grafično preoblikujemo v ploščinsko enak pravokotnik.	Ob splošni skici paralelograma brez danih dimenzij ozavestimo postopek računanja ploščine paralelograma.	Obrazec za ploščino paralelograma zapišemo z matematičnimi simboli.

**Opombe** Povzeto po Heddens (1986).

Grafične reprezentacije predstavljajo nekakšen most med konkretnimi reprezentacijami in reprezentacijami z matematičnimi simboli. Heddens (1986) je most, ki vodi od konkretnega proti abstraktnemu, predstavil kot most grafičnih reprezentacij, ki so bodisi polkonkretne bodisi polabstraktne. Slednje bomo predstavili na primeru obravnave pojma ploščine paralelograma (preglednica 2.2). Pri učenju matematike se torej srečujemo z različnimi grafičnimi reprezentacijami, ki za učenca niso nujno enostavnejše od konkretnih. Izbiro grafične reprezentacije določata narava matematičnega pojma in uporaba konkretnega materiala pri obravnavi tega pojma. Ključno je sprotno vzpostavljjanje povezav med različnimi reprezentacijami (Hodnik Čadež, 2014).

*Matematični simboli*

V procesu zgodnjega učenja matematike je rokovanje s simboli tesno povezano s konkretnimi in z grafičnimi reprezentacijami, v tretji triadi učenci pre-



Slika 2.4 Prehod s slikovne na simbolno raven

hajajo med vsemi tremi reprezentacijami. Nemalokrat učenci s simboli upravljajo mehanično, brez razumevanja (Hodnik Čadež, 2014).

Specifični simboli so simboli v geometriji, s katerimi se prav tako učenci srečajo že v prvih dveh vzgojno-izobraževalnih obdobjih osnovne šole. Nekateri simboli so v tesni povezavi z matematično idejo, ki jo predstavljajo (so si podobni), npr. simbole za vzporednost, pravokotnost, kot, nekateri drugi pa te neposredne povezave z referenco oziroma grafičnim prikazom pojma nimajo. Mednje sodijo oznake za presečišča, oglišča, poimenovanje daljic, poltrakov itd. (Hodnik Čadež, 2014). Slika 2.4 prikazuje prehod s slikovne na simbolno raven razumevanja.

#### *Relacije med različnimi reprezentacijami*

Poznamo veliko različnih razlag pojmov razumevanje in pomenjanje. Hodnik Čadež (2014) pomenjanje definira kot proces, tesno povezan s specifično reprezentacijo, razumevanje pa kot učenčevo sposobnost prehajanja (prevajanja) med različnimi reprezentacijami.

S pomenjanjem opredeli učenčevo sposobnost dati določeni reprezentaciji pomen oziroma izvesti predvideno transformacijo v okviru določene reprezentacije. Če učenec lahko izvede neko operacijo s konkretnim materialom, to pomeni, da tej reprezentaciji da določen pomen. Učenec, ki lahko reprezentacijo s konkretnim materialom prevede (spremeni) v grafično reprezentacijo ali v reprezentacijo z matematičnimi simboli, pa to operacijo tudi razume.

Pouk matematike, ki temelji na raziskovanju različnih reprezentacij določenega matematičnega pojma in spodbuja učence, da tekoče in fleksibilno prehajajo med različnimi reprezentacijami, je učinkovitejši in učencem omogoča boljše razumevanje matematičnih pojmov kot pouk, ki tega ne omogoča (Duval, 2002; Griffin in Case, 1997; Kaput, 1989; Skemp, 1993).

### ***Kognitivni vidiki učenja***

Schneider in Stern (2013) pridobivanje znanja umeščata v samo središče učnega procesa in poudarjata, da je kakovost znanja enako potrebna kot količina in da moramo »znanje« razumeti mnogo širše kot poznavanje dejstev (ki jih seveda zajema). Kognitivni pogled na učenje strneta v ugotovitvah, da (je) učenje:

- izvaja predvsem učenec;
- mora upoštevati učenčevo predznanje;
- terja povezovanje struktur znanja;
- skrbi za ravnovesje med usvajanjem konceptov, veščin in metakognitivnih kompetenc;
- s hierarhičnim organiziranjem temeljnih koščkov znanja gradi kompleksne strukture znanja;
- lahko s pridom uporablja strukture zunanjega sveta pri organiziranju struktur znanja v umu;
- omejeno z zmožnostmi ljudi za procesiranje informacij;
- učinek dinamičnega prepletanja čustev, motivacije in kognitivnih procesov;
- gradi prenosljive strukture znanja;
- terja čas in napor (Schneider in Stern, 2013).

### *Kognitivni vidiki učenja matematike*

*Učenje izvaja predvsem učenec.* Učenje je vedno v domeni učenca, načrtovanje, priprava učnih ur, gradiv ter poučevanje pa v veliki meri v domeni učitelja. Učitelj, ki pozna, kako učenec konstruira znanje, ki ima kakovostno vsebinsko pedagoško znanje, pripravlja dejavnosti, ki gradijo na predznanju učencev, na povezovanju znanja ter pojme in vsebine uvaja postopoma. Zato učitelj ne potrebuje samo dobrega metodičnega ter vsebinskega znanja o temah, ki jih poučuje, temveč tudi vsebinsko pedagoško znanje, to je zavest o tem, kako učenci konstruirajo znanje o posameznih vsebinah (Shulman, 1987). Učiteljevo vsebinsko pedagoško znanje zajema vpogled v težave, ki jih imajo učenci pogosto na posameznih področjih, in v strategije, kako težave premagovati. Učitelji z dobrim vsebinskim pedagoškim znanjem metode poučevanja uporabljajo tako, da pri učencih spodbujajo procese aktivnega učenja. Po Marentič-Požarnikovi (2000) je aktivno učenje tisto, ki učenca celostno, miselno in čustveno aktivira.

Žakelj (2004) je v raziskavi, ki jo je izvedla z učenci zadnje triade osnovne šole, pokazala, da izkustveno učenje (modeliranje, samostojno iskanje virov,



iskanje podobnosti in povezav, iskanje primerov in protiprimerov ...), dialog ter različne oblike sodelovanja (vpliv socialnih interakcij) pomembno prispevajo k razvoju matematičnih pojmov in usvajanju matematičnega znanja nasploh.

*Kakovostno učenje gradi na predznanju.* Učitelj, ki ima kakovostno vsebinsko pedagoško znanje, pri poučevanju poskrbi za pravi vrstni red učenja vsebin oz. pojmov. Kognitivno pojmovanje poudarja učenje, pri katerem ne gre za dodajanje novega staremu (kopičenje podatkov), temveč za novo samostojno oblikovanje znanja, ki se povezuje z že znanimi pojmi, podatki, pravili. Če določeni pojmi, ki so pomembni za usvajanje novega znanja, še ne obstajajo v zavesti učenca, potem še ni čas za uvajanje novih pojmov, v nasprotnem primeru je zelo majhna verjetnost, da bi se učenec lahko učil z razumevanjem. Taber (2001) opozarja na situacije, ko imajo učenci v svojih glavah napačne predstave, učitelji pa jim ponujajo pravilne, ne da bi jih povezali z njihovim predznanjem, ko imajo lahko učenci v glavah obenem pravilne in napačne predstave, ne da bi opazili kontradikcijo. Katero bo učenec uporabil, je odvisno od situacije, v kateri se bo znašel. Npr., osnovnošolci na začetku šolanja spoznajo štirikotnike in med njimi tudi kvadrat. Lahko se zgodi, da je pojmovna predstava učenca, da so vsi štirikotniki kvadrati. Ko jim učitelj razlaga, da pravokotnik ni kvadrat, je ta informacija v sporu s tem, kar že vedo. Ko skuša povezati novo informacijo z novim znanjem, lahko pride do kognitivnega konflikta in učenec spremeni pojmovno predstavo, ni pa nujno. Lahko si ustvari tudi popolnoma novo predstavo o štirikotnikih (ne nujno povsem napačno, lahko le nepopolno). Katero bo uporabil, je odvisno od situacije. Učitelj, ki bi se neposredno navezal na obstoječe znanje učencev in pokazal, kako se povezuje z novim znanjem, bi se takim problemom ognil.

Raziskave, narejene z adolescenti in odraslimi ljudmi, so odkrile, da je vsebinsko specifično predznanje ena najpomembnejših določilnic nadaljnjega učenja (Schneider in Stern, 2013). Na podlagi takega znanja lahko celo bolje napovemo prihodnje kompetence ljudi kot s pomočjo testov inteligentnosti (Stern, 2001).

Pomen predznanja pa ni omejen le na specifične vsebine. Tudi Grabner, Stern in Neubauer (2007) navajajo, da je učenje matematike močno odvisno od predznanja. Študije so potrdile povezavo med predznanjem učencev in učnimi procesi tudi v drugih akademskih disciplinah, vključno s fiziko, z astronomijo, biologijo, evolucijsko teorijo, medicino in zgodovino (Vosniadou, 2008).

*Kakovostno učenje povezuje strukture znanja.* Obstaja znanje o abstraktnih konceptih, o učinkovitem reševanju rutinskih problemov, znanje o tem, kako obvladovati kompleksne in dinamične problemske situacije, znanje o učnih strategijah, znanje o tem, kako obvladovati lastna čustva in podobno. Vse našete plasti so medsebojno povezane in tvorijo kompetence posameznikov. Plasti, ki jih imenujejo tudi »delčki znanja« (diSessa, 1988), imajo različne funkcionalne značilnosti. Lahko so izolirane ali pa medsebojno prepletene, odvisne ali neodvisne od kontekstov, abstraktne ali konkretne, implicitne ali ozaveščene, neaktivne ali dostopne do določene mere. Moderna kognitivna znanost dokazuje, da našete kompetence izvirajo iz dobro organiziranih temeljnih struktur znanja (Taatgen, 2005).

diSessa (1988) opozarja, da učenci pogosto ne prepoznajo abstraktnih odnosov med koščki znanja, ki so jih usvojili v na videz različnih situacijah. Pomemben cilj poučevanja je pomoč učencem, da bi lahko povezovali koščke znanja.

Sposobnost povezovanja znanja, povezovanja pojmov, integracija (iskanje podobnosti, razlik, odnosov), je po Gagneju del konceptualnega znanja. Dobro pripravljen učitelj že med razpravo v razredu prepozna probleme in se nanje neposredno odzove že med učenjem. Npr., učenci pri matematiki izkazujejo sposobnost povezovanja različnih matematičnih vsebin, ko predložijo dokaze, prepoznajo in ustvarjajo primere ter protiprimere; uporabljajo medsebojno povezane modele, diagrame, manipulativne in raznolike predstavitve konceptov; primerjajo, prepoznajo, razlagajo, uporabljajo znake, simbole in izraze, ki se uporabljajo za predstavitev pojmov. Oglejmo si primere.

*Primer 1.* Učenec, ki ima konceptualno razumevanje, je na vprašanje, ali je  $6,345 \times 5,28 = 335,016$ , sposoben brez rutinske izvedbe procedure množenja pojasniti, da 335,016 ne more biti pravilen rezultat, ker je prvi faktor večji od 6 in manjši kot 7, drugi pa večji od 5 in manjši od 6, kar pomeni, da je produkt lahko le med 30 in 42.

*Primer 2.* Zmožnost povezovanja znanja znotraj matematike izkazuje tudi učenec, ki lahko pri vprašanju »Koliko je 25 % % od 88?« poleg uporabe rutinskega postopka  $0,25 \times 88 = 22$  razmišlja tudi z uporabo delov celote: »25 % % od 88 je enako kot 1/4 od 88 in 1/4 od 88 je 22.«.

*Primer 3.* »Je krog večkotnik?« Učenec, ki odgovori v stilu »Ne, ker so kvadrati večkotniki in krogi niso kvadrati«, ima omejeno razumevanje večkotnikov, čeprav je razlaga sicer resnična. Učenec bi izkazal razumevanje definicije oz. razumevanje pojma večkotnik, če bi pri utemeljevanju definicijo večkotnika uporabil v najsplošnejši obliki in ne le na primeru

**Preglednica 2.3** Kako je znanje skonstruirano

Vrsta	Predpostavke o učenju znanja	Primeri teorij
Zunanja usmerjenost	Znanje je pridobljeno s konstruiranjem reprezentacij zunanjega sveta. Neposredno poučevanje, povratne informacije in razlage vplivajo na učenje. Znanje je pravilno glede na to, kako odraža stvari, kakršne so v resnici v zunanjem svetu.	Procesiranje informacij
Notranja usmerjenost	Znanje je skonstruirano s transformiranjem, organiziranjem in reorganiziranjem že obstoječega znanja. Znanje ni zrcalo zunanjega sveta, čeprav izkušnje vplivajo na mišljenje in mišljenje vpliva na izkušnje. Raziskovanje in odkrivanje sta pomembnejša kot poučevanje.	Piaget
Zunanja in notranja motivacija	Konstruiranje znanja temelji na socialnih interakcijah. Znanje odraža zunanji svet, prečiščen in pod vplivom kulture, jezika, prepričanj, interakcijah z drugimi, neposrednim poučevanjem in modeliranjem. Vodeno odkrivanje, poučevanje, modeli in vodenje vplivajo na učenje, prav tako tudi posameznikovo predznanje, prepričanje in mišljenje.	Vigotski

**Opombe** Povzeto po Moshman (1982).

kvadrata. Formalna definicija zagotavlja utemeljitev, ki utemeljuje vse večkotnike, ne le kvadratov.

#### *Učenje uporablja strukture zunanjega in notranjega sveta*

Vedno znova se zastavlja vprašanje, kako zasnovati proces učenja, da bodo učenci napredovali v miselnem razvoju ter dosegali kakovostno znanje. Zunanji in notranji dejavniki usmerjajo konstruiranje znanja. Znanje nastaja z interakcijo notranjih (kognitivnih) in zunanjih (okoljskih in socioloških) dejavnikov. Preglednica 2.3 povzema tri splošne razlage načina konstruiranja znanja.

Večina konstruktivistov je prepričanih, da ljudje ne moremo neposredno zaznavati sveta, ampak ga moramo prefiltrirati skozi svoje razumevanje. Vendar pa nekatere teorije, kot je procesiranje informacij, predpostavljajo, da je svet dostopen. Posameznik lahko dojame objektivno realnost, čeprav je konstruiranje znanja osebno in lahko vključuje zmotne predstave o delovanju sveta. Npr., učenci lahko sami skonstruirajo postopek seštevanja, ki je povsem napačen.

Drugi konstruktivisti, vključno s Piagetom in Vigotskim, pa ne govorijo o pravih zaznavah, ampak o logičnih, smiselnih interpretacijah. Kljub temu pa so prepričani, da lahko poznamo svet, ker je konstrukcija znanja racionalen proces, nekatere konstrukcije pa so boljše kot druge – bolj logične, veljavne in opravičljive (Woolfolk, 2002).

### *Učenje je procesiranje informacij*

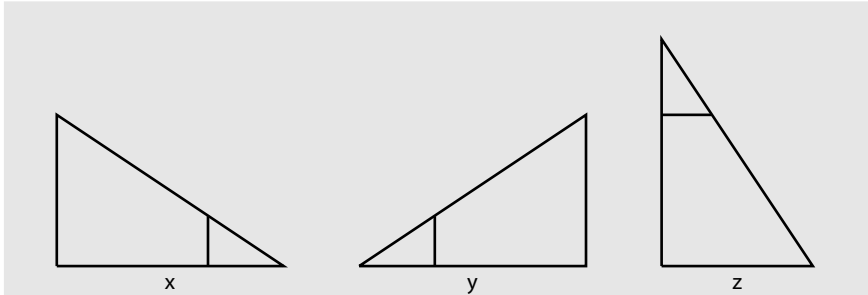
Spoznadni procesi zajemajo delovni spomin, s katerim aktivno procesiramo informacije, in dolgoročni spomin, kamor jih shranjujemo. Delovni spomin ima omejene zmoglosti, informacije, shranjene v njem, pa se izgubijo že po nekaj sekundah, če jih ne nadgradimo. Nasprotno pa ima dolgoročni spomin skoraj neomejene zmogljivosti in lahko informacije zadrži več dni ali celo let.

Od zmogljivosti kratkoročnega spomina ali t.i. delovnega spomina je odvisno tudi reševanje problemov. Po Schoenfeldu imajo dobri reševalci matematičnih problemov boljše sposobnosti pri uporabi kratkoročnega spomina, ker so njihove enote večje in bolj organizirane, imajo bolj razširjene zmogljivosti delovnega spomina (predstavitev problema, določitev ciljev raziskovanja, konceptualno razumevanje, strategije pri reševanju in učenje veščin) vsaj v odnosu do simbolov in operacij (Žakelj, 2004).

Na (ne)uspešnost reševanja problemov vpliva tudi obremenjenost kratkoročnega spomina z neavtomatiziranimi pravili (Zentall, 1990). Učenec, ki ima že sicer večje težave s kratkoročnim spominom in uporablja še neavtomatizirana pravila, ima premalo kognitivne zmogljivosti za reševanje in razumevanje problema samega (Sweller, 1989).

Ne le neavtomatizirana pravila, tudi branje besedila matematičnega problema lahko bolj ali manj obremenjuje delovni spomin. Za branje matematičnih besedil pogosto velja, da ni linearni proces, lahko poteka od leve proti desni, od desne proti levi, od vrha navzdol ali celo po diagonalni; integrira branje teksta, pregled vključenih diagramov, tabel, slika, simbolnih izrazov in predstavitev ter tekoče sprehajanje in gibanje med vsemi reprezentacijami (Noonan, 1990; Adams, 2003). Vse to zahteva visoko raven koncentracije ob sprotnem ustvarjanju predstave problema v mislih.

Delovni spomin lahko razbremenimo (Mayer in Moreno, 2003) nepotrebni vsebin tudi tako, da koščke informacij, ki jih lahko razumemo le, če so povezane, tudi predstavimo skupaj. Tako lahko npr. koordinatni sistem s številnimi grafi lažje razumemo, če je vsak graf neposredno označen, namesto da je informacija o njem podana v legendi pod koordinatnim sistemom. Če je informacija v legendi, mora učenec preskakovati z legende na koordinatni sistem in nazaj, kar po nepotrebem obremenjuje njegov delovni spomin. Iz istega razloga naj bodo v knjigi novi simboli formule pojasnjeni neposredno poleg formule, ne pa kje drugje. Enako velja za jezik: bolj ko bomo zapletene odnose pojasnjevali s preprostim jezikom, bolje in hitreje jih bodo učenci razumeli (Schneider in Stern, 2013).



Slika 2.5 Transformacija

*Primer: Transformacija* (povzeto po Japelj Pavešić, 2015). Kateri od naslednjih transformacij, v navedenem vrstnem redu, lahko uporabimo, da slika x postane slika y in nato slika z (slika 2.5).

- A zrcaljenje in nato premik
- B zrcaljenje in nato  $1/4$  obrata v smeri urinega kazalca
- C  $1/2$  obrata in nato premik
- D  $1/4$  obrata v smeri, nasprotni urnemu kazalcu, in nato zrcaljenje

Za rešitev naloge je potrebno ne le branje od leve proti desni, temveč tudi od vrha navzdol in obratno. Pri vsakem odgovoru posebej se moramo vrniti k sliki in razmisliti, kaj se zgodi z likom po opisani transformaciji.

*Učenje je učinek prepletanja motivacije in kognitivnih procesov*

Želja po učenju je seveda odvisna od mnogih dejavnikov. Učenčeva motivacija za učenje lahko izhaja iz njegove želje, da pokaže sebi in drugim, da lahko doseže uspeh, iz zadovoljstva z učnimi materiali, iz spodbud in podpore, ki jih dobiva od drugih, ali iz želje po učenju. V literaturi zasledimo delitev na notranjo in zunanjo motivacijo. McMeniman (1989) poudarja, da je notranja motivacija povezana z željo po učenju, spodbuja pojmovno učenje in vodi k ustvarjalnemu mišljenju. Pri zunanji motivaciji pa se posameznik uči zaradi zunanjega vzroka (Race, 1998). To so lahko ocene, pritiski staršev, nagrada ob koncu šolskega leta. Govorimo o situacijah, kadar učencu snov ali tema ni zanimiva, ko gre za učno snov ali tematiko, ki se je stežka nauči, vendar pelje k drugi zanimivejši temi, ob kateri se mora izkazati sposobnega na nekem področju, preden sam ugotovi, ali ga to področje zanima in ali bi se želel o njem česa naučiti, ko doživlja pritisk od drugih, nima pa želje po učenju, ali ko se mora učiti zaradi ocen. Rezultati študije (Watkins in Akande, 1994) kažejo, da motivacija pomembno vpliva na izbiro učenčevih učnih strategij.

Povezanost med učno motivacijo in učnimi strategijami se kaže v treh obli-

kah pristopov k učenju: v obliki površinskega pristopa k učenju, ki se nanaša na pomnjenje in reprodukcijo znanja; v obliki poglobljenega pristopa k učenju, ki se nanaša predvsem na zanimanje za učno snov in razumevanje; ter v obliki stališč do uspeha, ta pristop pa se nanaša na motivacijo za najvišje možne dosežke, tako v zvezi z učenjem kot v zvezi z akademsko samopodobo. Med površinske pristope štejemo atomistični in intuitivno-holistični (celostni) pristop. Pri atomističnem pristopu je učenčevo znanje sestavljeno iz manjših enot, ki jim manjka bistveni člen – integrirano poznavanje snovi. Njegovo znanje je lahko obsežno, vendar učenec ne ve, kam to znanje sodi. Predmeta, ki se ga uči, ne razume kot celoto, temveč ga dojema po delih. Struktura tako pridobljenega znanja je pomanjkljiva, zato nastanejo težave pri pomnjenju in prenosu znanj. Pri intuitivno-holističnem (celostnem) pristopu k učenju in reševanju problemov se učenec ne uči po delih, temveč se uči celoto. Pri takšnem učenju žal zanemari podrobnosti. Učenec se uči snov predvsem na podlagi slutenj. Seveda njegove slutnje niso logično utemeljene in empirično preverjene, zato je njegovo znanje pomanjkljivo. Poglobljeni pristop k učenju z razumevanjem pa pomeni učenje na znanstveno sistematičen način. To je pristop, ki ga mora spodbujati sleherni učitelj. Zajema tako učenje podrobnosti kot učenje celote, vendar pa ne gre za njuno vsoto. Učitelj učenca spodbuja k združevanju delov učne snovi v celoto in obratno – k razgraditvi učne snovi na njene sestavne dele. Učenje temelji na logičnem sklepanju in empiričnem preverjanju. Pri tem je bistveno, da učenec razume formalne povezave med pojavi, ki se jih uči.

Prepletanje motivacije in kognitivnih procesov se zgodi, ko učenec poveže spoznavne procese učenja z zadovoljstvom, z veseljem, ki ga pri tem občuti. Ko učenec razume in vidi smisel učenja, ko se zaveda pomena in smiselnosti vsebin, ki se jih uči, je njegova motivacija za učenje večja. K učenčevi motivaciji za učenje lahko prispeva tudi učitelj z izbiro dejavnosti, ki tovrstne interakcije omogočajo. Npr., pri pouku matematike se o ploščini pravokotnika učimo zato, da bi poznali in znali uporabljati tako formalne postopke, formule kot tudi, da bi razumeli pojem ploščine in znanje znali uporabiti tako v šolskih kot avtentičnih situacijah. Zato je pri pouku potrebno delati oboje, tako računske postopke kot se spoprijemati z izzivi raziskovanja. Naloge, ki so usmerjene v računske postopke, v uporabo obrazcev, uresničujejo cilje učenja proceduralnih znanj, ne pa učenja koncepta ploščine. Izzivi, ki zahtevajo razmišljanje o konceptu, njegovi uporabi, pustijo odprta vrata za raziskovanje in samostojno iskanje učnih poti. Npr., problem »Razišči dimenzije plošč, s katerimi bi lahko tlakoval domače dvorišče«, izziva učenca v razumevanju ploščine pa tudi v razvijanje samostojnosti in ustvarjalnosti. Problem je od-

prt, omogoča več različnih rešitev in poti reševanja, kar pri učencih spodbudi prvi korak v samostojno iskanje poti. Tvrstne aktivnosti lahko motivirajo predvsem učence, ki radi raziskujejo.

### ***Pomen kognitivnih ravni znanj za učenje***

Pri iskanju odgovora, na kakšnem znanju je težišče pri pouku in s tem tudi pri ocenjevanju in preverjanju znanja ter pri interpretaciji dosežkov učencev, nam lahko pomagajo taksonomije učnih ciljev za spoznavno področje. Znanj je več taksonomij oz. raziskave kognitivnih znanj (Bloomova in Marzanova taksonomija, Gagnejeva, TIMSS-ova, ova klasifikacija znanj idr.). V raziskavi PISA (PISA, 2006) so npr. miselne (kognitivne) aktivnosti, ki obsegajo različne vrste zmožnosti in sposobnosti, razdeljene v tri večje kompetenčne razrede:

- razred reproduciranja (prepoznavanje, navajanje znanega, izvajanje rutinskih operacij),
- razred povezovanja (sinteza, povezovanje in razširjanje znanega in vadenega),
- razred reflektiranja (zahtevnejše sklepanje, utemeljevanje, izločanje manj pomembnega (abstrakcija), posploševanje, modeliranje v novih kontekstih).

Vsak razred vključuje osem različnih kompetenc, katerih opis temelji na delu Nissa (1999): razmišljanje in razumevanje, utemeljevanje, komunikacijo, modeliranje, postavljanje in reševanje problemov, prikazovanje, uporabo simbolnega, formalnega in tehničnega jezika ter operacij, uporabo orodij in pripomočkov.

Vse taksonomije oz. klasifikacije kognitivnih znanj niso enako uporabne za vsa predmetna področja. Tako npr. pri matematiki uporabljamo prirejeno Gagnejevo klasifikacijo znanj, ki smo jo v slovenskem šolskem prostoru začeli uporabljati šele v zadnjih letih. Pri preverjanju matematičnega znanja jo uporabljajo tudi v večini evropskih držav. Prav tako sestavljanci nacionalnih preizkusov iz matematike pri nas in sestavljanci preizkusov v mednarodni primerjalni raziskavi TIMSS uporabljajo po Gagneju prirejeno klasifikacijo znanj.

Po Gagneju prirejena klasifikacija znanj matematično znanje razdeli na naslednje tipe matematičnih znanj (Žakelj, 2003):

1. taksonomska raven: osnovno in konceptualno znanje:
  - osnovna znanja in vedenja (poznavanje)
  - razumevanje pojmov in dejstev

Premikaj oblišči C in D. Opazuj kote trikotnika. izračunaj:

(a) vsoto velikosti notranjih kotov štirikotnika,  
 (b) vsoto velikosti zunanjih kotov štirikotnika,  
 (c) vsoto velikosti notranjega in njemu priležnega kota štirikotnika.

**Slika 2.6** Primer dejavnosti za razvoj osnovnih znanj (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 463)

2. taksonomska raven: proceduralno znanje:

- rutinska proceduralna znanja (izvajanje rutinskih postopkov)
- kompleksna proceduralna znanja (izvajanje kompleksnih postopkov)

3. taksonomska raven: problemsko znanje:

- reševanje in raziskovanje problemov:
- strategije za reševanje problemov
- aplikativna znanja – uporaba specifičnega znanja

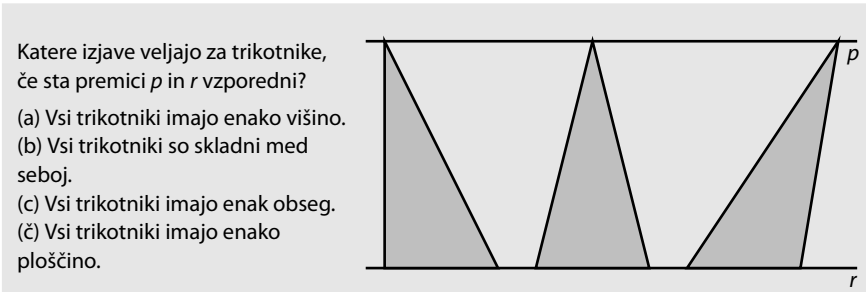
Osnovna znanja in vedenja obsegajo poznavanje pojmov in dejstev ter pri-klic znanja:

- poznavanje posameznosti: reproduktivno znanje, znanje izoliranih in-formacij in faktografije;
- poznavanje specifičnih dejstev: znanje definicija, formul, aksiomov, iz-rekov, odnosov, osnovnih lastnosti (Pitagorov izrek,  $p = a \times b$ , lastnosti likov ...);
- poznavanje terminologije: seznanjenost z osnovnimi simboli in ter-minologijo (vzporednost, pravokotnost, +, -, %; pravokotnik, funkcija, enačba, kilogram);
- poznavanje klasifikacij in kategorij: prepoznavanje in klasifikacija raz-ličnih matematičnih objektov, npr. funkcije, enačbe, množice.

Na sliki 2.6 je prikazan primer dejavnosti za razvoj osnovnih znanj, kjer uče-nec preiskuje lastnosti notranjih in zunanjih kotov štirikotnika.

Konceptualno znanje je razumevanje pojmov in dejstev. Obsega oblikova-nje pojmov, strukturiranje pojmov in poznavanje relevantnih dejstev:





**Slika 2.7** Primer dejavnosti za razvoj konceptualnega znanja

**Preglednica 2.4** Reprezentacije

Reprezentacije	Dejavnosti
Konkretna reprezentacija	Prepoznati geometrijski vzorec in ga nadaljevati
Grafična reprezentacija	Prepoznati slikovni vzorec iz geometrijskih teles in ga nadaljevati
Simbolna reprezentacija	Prepoznati shemo vzorca (simbolni zapis) ter oblikovati geometrijski vzorec
Abstraktna reprezentacija	Predstaviti vse tri nivoje

- prepoznavanje pojmov: na modelih, na sliki, v besedilu (npr. v množici likov prepoznati paralelogram, prepoznati enačbo krožnice ...);
- predstava o pojmih (npr., dva skladna pravokotna trikotnika sestavljata pravokotnik, mreža kocke je sestavljena iz šestih kvadratov);
- prepoznavanje terminologije in simbolike v dani situaciji (stranici  $a$ ,  $b$ , višina, para vzporednih stranic ...);
- priklic definicija in njihova uporaba (npr. poznavanje in uporaba pravila o vsoti kotov v trikotniku, Pitagorov izrek ...);
- povezovanje pojmov: integracija (iskanje podobnosti, razlik, odnosov).

Na sliki 2.7 je prikazan primer dejavnosti za razvoj konceptualnega znanja, kjer učenec prepozna lastnosti trikotnikov na sliki in le-te uporabi v problem-ski situaciji na sliki (razumevanje pojmov višina trikotnika, ploščina trikotnika).

Razumevanje pojmov in dejstev pomeni sposobnost fleksibilnega prehanja med različnimi reprezentacijami – konkretno, grafično, simbolno, abstraktno (preglednica 2.4).

Oblikovanje pojmov je dolgotrajen proces. Učenci si morajo pojem pridobiti, ne pa se ga naučiti. Pri tem lahko pomaga tudi učitelj. Pomembno je, da (se) učitelj:

- pravilno presodi, kdaj v učnem procesu uvede nove pojme in koncepte,
- pozna, kako učenec konstruira svoje znanje, ter
- zaveda, da struktura že obstoječega znanja bistveno vpliva na vrstni red učenja in poučevanja (Orton in Wain, 1994).

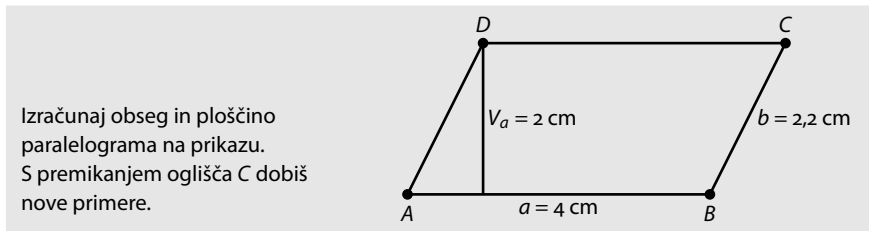
Možni vzroki za težave pri usvajanju pojmovnih predstav so naslednji:

- verbalizem (enačenje učenja pojmov z učenjem besed ali zgolj obnova definicija);
- prezahtevnost nekaterih pojmov glede na razvojno stopnjo – npr., otrok na razvojni stopnji konkretnih operacij težko popolnoma obvladuje pojme, vezane na simbolno raven;
- premajhna medsebojna povezanost pojmov ter zanemarjanje obravnave mrežnih povezav, odnosov med njimi (pri poučevanju velikokrat premalo upoštevamo dejstvo, da so pojmi v kognitivni strukturi razvrščeni v pojmovne mreže, saj jih skoraj vedno povezujemo s sorodnimi pojmi).

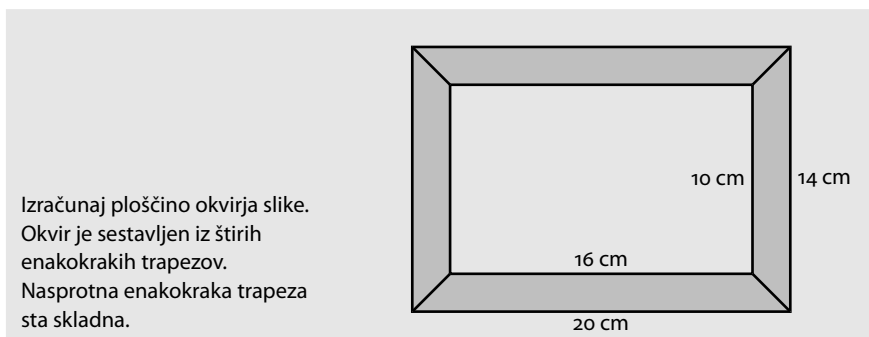
Proceduralno znanje obsega poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur. Delimo ga na rutinsko in kompleksno proceduralno znanje. Pri rutinskem proceduralnem znanju gre za izvajanje rutinskih postopkov, uporabo pravil in obrazcev, standardni računski postopek, reševanje preprostih nesestavljenih nalog z malo podatki itd. Pri kompleksnem proceduralnem znanju gre za uporabo kompleksnih postopkov: poznavanje in učinkovito obvladovanje algoritmov in procedur (metod, postopkov), izbiro in izvedbo algoritmov in procedur, uporabo pravil, zakonov, postopkov ter reševanje sestavljenih nalog z več podatki (Žakelj, 2003). Učenje proceduralnih znanj z razumevanjem temelji na razumevanju pojmov. Idealno bi bilo, če bi se postopkov in različnih algoritmov učili takrat, ko so usvojeni temeljni pojmi, ki so za izvajanje temeljnih procedur potrebni, kar pa ni vedno mogoče. Zato je pomembno stalno preverjanje razumevanja pojmov in pravočasno odkrivanje nevroalgičnih točk (Žakelj, 2013).

Proceduralno znanje se nanaša na zmožnost povezovanja matematičnih postopkov z danimi problemskimi situacijami in izvedbo postopkov pri obravnavi problemske situacije. To znanje obsega:

- izbiro in pravilno uporaba postopkov;
- preverjanje in utemeljevanje postopka na konkretnih primerih ali v splošnosti (npr. z algebrskimi simboli);



**Slika 2.8** Primer naloge, ki preverja rutinska proceduralna znanja (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 499)



**Slika 2.9** Primer naloge, ki preverja kompleksna proceduralna znanja (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 516)

- učinkovito uporabo raznih številskih algoritmov, razbiranje in izdelovanje preglednic in diagramov, izvajanje geometrijskih konstrukcij, zaozkrožanje števil pri računanju itd. (Žakelj, 2013, str. 108–109).

Na slikah sta prikazana primera nalog, ki preverjata rutinsko (slika 2.8) in kompleksno proceduralno znanje (slika 2.9).

Problemsko znanje združuje strategije in aplikativna znanja. Pri njem gre za uporabo obstoječega znanja v novih situacijah, uporabo kombinacij več pravil in pojmov pri soočenju z novo situacijo ter sposobnost uporabe konceptualnega in proceduralnega znanja. Vključuje načrtovanje strategij za reševanje problemov (uporaba nabora procesov) ter aplikativna znanja. Problemsko znanje je deloma splošno (splošne strategije itd.), deloma pa se veže na konkretne vsebine in zahteva trdno konceptualno ter proceduralno znanje, celo razumevanje procedur. Z njim sta povezana pojma odkrivanje in raziskovanje. Naloge, pri katerih vemo, katero proceduro moramo uporabiti, še ne preverjajo problemskega znanja (Žakelj, 2003).

O reševanju oziroma raziskovanju problema govorimo, ko (Žakelj, 2003):

**Preglednica 2.5** Elementi problemskega znanja

Postavitev problema	Prepoznavna problema in njegova formulacija; postavitev smiselnih vprašanj.
Preveritev podatkov	Zadostnost, konsistentnost.
Strategije reševanja	
Uporaba znanja	Transfer
Miselne veščine	Analiza, sinteza, indukcija, dedukcija, interpretacija

- proces reševanja teče samostojno;
- je rešitev nova za reševalca, ki zna potem uspešneje reševati nove probleme;
- se pojavi transfer znanja oziroma prenos metode reševanja, ki je tudi dokaz, da je problem rešljiv z miselno aktivnostjo.

V preglednici 2.5 so predstavljeni elementi problemskega znanja.

Posamezne elemente problemskega znanja natančneje opisujejo procesi učenja:

1. postavitev problema (prepoznavanje problema, formulacija problema, postavljanje vprašanj in ciljev raziskovanja ...),
2. preveritev podatkov (zadostnost, konsistentnost podatkov, preveč podatkov ...),
3. strategije pri reševanju oziroma uporaba procesov (Frobisher, 1994):
  - komunikacijskih (pojasnjevanje, strinjanje, spraševanje),
  - operacijskih (zbiranje, urejanje, razvrščanje, spreminjanje),
  - miselnih (razčiščevanje, analiziranje, razumevanje),
  - procesov zapisovanja (risanje, pisanje, izdelovanje različnih diagramov, itd.),
  - uporaba znanja oziroma transfer znanja (razlikujemo tri primere transferja (Franchi, 1992): šolski primer transferja (učenec usvojeni matematični koncept uporabi v drugem kontekstu, lahko tudi pri drugem predmetu), zunajšolski primer transferja (učenec matematične koncepte uporablja v vsakdanjem življenju) in analogni transfer (učenec usvojene pojme prenaša v podobne situacije; značilni izraz te sposobnosti je učenčev medklic: »... ah, to smo že počeli pri ...«)),
4. miselne veščine, kot so analiza, sinteza, indukcija, dedukcija, interpretacija,

Deltoid z dolžino diagonale  $e = 6$  cm in deltoid z dolžino diagonale  $e = 9$  cm imata enaki ploščini. Zapiši dolžini diagonal  $f$  obeh deltoidov. Mersko število dolžine obeh diagonal naj bo celo število, zapisano v centimetrih. Zapiši vse možnosti.

**Slika 2.10** Primer naloge, ki preverja problemska znanja (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 531)

5. metakognitivne zmožnosti (Učenec presodi, ali smo matematični koncept pravilno uporabili v določenem kontekstu. Utemelji svoja stališča ter s tem dokaže, da je presegel kognitivni i konflikt. Ta učenčeva sposobnost se zelo jasno odraža v pogovoru, v manjših ali večjih skupinah).

Vsebinsko in didaktično problemske naloge osmišljajo matematično vsebino (funkcionalnost znanja), omogočajo reflektiranje matematičnih znanj, razvijajo procesna znanja oziroma različne strategije pri reševanju problemov ter razvijajo samostojno postavljanje in oblikovanje problemov (Žakelj, 2013, str. 112).

Na sliki 2.10 je prikazan primer naloge, ki preverja problemsko znanje.

Če povzamemo: kognitivne ravni znanja so nam v pomoč tako pri načrtovanju dejavnosti za pouk kot pri preverjanju in ocenjevanju znanja ter pri interpretaciji dosežkov učencev. Ključnega pomena je, da načrtujemo in izvajamo različne dejavnosti na vseh kognitivnih ravneh: pomnjenje podatkov, definicija; razumevanje snovi; rabo usvojenega znanja v novih primerih; kritično razmišljanje, utemeljevanje, dokazovanje; povezovanje znanja z drugimi predmeti; navajanje novih primerov o obravnavani snovi idr.

Prav tako velja poudariti, da so znanja povezana, pri uporabi se med seboj prepletajo, zato je nemogoče dati enim tipom znanj večji pomen kot drugim. Slednje je odvisno predvsem od zunanjih okoliščin, namena šolanja ter subjektivne presoje učitelja (Žakelj, 2003, str. 101).

Konceptualno znanje je do neke mere pogoj za proceduralno znanje (postopek lahko izvajamo tudi, če ga ne razumemo, navadno pa moramo vsaj delno razumeti objekt, s katerim operiramo). Problemsko znanje je deloma splošno (splošne strategije ipd.), delno pa se veže na konkretne vsebine in zahteva trdno konceptualno ter proceduralno znanje, celo razumevanje postopkov.

### ***Spremljanje in vrednotenje učenčevega znanja***

Vrednotenje ali evalvacija pomeni sistematično zbiranje podatkov o kakovosti nekega procesa ali produkta, običajno z namenom, da sprejmemo odločitve, ki vodijo k njegovemu izboljšanju. V šoli, npr., vrednotimo učenčevo

znanje. Sestavini vrednotenja znanja oz. učnih rezultatov v šolskem sistemu oz. procesu pouka sta preverjanje in ocenjevanje znanja (Žakelj, 2012).

Preverjanje znanja je sistematično, načrtno zbiranje podatkov o tem, v kolikšni meri učenec v fazi učenja dosega učne cilje in pričakovane rezultate oz. standarde znanj. Učitelj znanje učenca preverja pred obravnavo novih učnih vsebin, med njo in ob njenem koncu.

Ocenjevanje znanja je presojanje in vrednotenje izkazanega znanja posameznih učencev po končanem obdobju učenja in formalizacija te presoje v ocenah, ki so formalno dogovorjene (opisne, številčne, besedne) in imajo pomembne posledice. Pri ocenjevanju gre za merjenje, s katerim skušamo določiti, koliko se je posamezni učenec približal postavljenim učnim ciljem oz. pričakovanim rezultatom/standardom znanj. Merimo tako količino kot kakovost znanja. Znanje učitelj oceni, ko je bila učna snov posredovana v celoti in so bile v učnem procesu realizirane vse etape učnega procesa (uvajanje, obravnavo, urjenje/vadenje, ponavljanje in preverjanje) (Žakelj, 2012). Ne glede na to, ali govorimo o končnem, sprotinem, sumativnem ocenjevanju ali o ocenjevanju za učenje in ocenjevanju učenja itd., je vsako ocenjevanje hkrati tudi učenje, torej temeljni izziv stroke. Pomenljiva je misel raziskovalca Williama (Ežen, 2012): »Naj bo ocenjevanje še tako veljavno in zanesljivo, če učencu sporoča le to, da je neuspešen, ima na učenje zaviralen učinek.«

Razvijanje in vrednotenje znanja je temeljno poslanstvo šole, uspešnost učencev pri doseganju pričakovanih dosežkov in standardov znanja pa je tesno povezana z veljavnim kurikulumom ter njegovo izvedbo. Pomembno vlogo pri tem imajo učiteljeva ravnanja pri poučevanju, še posebno pri preverjanju in ocenjevanju znanja. V zadnjih nekaj desetletjih so izjemno močna prizadevanja usmerjena k iskanju različnih oblik in načinov vrednotenja znanja, ki naj bi spodbujali in vodili učence k učenju učenja ter samostojnosti. Sodobni pristopi učenja in poučevanja učence vedno pogosteje vključujejo tako v procese preverjanja znanja kakor tudi v proces ocenjevanja svojih dosežkov. Izpostavlja se kolegialna podpora v obliki kritičnega prijateljevanja. Z enakopravnimi odnosi in vključitvijo učencev v proces preverjanja ter ocenjevanja znanja učenci postanejo soustvarjalci vzgojno-izobraževalnega procesa in njegovih rezultatov, kar jih motivira za delo in opremi s spretnostmi in izkušnjami, ki jih lahko ponesejo s seboj v življenje.

Učenčevo znanje se med izobraževanjem spreminja, zato ga mora učitelj med poučevanjem nenehno preverjati in diagnosticirati, prepoznavati napake, ki jih delajo učenci in jih uporabljati pri diagnosticiranju procesov izgrajevanja znanja (Stigler in Hiebert, 1999). Pedagoški raziskovalci so razvili več orodij in tehnik za preverjanje učenčevega znanja med samim poučevanjem

(t. i. »formativno preverjanje« (Stigler in Hiebert, 1999). Komljanc (2004) formativno spremljanje procesa učenja opredeli kot pedagoški dialog za soglasno skupno učiteljevo in učenčevo spremljanje, kontroliranje in usmerjanje razvoja učenja posameznika, da bi izboljšali učni učinek v procesu učenja in da bi bila sodba o vrednosti naučenega ob koncu učenja čim korektnjša. Uporabljajo ga v mnogih evropskih in tudi drugih državah; v Sloveniji formativno spremljanje intenzivneje uporabljamo in izvajamo zadnjih nekaj let.

Formativno spremljanje procesa učenja je namenjeno individualni podpori učencu pri uresničevanju individualnega vzgojno-izobraževalnega načrta. Velik delež formativnega spremljanja zajema diagnostika, pri čemer se pedagogika usmerja v močna znanja učencev. Šibkosti ne zanemarija, a učni proces gradi na močnih znanjih in interesu, ker se v njih nahaja človekova volja, želja početi, odkrivati, raziskati, premisliti, oblikovati, se pognati v akcijo, primerjati in ugotavljati.

V neposrednem pedagoškem procesu v kontekstu formativnega spremljanja znanja igrajo ključno vlogo trije dejavniki: predznanje, cilji in dosežki. Predznanje je namenjeno ugotavljanju izhodiščnega stanja in opredelitvi močnih področij učenca tako na kognitivnem kot tudi na psihomotoričnem in socialnem področju ter opredelitvi učnih potreb, tj. področij, ki jih je potrebno nadgraditi oz. izpopolniti. Cilji so namenjeni natančni opredelitvi vsebin učenja ter pričakovanih dosežkov in opredelitvi procesa učenja, vključno z učenčevo refleksijo, ki prispeva k sprotni povratni informaciji in uravnava procesa učenja. Opredelitev obojega, tj. vsebin in procesa učenja, mora upoštevati učenčeva močna področja in učne potrebe. Dosežki so namenjeni predstavitvi učnih dosežkov, pri čemer predstavlja delovna zbirka učnih dosežkov zbir vsega, kar je v nekem določenem obdobju učenec ustvaril, predstavitvena zbirka pa izbor učnih dosežkov glede na individualni načrt oz. cilje, ki vsebujejo tako skupni oz. splošni del (standardi znanja v učnem načrtu) kot tudi individualne cilje. Na podlagi slednjega je možno načrtovanje naslednjega koraka, kjer se predstavljene stopnje formativnega spremljanja ponovijo in uskladijo z aktualno izkazano ravno znanja (predstavitvena zbirka dosežkov) in evidentiranimi nadaljnjimi učnimi potrebami (Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, 2013).

Posamezne elemente formativnega spremljanja v pouk vključujemo na različne načine: preko projektnega učnega dela, s pomočjo konstruktivističnega načina poučevanja, z avtentičnimi in alternativnimi nalogami, v zadnjem času pa tudi z vključevanjem informacijsko-komunikacijske tehnologije in e-vsebin v pouk.

Zaradi različnih sposobnosti in potencialov se po potrebi poslužujemo tudi

diferenciacije in individualizacije. Učenci so pri pouku bolj motivirani, če so aktivni, če lahko tudi izbirajo in predlagajo, če učenje gradimo na njihovih sposobnostih in predznanju.

#### *Opisni kriteriji spremljanja znanj*

Opisni kriteriji opredeljujejo lastnost oz. kakovost znanja. Koristijo nam lahko pri učenju in poučevanju, oblikovanju ciljev, ki jih spremljamo, na drugi strani pa nam lahko pomagajo pri oblikovanju ocene. Pri izdelavi ocene so nam seveda lahko v pomoč in orientacijo tudi standardi znanja, zapisani v učnem načrtu. V nadaljevanju navajamo primer opisnih kriterijev za problemska znanja (preglednica 2.6).

#### *Opisni kriteriji spremljanja problemskih znanj*

Pri iskanju odgovora na raziskovalni problem, povezan s kontekstom, učitelj ugotavlja učenčeve:

- zastavitev problema (postavitev vprašanja, hipoteze),
- pristop pri iskanju odgovora (izbira ustrezne metode),
- ustreznost rešitve (predstavitev dokazov),
- interpretacijo ugotovitev (strukturiranje znanja).

Opisni kriteriji so učitelju lahko v pomoč pri poučevanju, oblikovanju ciljev, ki jih spremlja, na drugi strani pa mu lahko pomagajo pri oblikovanju ocene. Opisne kriteriji znanja pri reševanju problemov glede na raven doseženega znanja prikazuje preglednica 2.7. Navedeni opisni kriteriji so učitelju lahko v pomoč pri oblikovanju povratne informacije učencu o vrsti in kvaliteti doseženega znanja.

#### ***Teorije učenja in uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije***

Za 21. stoletje so značilni procesi globalizacije, gospodarsko in kulturno sobivanje v t. i. globalni vasi in, posledično, soodvisnost, ki prinaša nove priložnosti in izzive za družbo tretjega tisočletja. Globalizacija, naraščajoča mobilnost prebivalstva in tehnološke inovacije pospešeno proizvajajo vse več informacij in potencialna »nova znanja«, ki se s pomočjo interneta še hitreje razpršijo – pogosto, še preden jih zaznamo ali zmoremo sprejeti.

Novosti na področju znanosti in tehnologije, zlasti na področju informacijsko-komunikacijske tehnologije, ne spreminjajo le našega vsakdanjega življenja, ampak tudi vlogo, pomen in prioritete, ki so povezani z znanjem, vrednotami in odnosi v izobraževanju. Ena od osrednjih tem mednarodnih razis-



**Preglednica 2.6** Opisni kriteriji spremljanja problemskih znanj

Zastavitev problema	<p>Učenec:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– jasno in nedvoumno izpostavi problem oz. vprašanje,</li> <li>– postavi hipotezo.</li> </ul>
Pristop pri iskanju odgovora	<p>Zbiranje, urejanje podatkov. Učenec:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zbere smiselne podatke,</li> <li>– naredi potrebne tabele in preglednice,</li> <li>– sistematično beleži in dokumentira podatke,</li> <li>– podatke uredi v tabele, skupine in kategorije ter jih prikaže z grafi idr.,</li> <li>– zbrane podatke (če je potrebno) uporabi pri razlagi.</li> </ul> <hr/> <p>Analiziranje podatkov. Učenec:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– povezuje in analizira podatke,</li> <li>– povezuje matematično in nematematično znanje,</li> <li>– povezuje faze reševanja,</li> <li>– išče aplikacije,</li> <li>– ustrezno in smiselno preračuna in prikaže podatke,</li> <li>– napoveduje (delne) rezultate in zaključke,</li> <li>– posplošuje,</li> <li>– abstraktno razmišlja,</li> <li>– izbere ustrezne metode/tehnike obdelave podatkov.</li> </ul> <hr/> <p>Uvajanje strategije reševanja matematičnega problema. Učenec:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– poišče morebitne aplikacije, ki mu pomagajo pri rešitvi,</li> <li>– nariše sliko ali naredi model,</li> <li>– izpiše, razčleni, poišče potrebne podatke,</li> <li>– načrtuje posamezne faze naloge,</li> <li>– v dani situaciji uporabi že pridobljeno znanje,</li> <li>– poišče in izračuna potrebne podatke,</li> <li>– ugiba, zapisuje in izboljšuje (delne) rezultate,</li> <li>– logično razmišlja,</li> <li>– oblikuje zaključke.</li> </ul>

*Nadaljevanje na naslednji strani*

kave na področju izobraževanja je zato ustvarjanje učnega okolja za »učence novega tisočletja« (Eržen, 2012).

Informacijsko-komunikacijska tehnologija ter z njo povezani digitalni mediji so za sodoben pouk izziv in priložnost hkrati. Izziv predstavljajo spremembe obstoječega, pretežno statičnega učnega okolja v dinamično, kar hkrati predstavlja tudi priložnost za drugačno učenje, dinamičnejši pouk, ki učencu omogoča oblikovanje njemu primerne učnega okolja (Dumont in Istance, 2010).

Prisotnost IKT v vsakdanjem življenju je posledica tehnološke revolucije ob koncu 20. stoletja. V zgodnjih šestdesetih in sedemdesetih letih prejšnjega stoletja so raziskovalci (npr. Skinner, Papert) računalnik videli kot obljubo za boljše izobraževanje. Danes je popolnoma jasno, da psihološke, izobraževal-

**Preglednica 2.6** *Nadaljevanje s prejšnje strani*

Ustreznost rešitve	Učenec: <ul style="list-style-type: none"> <li>– svoje trditve utemeljuje/argumentira,</li> <li>– preveri, ali je našel vse rešitve oz. ali je odgovoril na zastavljeno vprašanje,</li> <li>– preveri oz. testira rešitve,</li> <li>– preveri hipoteze,</li> <li>– ponovno pregleda vse faze reševanja,</li> <li>– posplošuje in napoveduje.</li> </ul>
Predstavitev in interpretacija	Učenec: <ul style="list-style-type: none"> <li>– jasno in natančno oblikuje odgovore ter jih utemelji,</li> <li>– uporablja matematični jezik in terminologijo,</li> <li>– objektivno interpretira,</li> <li>– na zastavljeno vprašanje tudi odgovori,</li> <li>– pri interpretaciji zna svoje trditve argumentirati,</li> <li>– izdelava poročilo o preiskavi in ga predstavi.</li> </ul>

**Opombe** Povzeto po Žakelj (2004).

**Preglednica 2.7** Opisni kriteriji znanja pri reševanju problemov glede na raven doseženega znanja

Kategorija	Raven doseženega znanja			
	A	B	C	Č
Razumevanje problema (videnje problema, postavitev smiselnih vprašanj)	Učenec pokaže razumevanje problemske situacije, tako da postavlja smiselna in izvirna vprašanja ter predstavi idejo in pristop pri reševanju.	Učenec ne pokaže popolnega razumevanja problemske situacije. Vprašanja so (deloma) primerna. Nakaže idejo ter metodo reševanja.	Učenec ne pokaže razumevanja problema (vprašanja, ki jih postavi, ne sledijo nujno iz problemske situacije). Nima prave ideje za reševanje, uporablja npr. strategijo poskušanja, ki ne vodi nujno do pravilne rešitve.	Učenec ne pokaže razumevanja problemske situacije niti z besedami niti s sliko. Vprašanj ne postavi ali pa so nesmiselna.

*Nadaljevanje na naslednji strani*

ne in druge teorije skupaj z računalniško znanostjo omogočajo učinkovitejše učenje in poučevanje, saj ravno izbira izhodiščnega teoretskega modela določa pogled na to, kako se ljudje učijo, kako poučujejo učitelji in tudi, kako se tehnologija uporablja za poučevanje.

Uporaba IKT je pogoj za uspešno delovanje v svetu. Otroci so vzgojeni v svetu, ki jim omogoča takojšnji dostop do informacij. Navajeni so na okolje, v katerem kontrolirajo pretok in dostop do informacij preko različnih vrst IKT, ki so danes za učenje zelo pomembne. Številne študije so preučevale posku-

**Preglednica 2.7** Nadaljevanje s prejšnje strani

Kategorija	Raven doseženega znanja			
	A	B	C	Č
Reševanje	Učenec pri reševanju izloči vse pomembne elemente problema, določi faze reševanja, ne dela računskih napak, pravilno uporablja matematične zapise. Iz predstavitve je mogoče videti strategijo reševanja. Rešitve izpelje jasno, povezano, z logičnimi odgovori in razlago.	Učenec pri reševanju izpostavi najpomembnejše elemente problema, določi faze reševanja problema. Uporablja primerne matematične zapise z manjšimi napakami. Strategije reševanja so lahko tudi poskušanje, opazovanje, ugotavljanje, ne nujno strogo »matematične«. Rešitve so pravilne, z razlago.	Učenec začetek reševanja nakaže, toda rešitev ni popolna. Dela računskih napake, napačno ali pomanjkljivo uporablja terminologijo, odgovori nakazujejo nedoločeno strategijo reševanja problema. Pri reševanju naredi veliko napak.	Učenec začetek reševanja nakaže, toda do rešitev ne pride ali pa so nepravilne. Matematični zapisi, če so, so nejasni ali pa nepravilni, odgovori nakazujejo nedoločeno strategijo reševanja problema.
Ugotovitve in rešitve (ali učenec pride do rešitev)	Učene vse rešitve predstavi celovito, pravilno, z jasnimi, povezanimi in logično izpeljanimi odgovori in jasno razlago. Odgovori se nanašajo na postavljena vprašanja.	Učenec predstavi glavne rešitve, z manjšimi pomanjkljivostmi (npr. v zapisu ne upošteva izjem ali posebnosti v odgovoru). Odgovori se nanašajo na postavljena vprašanja.	Učenec ne predstavi vseh rešitev, razlaga ni popolna. Odgovor je blizu pravilnega, a ne v celoti pravičen.	Učenec v odgovoru naredi večje število napak. Rešitev je napačna.
Utemeljitev in argumenti (ali učenec rešitve tudi utemelji in argumentira)	Učenec predstavi jasne argumente in utemelji odgovore. Pravilno uporablja matematični jezik.	Učenec predstavi primerne argumente in utemelji odgovore. Matematični jezik uporablja z manjšimi napakami.	Učenec predstavi argumente, ki niso popolni, razlaga in utemeljitev sta pomanjkljivi. Matematični jezik uporablja z veliko napakami.	Učenec ne poda argumentov niti utemeljitve.

**Opombe** Povzeto po Žakelj (2004).

se implementacije IKT v šolske sisteme, analizirale njeno uporabo ter učinke na poučevanje in učenje. Kljub temu v splošnem še ni bil dokazan pozitiven vpliv tehnologije kot take. Pozitivni učinki uporabe tehnologije so povezani z

uporabo učinkovitih pristopov in metod dela, kjer je IKT vključena v različne faze učnega procesa (Trucano, 2005). Uporaba IKT nam omogoča reprezentacijo abstraktnega znanja v konkretni obliki, razvijanje znanja in reflektiranje v vizualni in slušni obliki ter uporabo in obnavljanje znanja. Uporaba interneta je spodbudila povezovanje učencev in jim s tem omogočila razvijanje znanja v skupini, ki vpliva na razumevanje ter spodbuja kolaborativno učenje (Sawyer, 2006). Spletne učne vsebine spodbujajo kognitivno aktivnost zaradi interaktivne zasnovanosti (uporaba različnih interaktivnih večpredstavnih elementov, kot so npr. simulacije, animacije, interaktivne naloge in igre ter videoelementi).

V preteklosti je bila težava predvsem usmeritev v »v tehnologijo usmerjen« pristop poučevanja namesto v sodoben, »v učenca oz. učenje usmerjen« pristop. Pri prvem je težava predvsem v tem, da sam pristop ni osmišljen, tehnologija je sama sebi namen, predvsem ker ne upošteva potreb učenca in ciljev izobraževanja, medtem ko se pri drugem v prvi vrsti osredotočimo na to, kako se učenci učijo, tehnologijo pa uporabljamo le kot pomoč oziroma orodje (Aberšek, Flogie in Šverc, 2015).

Raziskovalci so prišli do spoznanj, ki predstavljajo pomemben prispevek k teoriji o tem, kako se lahko ljudje učimo s pomočjo tehnologije. Izpostavimo tri, po mnenju Aberška, Flogieja in Šverčeve (2015) pomembna spoznanja:

- obstoj dvojnih kanalov (ljudje zvočne in vizualne podobe obdelamo ločeno);
- omejene zmožnosti (ljudje lahko sočasno obdelamo le majhno količino zvokov ali podob) ter
- aktivno procesiranje (smiselnost učenja je odvisna od ustreznega kognitivnega procesiranja).

Pri učenju s tehnologijo se moramo zavzemati za pristop, usmerjen v učenje ter učenca, in učenčeve izkušnje postaviti v središče izobraževalnega procesa. Govorimo o v učenca oziroma v učenje usmerjenem pristopu poučevanja s tehnologijo, pri katerem se v prvi vrsti osredotočimo na to, kako se učenci učijo, tehnologijo pa uporabimo le kot pomoč oziroma orodje pri učenju.

Zato mora učitelj pred uporabo IKT pri pouku skrbno načrtovati njeno vključevanje:

- izbrati ustrezno orodje oziroma gradivo za doseganje izbranih ciljev;
- dopolniti oziroma spremeniti obstoječa učna gradiva oziroma ustvariti nova učna okolja, ki bodo spodbujala v učenca usmerjeno učenje, pri

čemer je potrebno imeti v mislih različne skupine učencev v oddelku (učenci s posebnimi potrebami, nadarjeni, migranti itd.).

Teorije učenja in poučevanja so osnova tudi za rabo IKT pri učenju in poučevanju. Raba in namen IKT v poučevanju se spreminjata, slednje se odraža tudi v teoretičnih pristopih k poučevanju. Po mnenju Ertmerja in Newbyja (Anderson in Elloumi, 2004) lahko pri načrtovanju učenja z uporabo IKT upoštevamo vse tri osrednje teorije učenja – behaviorizem, kognitivizem in konstruktivizem. Načela behaviorizma lahko uporabimo za učenje dejstev (»Kaj?«), načela kognitivizma za učenje procesnih znanj (»Kako?«), načela konstruktivizma pa za razvijanje višjih nivojev mišljenja, ustvarjanje lastnega unikatnega razumevanja, ki izhaja iz otrokove osebne izkušnje (»Zakaj?«).

Ideja behavioristične teorije predvideva, da morajo biti učni cilji razdeljeni na manjše enote oziroma manjše naloge. Spoznanja behaviorizma lahko uporabimo pri učenju z uporabo IKT na naslednje načine (Anderson in Elloumi, 2004):

- Učencem jasno predstavimo cilje in pričakovane dosežke oziroma rezultate izobraževanja tako, da lahko sami preverjajo stopnjo usvojenosti teh ciljev.
- Sproti preverjamo znanje učencev in jim posredujemo ustrezne povratne informacije o njihovem dosežku. Poskrbeti je potrebno za sprotne teste znanja in druge načine preverjanja.
- Učno gradivo mora biti organizirano po smiselnih učnih korakih tako, da spodbuja učenje in upošteva načelo postopnosti.
- Učencem posredujemo ustrezne povratne informacije, da lahko spremljajo svoje delo in po potrebi odpravijo pomanjkljivosti.

Kognitivisti učenje razumejo kot aktiven miselni proces, ki ga ne moremo opazovati neposredno. Poudarjajo pomen človekovih notranjih mentalnih, predvsem spoznavnih, procesov pri učenju ter doseganje globljega razumevanja. Spoznanja kognitivistične šole glede povezovanja oziroma navezovanja novih znanj na obstoječo mrežo znanja lahko uporabimo pri učenju z uporabo IKT (Anderson in Elloumi, 2004):

- Učenje z uporabo IKT naj temelji na uporabi strategij, ki omogočajo sprejemanje informacij preko različnih čutil. Dejavnosti naj bodo zastavljene na način, da učencem zagotavljajo dovolj časa za zadržanje pri strategijah, tako da jih lahko prenesejo v delovni spomin. Pozornost je

potrebno usmeriti v smiselno oblikovanje gradiv in v smiselno izbiro načina podajanja informacij (slika, zvok, video, animacija). Pomembno je, da informacije organiziramo v smiselno strukturo tako, da z njimi pridobimo pozornost učenca. Zahtevnost mora biti usklajena s kognitivnim nivojem učenca.

- Zaradi omejenosti delovnega spomina pa količina prejetih informacij in dražljajev ne sme biti preobsežna, saj lahko to na učenje vpliva negativno oz. zaviralno. Zato je potrebno iz gradiva izločiti vse nebistvene informacije.
- Učenje z uporabo IKT naj omogoči uporabo strategij, ki bodo pomagale pri prenosu informacij iz kratkotrajnega v dolgotrajni spomin: osmišljanje informacij in navezovanje novega znanja na že obstoječe znanje. Uporabi naj se gradiva, ki vsebujejo organizatorje znanja, ki bodo pomagali priklicati obstoječe kognitivne strukture (povezave z ostalimi predhodno usvojenimi vsebinami) ter gradiva, ki vsebujejo konceptualne modele, s katerimi si učenci pomagajo priklicati že znane koncepte ali jim je omogočeno učinkovito shranjevanje novih. Učence je potrebno z vprašanji spodbuditi k premisleku o njihovem predznanju ali k iskanju dodatnih virov, ki bodo pripomogli k doseganju ciljev izobraževanja.
- Spletna učna gradiva naj vključujejo aktivnosti, ki so prilagojene različnim učnim stilom učencev. Poleg tega jim je potrebno nuditi tudi ustrezno podporo, ki ustreza posameznemu učnemu stilu.
- Motivacija ima velik vpliv na učenje. Gradiva naj spodbujajo notranjo motivacijo, vendar je potrebno vključevati tudi elemente zunanje motivacije.
- V gradiva je potrebno vključevati primere uporabe znanja v različnih kontekstih, s čimer se omogoči večji transfer znanja in učencem pomaga učenje osmisliti.

Konstruktivistična šola gleda na znanje kot na rezultat učenčeve individualne interpretacije in obdelave tega, kar zaznava in sprejema preko čutil. Konstruktivistične poglede pri učenju z uporabo IKT je moč opisati na naslednje načine (Anderson in Elloumi, 2004):

- Učenje je aktiven proces, zato naj učenci informacije uporabljajo v praktičnih situacijah ter izsledke interpretirajo. Aktivnosti naj bodo osmišljene.
- Učenje z uporabo IKT spodbuja tako interakcijo z gradivi kot tudi med

učenci in med učencem in učiteljem. Tako učenci samo aktivno sodelujejo pri izgradnji znanja preko samostojnega odkrivanja, povezovanja ter osmišljanja novih spoznanj.

- Učenje z uporabo IKT naj spodbuja sodelovalno učenje, saj to omogoča doživetje realne življenjske izkušnje dela v skupini, spodbuja razvoj metakognitivnega mišljenja, hkrati pa se učenci učijo drug od drugega tistih znanj in zmožnosti, kjer so posamezniki močni.
- Učencem je potrebno omogočiti aktiven nadzor in usmerjanje procesa učenja, kar dosežemo z vodenim odkrivanjem, omogočanjem odločanja in individualno izbiro nekaterih učnih ciljev ob minimalni podpori učitelja.
- Naloge in vprašanja v e-učnih gradivih naj učence spodbujajo k reflektiranju znanja.
- Aktivnosti naj bodo zastavljene tako, da učencem omogočajo dovolj priložnosti in časa za premislek.
- Primeri v e-učnih gradivih naj izhajajo iz vsakdanjih situacij, ki so učencem blizu in se jim bodo tako zdeli čim smiselnejši.
- Učenje naj poteka čim bolj interaktivno, saj učenci na ta način najučinkoviteje pridobivajo nova znanja in razvijajo druge zmožnosti ter odnos do obravnavane vsebine. Interaktivnost je pomembna tudi z vidika razvijanja smisla za skupnost in sodelovanje med udeleženci.

Pred vsakim načrtovanjem učenja z uporabo IKT pa je potrebno premisliti o teoretičnih in praktičnih izhodiščih, na katerih bo temeljil izbrani pristop, katerega namen je uspešna izgradnja znanja.

### **Metode poučevanja matematike**

Kubale (2003) metodo opredeli kot način dela ali načrtni postopek za doseganje postavljenih ciljev pri realizaciji vzgojno-izobraževalnih ciljev pri pouku, kjer gre za preišljene organizirane postopke, uporabljene v procesu pouka, ki omogočajo učinkovito usvajanje znanj, spretnosti in delovnih navad učencev ter optimalni razvoj njihovih sposobnosti in interesov.

Danes razlikujemo več vrst učnih metod, ki se pri pouku dopolnjujejo in izmenjujejo. Didaktiki tako različno določajo njihovo število in vrstni red, vendar imajo vse te razvrstitve veliko skupnega. Poudariti je potrebno, da na kakovost vzgojno-izobraževalnega dela vpliva smiselna uporaba različnih metod (Kubale, 2003), pri čemer učitelj osmišljeno vključuje tudi rabo IKT, ki omogoča večsenzorno sprejemanje informacij in zagotavlja personalizacijo učnega procesa.

Kubale (2003) izpostavlja naslednje učne metode:

- metoda razgovora (dialoška metoda);
- metoda razlage (monološka metoda);
- metoda demonstracije ali prikazovanja;
- metoda pisnih in grafičnih del;
- metoda reševanja problemov;
- metoda praktičnih del (tudi laboratorijskih).

Pri tradicionalnem pouku matematike se je pouk pogosto začel z razgovorom in razlago, ki so jo dopolnjevali prikazovanje, grafično oblikovanje, reševanje problemov in tudi praktično delo učencev. Tradicionalni način učenja ne zadostuje potrebam današnjega sveta, saj z učenjem, ki temelji predvsem na prenosu znanja v obliki končnih dejstev, učenec ne more razviti kompetenc, pomembnih za uresničevanje osebnega zadovoljstva, aktivnega državljanstva, socialne vključenosti in zaposljivosti v družbi znanja 21. stoletja. Učenec naj matematiko spozna v nastajanju in se skozi proces uči matematičnega razmišljanja in raziskovanja, matematičnega argumentiranja in komuniciranja, modeliranja, reševanja problemov, uporabe formalnega in simbolnega jezika, saj s tem razvija mišljenje in se ga uči produktivno uporabljati.

Oglejmo si uporabo IKT pri tradicionalnih metodah:

- Pri metodi razlaganja je pri podajanju učne snovi pomembno, da učitelj pouk popestri z različnimi avdio-videoposnetki, slikami, simulacijami in drugimi multisenzornimi gradniki ter s tem učencem omogoči, da izberejo sebi najustreznejši način sprejemanja informacij. Če se podajanje učne snovi s pomočjo IKT ne razlikuje od branja nove učne snovi v učbeniku (ki ne vsebuje interaktivnih multimedijskih gradnikov) ali poslušanja učitelja v razredu, se uporaba IKT lahko razvrednoti.
- Pri metodi pogovora lahko uporabimo različne tehnike in oblike komuniciranja na daljavo, kot so forumi, klepetalnice, socialna omrežja itd., ki so učencem v pomoč pri razvijanju socialne pripadnosti v skupini in spodbujajo komunikacijo med vrstniki.
- Pri metodi dela s tekstom je IKT smiselno uporabiti predvsem zaradi prilagajanja pisave, velikosti itd., česar nam klasični učbeniki ne omogočajo.
- Pri metodi reševanja problemov je uporaba IKT smiselna predvsem pri zagotavljanju gradiv in sredstev, ki so učencu v pomoč pri reševanju



problema. S tem pri učencu spodbujamo samoregulacijo učenja, sodelovalno delo ter kritično mišljenje (Nelson, Sadler in Surtees, 2005).

Na izbiro metod vpliva veliko dejavnikov, kot so število učencev, opremljenost z didaktičnimi pripomočki in tehnologijo, čas, ki ga imamo na razpolago, pedagoška in strokovna usposobljenost učitelja, predvsem pa moramo biti pri izbiri metod pozorni na upoštevanje razvojne stopnje učencev.

Kot smo povzeli že v poglavju o teorijah učenja (poglavje 2), so znanstveniki, ki so preučevali učenje, spodbujali različne metode učenja in poučevanja. Bruner je poudarjal pomen samostojnega odkrivanja v procesu učenja, ki ga je utemeljeval s trajnostjo znanja in z uporabnostjo v novih situacijah, saj se učenci poleg vsebine naučijo tudi reševanja problemov.

Ausubel (1968) je poudarjal pomembnost sistematičnega učenja. Učenci pri tem pridejo do znanja hitreje, to pa je sistematičnejše. Poudarjal je, da je ta metoda primerna tudi za manj uspešne učence in učence, ki so obremenjeni s strahom pred neuspehom, saj se učijo v stilu, v katerem najbolj razvijejo svoje sposobnosti in izrazijo svoje dosežke. Kot razlaga Ausubel, je omenjena metoda tudi manj zahtevna za učitelje.

Gagne se je zavzemal za vodeno odkrivanje, kjer učitelj stopnjo vodenja prilagodi glede na situacijo v razredu. Njeno pomembnost je poudaril predvsem pri formulaciji koncepta (Žakelj, 2003).

Vse tri omenjene metode učenja in poučevanja stremijo k temu, da učenci matematiko usvajajo skozi proces in ne le kot končna dejstva, vendar so pri nekaterih načinih bolj samostojni, pri drugih bolj vodeni (Žakelj, 2003).

Simons, Van Der Linden in Duffy poudarjajo (De Corte, 2013), da je za zagotovitev večje uspešnosti učenja potrebno preiti od direktnega poučevanja k izkustvenemu učenju. Izkušnje imajo pri učenju in človekovem razvoju osrednjo vlogo (Kolb, 1984). Izkustveno učenje je metoda učenja, ki neposredno izkušnjo (doživljaj), opazovanje (percepcijo), spoznavanje (kognicijo) in ravnanje (akcijo) pomaga povezati v neločljivo celoto. Ne omejuje se zgolj na posredovanje simbolov (abstraktno znanje pojmov in zakonitosti), temveč v učenje stalno vpleta izkušnje učencev (Marentič-Požarnik, Magajna in Peklaj, 1995). Da bo učenec lahko res ponotranjil novousvojene pojme in z njimi nadomestil intuitivne predstave, mu je treba zagotoviti različne situacije, v katerih bi to novo znanje lahko uporabil in ga potrjeval. Izkustveno učenje mu lahko pomaga pri postopnem usvajanju in izgrajevanju pojmov in predstav – od konkretnih izkušenj do abstraktnega pojma. Ima pomembno vlogo zlasti za učence, katerih izhodišče spoznavanja je prek čutil, z zbiranjem, merjenjem in opazovanjem (Žakelj, 2003).

»Izkustveno učenje zahteva raziskovalno, kontekstualno, družbeno in notranje motivirano učenje, ki je usmerjeno k ciljem in problemom ter temelji na konkretnih problemih« (Simons idr., 2000, v De Corte, 2013, str. 48). Koo (2009) kot dober primer z IKT podprtega izkustvenega učenja navaja spletne igre, ki so za učence privlačne. Z njimi učenci razvijajo socialno pripadnost, radovednost ter koncentracijo.

Pri procesno-didaktičnem pristopu poučevanja in učenja matematike prevladujeta strukturirano/vodeno učenje in vodeno odkrivanje.

Strukturirano/vodeno učenje je namenjeno učencem, ki rešujejo probleme na podlagi celostnega vtisa in težko ločijo del od celote. Potrebujejo vodeno učenje in poučevanje, ki je strukturirano in vključuje jasno organizacijo informacij ter jasno zaporedje korakov. Njihov pristop k učenju je pasiven (manj zapisujejo, izpisujejo, podčrtujejo), imajo manjšo sposobnost organizacije in strukturiranja učnega gradiva, težje izločijo pomembne podatke iz besedila, pogosto delajo z metodo poskus – napaka, težave imajo s prevajanjem besedilnih problemov v matematične formule. Tudi te učence je potrebno spodbujati k aktivnemu učenju. Pri njih je pomembno izkustveno učenje in delo s konkretnim materialom. Tempo dela je potrebno prilagoditi njihovim sposobnostim (Žakelj, 2003).

Vodeno odkrivanje oziroma samostojno učenje je primerno za učence, ki so sami sposobni izluščiti posamezne dele iz celote in jih organizirati. Njihov pristop k učenju je aktiven (več zapisujejo, izpisujejo, podčrtujejo), imajo večjo sposobnost organizacije in strukturiranja učnega gradiva, lažje izločijo pomembne podatke iz besedila, sistematično rešujejo probleme, imajo manj težav s prevajanjem besedilnih problemov v matematične formule. Tem učencem je potrebno omogočiti samostojno učenje oz. vodeno odkrivanje, saj so sposobni sami organizirati informacije, načrtovati korake v procesu reševanja problema. S tem spodbujamo njihovo ustvarjalnost, izražanje idej, inovativnost in motivacijo za učenje. Učitelj ni več podajalec znanja, temveč usmerjevalec, ki vodi komunikacijo, pogovor, razpravo (Žakelj, 2003).

Od učencev ne moremo pričakovati, da bodo sami odkrili matematične rešitve (Žakelj, 2003). Mayer (2004) poudarja, da vodeno odkrivanje daje boljše rezultate pri učenju in pomnjenju ter enake rezultate pri transferju znanja kot samostojno odkrivanje.

S pristopom vodenega odkrivanja učencem damo priložnost, da o novem pojmu razmišljajo, povezujejo že obstoječe znanje in tako novo znanje aktivneje, s svojim razmišljanjem, vključijo v obstoječo mrežo svojega znanja. Sposobnost povezovanja znanja oziroma navezovanja na obstoječo mrežo znanja je ključ do trajnejšega znanja (Žakelj, 2003).

## Didaktična sredstva pri pouku matematike

Učni proces lahko izboljšujemo s primerno izbranimi oblikami in metodami. »Rezultati socioloških, psiholoških in didaktičnih raziskave dokazujejo, da imajo pri tem pomemben delež tudi učila in učni pripomočki« (Kubale, 2003, str. 109), saj pomembno vplivajo na motivacijo in razumevanje abstraktnih konceptov.

Po načinu spoznavanja didaktiki razlikujejo:

- učila (predmet, ob katerem učenec neposredno pridobiva znanje, npr. učbeniki, priročniki, učni listi, modeli, računalniški programi itd.) in
- učne pripomočke (pribor za risanje in pisanje, drugo orodje, tabla, računalnik, projektor itd.) (Kubale, 2003).

Tu moramo opozoriti na terminološke razlike. Poleg terminov učila in učni pripomočki se pogosto uporabljajo tudi drugi termini, in sicer učna sredstva, didaktična sredstva, didaktični pripomočki, ponazorila, didaktični material itd. Kubale (2003) in drugi poudarjajo, da gre za pomensko razlikovanje, saj učila in učni pripomočki nimajo enake funkcije znotraj učnega procesa. Kubale (2003) in Andoljšek (1973) po izvoru razlikujeta dve vrsti učil: naravne predmete ali izvirno stvarnost in učila ali nadomestke za izvirno stvarnost. Ker naravnih predmetov ali pojavov ne moremo vedno opazovati, uporabljamo učila, ki nadomeščajo izvirno stvarnost. Andoljšek (1973) tako učilo definira kot predmet, ob katerem učenec pridobiva znanje neposredno, Podhostnik (1981) pa učila opredeli kot učna sredstva, ki so vir novih informacij – preučujejo jih učenci pod učiteljevim vodstvom ali pa tudi samostojno. Tu sta opredelitvi podobni. Vendar si pri slednjem niso vsi enotni. Šilih (1961) učila in ponazorila obravnava skupaj, ker po njegovem mnenju med njimi ni jasne meje.

V nadaljevanju bomo pojem didaktična sredstva uporabljali kot nadpomenu za učila in učne pripomočke.

Glede na čutila, ki sodelujejo pri zaznavanju didaktičnih sredstev, ta delimo na (Blažič, Ivanuš-Grmek, Kramar in Strmčnik, 2003):

- vizualna: z njimi ustvarjamo različne vidne prikaze (zapisi, slike, modeli, fotografije, skice, sheme in projekcije);
- avditivna: z njimi ustvarjamo slušno prikazovanje in zaznavanje (govor, ustvarjanje različnih glasov in zvokov);
- avdiovizualna: z njimi ustvarjamo vidne in slušne dražljaje (eksperimentalno in praktično delo, zvočni filmi, oddaje, dramatizacije);

- multimedijska: omogočajo ustvarjanje navidezne resničnosti (virtualna učilnica) in podpirajo različne aktivnosti učiteljev in učencev (npr. uporaba računalnika ali tablice, ki omogoča vizualno, avditivno in avdiovizualno prikazovanje, hkrati pa še izvajanje drugih aktivnosti).

Glede na dimenzionalnost jih tako Poljak (1970) kot tudi Kubale (2003) in Podhostnik (1981) delijo na dvodimenzionalna in tridimenzionalna, glede na osnovno funkcijo pa na dinamična in statična.

Sodobna didaktika preučevanju didaktičnih sredstev posveča veliko pozornosti, zlasti pri učnih načelih oz. v okviru le-teh načelu nazornosti. Didaktična sredstva se z razvojem spreminjajo. Hiter razvoj izobraževalne tehnologije, ki preučuje uporabo tehničnih sredstev pri poučevanju, vnaša spremembe tudi na polje didaktike matematike. Po mnenju Kubaleta (2003) naj bi didaktična sredstva pospešila izobraževanje in olajšala delo učitelju ter spremenila njegovo vlogo v procesu poučevanja in učenja. Vendar učitelja ne morejo nadomestiti, saj ne morejo nadomestiti neposrednega stika med njim in učencem ter številnih stvari, ki se odvijajo v tej interakciji.

Ne glede na napredek IKT, spremenjeno vlogo učitelja v procesu poučevanja in druge vplive, ki se posledično odražajo na področju didaktike matematike, izbira didaktičnih sredstev temelji na preučitvi naslednjih dejavnikov:

- kako bomo najuspešneje uresničili cilje in naloge pouka;
- katera didaktična sredstva spodbujajo motivacijo učencev pri pouku matematike;
- kako bomo dosegli lažje in hitrejše usvajanje matematičnih znanj ter njihovo trajnost;
- v katero fazo pouka bomo vključili izbrana didaktična sredstva.

Kubale (2003) pri tem poudarja, da mora vsako didaktično sredstvo, ki ga vključimo v učni proces, prispevati k učinkovitosti vzgojno-izobraževalnega procesa in ne sme biti samo sebi namen.

Uporaba didaktičnih sredstev pri pouku spodbuja kognitivni konflikt, vpliva na aktivnost učencev, služi kot demonstracijsko sredstvo ter omogoča lažji prehod s konkretne na abstraktno raven. Pri tem se moramo zavedati, da upravljanje s konkretnim materialom, ki ni osmišljeno z natančno refleksijo procesa rokovanja, ne more voditi k uspešnemu učenju matematičnih pojmov (Hodnik Čadež, 2014).

Učni načrt za matematiko (Žakelj idr., 2011) predvideva holistični procesno-didaktičnem učenja in poučevanja matematike. To naj bo podprto z razisko-

valno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, z izzivi in primeri, ki osmišljajo matematične vsebine, z vključevanjem aktualnih vsebin, sodobnih gradiv in tehnologij.

Učitelji matematike v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju geometrijo velikokrat poučujejo zelo formalno, zato ima veliko učencev težave z njeno predstavljenostjo. Iz tega razloga je pomembno, da didaktične pripomočke ponudimo tudi učencem v zadnjem vzgojno-izobraževalnem obdobju, saj jim s tem omogočamo lažje usvajanje novih dejstev.

Kot smo že omenili, je Bruner (1966) potek razvoja matematičnih pojmov pri učencu opredelil z zaporedjem uporabe reprezentacij pri obravnavi le-teh (najprej enaktivna, nato ikonična in nazadnje simbolična).

Začetek rabe matematičnih didaktičnih sredstev sega v čas raziskovanja prostorske geometrije. Njihova uporaba učencem omogoča, da zgradijo lastni kognitivni model abstraktnih matematičnih pojmov in procedur, hkrati pa zagotavlja skupen jezik za razpravo o danih modelih.

Ko je v Evropi IKT prodrla na področje izobraževanja, je prinesla izboljšavo tradicionalnih poučevalnih metod v smer večje učinkovitosti pa tudi razvoj povsem novih metod. Učitelji so se jih posluževali oz. so oblikovali nove glede na cilje izobraževanja, vsebino in uporabnike (Rebolj, 2008). Pogostejše so se začela uporabljati elektronska sredstva. Rebolj (2008) poudarja, da z njimi učenci nekatere cilje dosežejo hitreje, kakovostneje in z večjim zadovoljstvom, vendar Clark in Mayer (2011) opozarjata, da so za učenje ključnega pomena metode in ne Matematični učbeniki sam.

Cope (2015) pojasnjuje, da je v Ameriki v zadnjih 20 letih tendenca uporabe matematičnih didaktičnih sredstev z namenom modeliranja/predstavitve različnih reprezentacij določenega matematičnega koncepta. Avtor izpostavlja, da analize raziskave kažejo pozitivne učinke dolgotrajne rabe didaktičnih sredstev na dosežke učencev, saj njihova uporaba učencem omogoča, da preko opazovanja modelov oblikujejo lasten kognitivni model in ponotranjijo abstraktne pojme. Tako je uporaba konkretnih, slikovnih in virtualnih didaktičnih sredstev nujna za izboljšanje dosežkov učencev, saj spodbuja razvoj njihovih matematičnih sposobnosti.



## Informacijsko-komunikacijska tehnologija

Digitalne tehnologije so postale del vsakdanjega življenja in dela ter imajo v današnjem svetu vseprisoten vpliv. Generacijam mladih, ki so rojeni po nastanku interneta, pravimo iGeneracija, milenijci, generacija aplikacij (Gold, 2015), digitalna generacija ali digitalni domorodci. To so generacije otrok, ki so se rodili v svet digitalne tehnologije, kjer je tehnologija sestavni del njihovega vsakdana, življenja. Slednje spreminja tudi način njihovega delovanja v družbi ter njihove potrebe.

Za uspešno delovanje v družbi so poleg temeljnih zmožnosti s področja pismenosti pomembne tudi druge, kot so informacijska, digitalna in matematična pismenost itd., ki postopoma dobivajo pomembno vlogo tudi v šolskih kurikulumih (Žakelj, 2010).

O informacijski pismenosti govorimo takrat, ko je posameznik sposoben kritično misliti o informacijah, ugotavljati in argumentirati, ko bere, interpretira in evalvira informacije (Žakelj, 2010).

Informacijska pismenosti temelji na uspešni uporabi informacijsko-komunikacijske tehnologije, ki postaja tudi vse bolj integriran del poučevanja in učenja v sodobni šoli. Blurton (1999) IKT opredeli kot sklop raznolikih tehnoloških orodij in virov, ki se uporabljajo za komuniciranje, ustvarjanje, diseminiranje, shranjevanje in upravljanje informacij. Te tehnologije vključujejo računalnike, interneta, naprave za oddajanje (radio, televizija) in telefonijo.

Didaktično osmišljena raba IKT-sredstev in pripomočkov (e-gradiv, i-tabel, spletnih učilnic, didaktičnih iger, animacije in simulacija itd.) pripomore k učinkovitejšemu sprožanju učenčevih miselnih procesov, omogoča individualizacijo in s tem olajša spoznavni proces.

V sklopu danes že precej razširjenega e-izobraževanja se pojavlja tudi izraz m-izobraževanje (m-learning) oziroma mobilno učenje, ki temelji na uporabi naprednejših mobilnih tehnologij, to je mobilnih naprav, kot so mobilni telefoni, dlančniki, tablični in prenosni računalniki. Uporabnikom so dosegljive na vsakem koraku, omogočajo jim komunikacijo z drugimi uporabniki, dostop do svetovnega spleta in hitro iskanje virov, izdelovanje in ogledovanje slike ter videoposnetkov, omogočajo uporabo najrazličnejših storitev in aplikacij. So enostavne za uporabo, kar bo zagotovo vplivalo na prihodnost izo-

braževanja, saj tablični računalniki in mobilni telefoni že postajajo del šolskih praks. Raba IKT pri pouku torej ni več vezana le na uporabo računalnika in interneta, temveč vključuje tudi druge tehnologije, kot so mobilne naprave, digitalni fotoaparati in druga tehnološka učna sredstva.

Računalnik je zaradi svoje uporabnosti danes prisoten praktično v vsakem razredu, pogosto pa so učilnice opremljene tudi z interaktivnimi tablamami, vedno pogosteje tudi s tabličnimi računalniki, kar je gotovo povezano tudi z načrtnim vključevanjem IKT v slovenski šolski prostor, ki poteka tudi v sklopu različnih projektov (npr. pilotni projekt testiranja tabličnih računalnikov), ter s prodorom interaktivnih elektronskih učbenikov (i-učbenikov).

IKT je v slovenske šole vstopila v sedemdesetih oziroma osemdesetih letih prejšnjega stoletja. Najprej je bila uvedena v srednje, nato še v osnovne šole (Mori, 2007). Na uporabo računalnika v izobraževanju so bila takrat veza na visoka pričakovanja, in sicer naj bi ta odigral vlogo popolnega domačega učitelja, ki bi posamezniku glede na njegove zmožnosti, potrebe in želje zagotavljal individualizirane usluge med podajanjem najsodobnejšega znanja (Gerlič, 2000). Informatizacija slovenskega šolstva se je začela pospešeno izvajati od leta 1994 dalje, ko se je začelo sistematično uvajanje uporabe IKT v slovensko šolstvo, in sicer leta 1994 najprej s projektom RO – Računalniško opismenjevanje. Namen projekta je bil zagotoviti slovenskim vzgojno-izobraževalnim zavodom strojno in programsko (sistemsko in didaktično) računalniško opremo ter usposobiti učitelje za uporabo IKT pri poučevanju ter razvojno-raziskovalnih projektih v zvezi z novimi pristopi uporabe. Vzpostavljeno je bilo slovensko izobraževalno omrežje (SIO) (MIZŠ, 2016).

Usposabljanje vzgojiteljev, učiteljev in ravnateljev ter opremljanje slovenskih VIZ-zavodov z IKT ter druge dejavnosti tako brez večjih presledkov potekajo od leta 1994 pa do danes (MIZŠ, 2016).

Enega večjih sistemskih prebojev je na podlagi nadgrajenega Akcijskega načrta informatizacije slovenskega šolstva od leta 2006 naprej s projektom e-šolstvo zagotovilo takratno Ministrstvo za šolstvo in šport. V okviru »e-šolstva« se je poleg razvoja in implementacije svetovanja, didaktične podpore in tehnične pomoči šolam izvedel tudi poskus razvoja in implementacije standarda »e-kompetentni učitelj in ravnatelj«. Predlog standarda e-kompetentni učitelj, ki vsebuje šest temeljnih e-kompetenc, se formalno ni vpeljal (MIZŠ, 2016). Omenjene e-kompetence so naslednje (Kreuh, 2012):

1. poznavanje in zmožnost kritične uporabe IKT;
2. zmožnost komunikacije in sodelovanja na daljavo (učitelji, vzgojitelji in drugi strokovni delavci v VIZ, starši, učenci);



3. zmožnosti iskanja, zbiranja, obdelovanja, vrednotenja (kritične presoje) podatkov, informacij in konceptov;
4. poznavanje varne rabe in upoštevanje pravnih ter etičnih načel uporabe in objave informacij;
5. izdelava, ustvarjanje, posodabljanje, objava izdelkov (gradiv);
6. zmožnosti načrtovanja, izvedbe in pouka (učenja in poučevanja) z uporabo IKT.

Velik poudarek projekta je bil na predstavitvi, didaktični vrednosti, ustvarjanju in osmišljeni rabi e-gradiv ter razvoju in uporabi e-gradiv za i-table.

Vplivi informatizacije slovenskega šolstva kažejo rezultate na različnih področjih. Leta 2013 je Slovenija sodelovala v mednarodni študiji o računalniški in informacijski pismenosti ICILS 2013, kjer se je uvrstila na 7.–10. mesto med 14 državami. Rezultati omenjene študije so pokazali, da so slovenski učenci v uporabi interaktivnih tabel močno nad evropskim povprečjem (Slovenija je zasedla 2. mesto). Menimo, da je na slednje pomembno vplivalo tudi dejstvo, da je ministrstvo za šolstvo poleg usposabljanj v okviru projekta e-šolstvo poskrbelo tudi za opremljanje šol z interaktivnimi tablam in drugo IKT. Na šolah so prodajalci izvedli kratke delavnice o tehničnih vidikih uporabe i-table, učitelji pa so se lahko udeležili tudi seminarjev in delavnic za delo z i-tablo v okviru prej omenjenega projekta (MIZŠ, 2016).

Kljub načrtnemu vlaganju v infrastrukturo raziskava ICILS 2013 kaže, da slovenski osnovnošolci in srednješolci opremo in orodja uporabljajo manj pogosto kot ostali učenci v Evropi.

V letih 2009–2013 je bilo poleg omenjenega projekta »e-šolstvo« s sofinanciranjem iz Evropskega socialnega sklada 2007–2013 izvedenih še nekaj drugih projektov s področja uvajanja IKT: E-kompetence učiteljev v dvojezičnih šolah, Izdelava multimedijskih in interaktivnih e-gradiv, I-učbeniki, Projekt e-šolska torba, Projekt IR-optika itd. (MIZŠ, 2016).

Narejen je bil velik premik v smeri uporabe IKT pri poučevanju in učenju. Danes IKT ni več le pripomoček, ki ga uporabljamo v procesu poučevanja. Omogoča nove pedagoške pristope ter spreminja proces poučevanja in učenja (MIZŠ, 2016). Vendar kljub temu, da so digitalne tehnologije že del vsakdanjega življenja in dela, EU ocenjuje, da v sistemih izobraževanja in usposabljanja po Evropi še niso v celoti izkoriščene. Raziskava TALIS 2013 je pokazala, da se uporaba IKT v osnovnih šolah po posameznih državah močno razlikuje. Dokumenti EU opozarjajo tudi na razdrobljenost pristopov pri uvajanju in uveljavljanju IKT v vzgoji in izobraževanju, kar vse prispeva k povečevanju digitalnega razkoraka v EU med tistimi, ki imajo dostop do inovativnega, na

tehnologiji temeljčega izobraževanja, in tistimi, ki dostopa do takega izobraževanja nimajo (MIZŠ, 2016).

Po analizi rezultatov mednarodnih raziskave (ICILS 2013, TALIS 2013, vpliv programa eTwinning, ICT in Education) in nacionalnih projektov (RO, ešolstvo ...), ki so predstavljali steber informatizacije slovenskega šolstva, je ministrstvo za šolstvo prišlo do pomembnih ugotovitev, in sicer: v slovenskih šolah je raba IKT pri pouku povprečna glede na države EU oziroma od povprečja nekoliko odstopa navzdol (MIZŠ, 2016). Slovensko šolstvo je na področju usposabljanja za uporabo IKT med učitelji že izšlo iz razvojne faze »osnovnega usposabljanja«, tako da je potrebna usmeritev v usposabljanja s področja pedagoške rabe IKT.

Januarja 2016 je Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport sprejelo Strateške usmeritve nadaljnega uvajanja IKT v slovenske VIZ do leta 2020 kot podlago za nadaljnje aktivnosti MIZŠ na tem področju. Namen dokumenta je umestitev aktualnih pobud, usmeritev in dokumentov v Sloveniji, Evropski uniji in tudi širše. Da bi lahko z vizijo posameznikom zagotovili možnost izobraževanja v odprtem, ustvarjalnem in trajnostno vzdržnem učnem okolju, podprtem z inovativno uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije, kar bo na učinkovit in kakovosten način omogočilo pridobitev znanja in spretnosti, ključnih kompetenc 21. stoletja, potrebnih za uspešno vključevanje v družbo, s čimer bo zagotovljen tudi dvig konkurenčnosti znanja in kompetenc naših učencev, dijakov in študentov, da bodo lahko prispevali k inovativnosti in konkurenčnosti domačega trga in bodo bolj opolnomočeni za uspešen vstop na trg dela (vključno z EU), je bilo v dokumentu opredeljenih 6 ciljev. Med njimi je tudi cilj: zagotoviti višjo raven digitalne usposobljenosti in izkoriščenosti IKT znotraj celotnega vzgojno-izobraževalnega sistema in s tem bistveno prispevati k dvigu ključnih kompetenc ter kompetenc za 21. stoletje učencev, dijakov, študentov ter udeležencev v izobraževanju odraslih. Slednje predpostavlja zagotavljanje celovitega razvoja kompetenc vzgojiteljev, učiteljev, koordinatorjev IKT, ravnateljev, visokošolskih učiteljev in strokovnih sodelavcev (formalno izobraževanje in nadaljnje usposabljanje) z učinkovitimi oblikami usposabljanja (v živo in na daljavo), s krepitevijo profesionalnih skupnosti, z aktivno izmenjavo dobrih praks oz. vzajemnim učenjem in zagotavljanjem kakovostnih storitev (svetovanje, pomoč) v živo in na daljavo (MIZŠ, 2016).

Vlada Republike Slovenije je 10. marca 2016 sprejela strateški dokument Digitalna Slovenija 2020 – Strategija razvoja informacijske družbe do leta 2020, ki govori o digitalizaciji Slovenije z intenzivno in inovativno uporabo IKT ter interneta v vseh segmentih družbe. V njem je izpostavljeno, da je treba for-

malni in neformalni šolski prostor odpreti novim idejam ter prilagoditi novim generacija in, potrebam izobraževanja za nova digitalna delovna mesta ter da je potrebno enakopravno vključevanje vseh generacij v evropsko digitalno družbo (MIZŠ, 2016).

### **Sodobna izobraževalna in informacijsko-komunikacijska tehnologija pri poučevanju**

Informacijsko-komunikacijska tehnologija omogoča nove pedagoške pristope in spreminja proces poučevanja in učenja. Kakovosten pouk predstavlja temeljni dejavnik optimalnega razvoja učencev. Za zagotavljanje tega je potrebno izhajati iz otrokovega predznanja, predstav in idej.

Didaktično osmišljena raba IKT-sredstev in pripomočkov (e-gradiv, i-table, spletnih učilnic, didaktičnih iger, animacije in simulacija itd.) pripomore k učinkovitejšemu sprožanju učenčevih miselnih procesov, omogoča individualizacijo in s tem olajša spoznavni proces.

Interaktivni pouk z uporabo IKT omogoča udejanjanje kognitivno-konstruktivističnega modela pouka, pri katerem učenec ob različnih aktivnih metodah in dejavnostih gradi svoje znanje in ga uporabi v novih situacijah. Interaktivni pouk k aktivnim metodam poučevanja dodaja razsežnosti informacijsko-komunikacijske tehnologije ter izrablja njene prednosti z namenom kakovostnejše izgradnje znanja.

Za vsak učni proces, klasični ali spletni, je pomembno načrtovanje pouka, pri tem pa imamo v mislih postavljanje učnih ciljev, izbor in organizacijo vsebine ter pripravo virov znanja. Najpomembnejši vsebinski element so torej učni cilji, ki morajo biti jasni, razumljivi in preverljivi.

Kot smo že večkrat omenili, smiselnost znanja učenec spoznava prek izkušnje, za to pa potrebuje številna srečanja s fizičnimi ali z virtualnimi situacijami. Tako kot v klasičnem učnem okolju moramo tudi v spletnem oz. virtualnem učnem okolju (e-okolju) upoštevati zakonitosti učenčeve percepcije. Učno okolje je potrebno načrtovati celostno in daljnovidno naravnano (Rebolj, 2008).

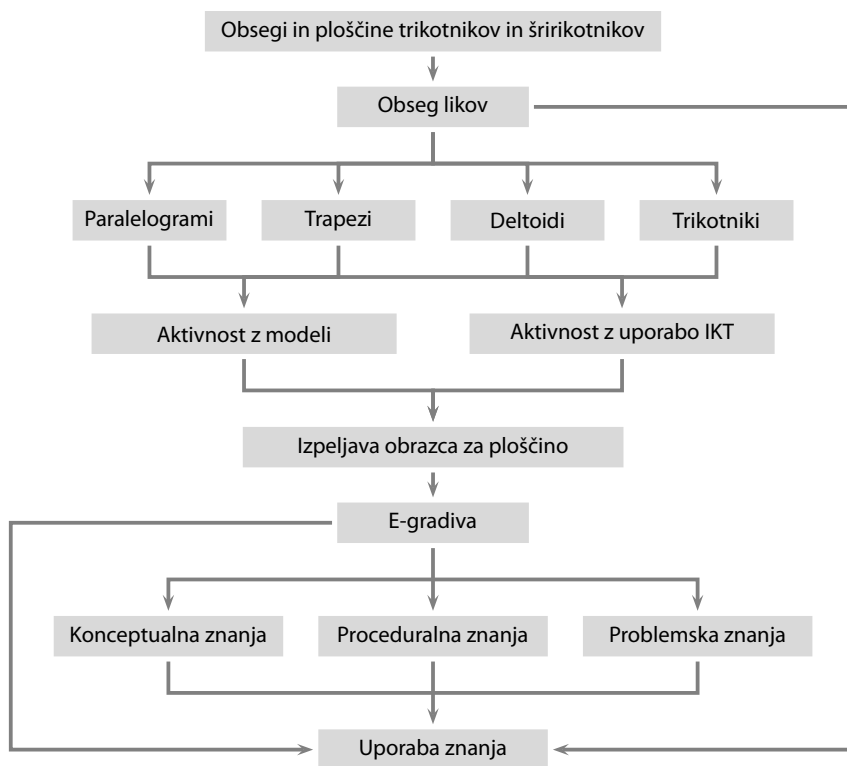
Učitelji lahko sami izbirajo, kako bodo IKT vključili v pouk, vendar samo vključevanje IKT v pouk ni dovolj. Potrebno je razmisliti o načinu, kako to storiti, da bo njena uporaba učinkovita, hkrati pa se je treba nanjo pripraviti in, kar je najpomembnejše, se dodatno izobraževati, usvojeno znanje nadgrajevati ter slediti sodobnemu času, v katerem je uporaba tehnologije neizogibna. IKT nam pomaga upravljati z vse večjim pretokom informacij, ki omogoča vzpostavitev avtonomnejših učnih okolij z bogatejšo učno vsebino (Gerlič, 2011).

Pri tradicionalnem pouku ob stalno prisotnem učitelju cilje in vsebino pripravljamo okvirno, kar še posebej velja za organizacijo vsebine in poti do učnih ciljev. Stalno prisotni učitelj ima možnost usmerjanja učencev, dodajanja pomoči, dodatkov za hitrejše učence in celo za odpravo pomanjkljivosti pri načrtovanju.

Pri izobraževanju, ki vključuje uporabo spletnega učnega okolja, pa je potrebno poleg priprave vsebine pripraviti tudi spletno okolje. Priprava slednjega naj bo premišljena, didaktično osmišljena in strokovno pretehtana. Le tako učno okolje bo na učence vplivalo motivacijsko in jih spodbujalo k samostojnem raziskovanju izbrane matematične vsebine. Pomembno je, da učitelj vnaprej kar se da natančno predvidi, kako bo potekalo učenje. Zagotovljeni morata biti personalizacija učnega okolja in individualizacija učenja (vsebinska in organizacijska), saj učencu omogočata, da sam soustvarja učno okolje, si tako krepí čút odgovornosti, občutek za red, ustvarja si nabor potrebnih informacij ter izpili občutek za smotrno razumevanje informacij, ki jih je smiselno pomniti. IKT učiteljem omogoča, da se prilagodijo potrebam otrok in jim s tem omogočijo lažje in hitrejše napredovanje. Pri tem so jim v pomoč različni računalniški programi, orodja, podporne tehnologije ter računalniško podprta učna okolja, ki otrokom omogočajo lažje in hitrejše napredovanje. Tako so Mioduser, Tur-Kaspa in Leitner (2000) dokazali, da so učenci, ki so pri učenju uporabili IKT, bolj učno napredovali kot tisti, ki so se učili le s tradicionalnimi učnimi metodami. Učitelj lahko organizira tudi kombinirano učenje, kjer učenci dele učne poti prehodijo klasično, druge dele pa v spletnem učnem okolju (Rebolj, 2008).

Učitelj potrebuje dobre izkušnje s klasičnim izobraževanjem, saj mora učni proces poznati, da ga lahko predvideva. Učenec prepozna in logično sklepa v skladu z določenimi zakonitostmi, zato je potrebno med elementi zagotoviti ravnovesje in enotnost. S tem se lahko v največji možni meri prepreči napačne prepoznave in sklepe, ki bi v odsotnosti učitelja lahko učenca zavedli k napačnemu spoznavanju. Preprostost, jasnost in logičnost učne poti učencu omogočajo osredotočanje na vsebino (Rebolj, 2008).

Lahko rečemo, da so zamišljene učne situacije in predvidena učna pot, ki jo načrtuje učitelj, hipotetične, zato morajo biti e-gradiva pripravljena fleksibilno, da učencu omogočajo razvijanje lastne učne poti in doseganje zastavljenih ciljev. Razlike med učnimi potmi so lahko ugodne za učence, ki se medsebojno razlikujejo. Čeprav učno gradivo omogoča precejšnjo učenčevo izbiro, pa ta ni brezmejna. V formalnem izobraževanju mora učenec doseči predpisane učne cilje, kar omejuje tako izbiro vsebine kot izbiro zahtevnosti, delno pa tudi tempo učenja, saj je doseganje učnih ciljev tudi časovno omejeno.



Slika 3.1 Predvidena učna pot

### ***Učno okolje, učna vsebina, učna pot in gradiva***

Pri načrtovanju spletnega učnega okolja (e-okolja) in učne poti moramo upoštevati kognitivne, psihološke, socialne in čustvene potrebe učenca na določeni razvojni stopnji. Učno okolje naj omogoča raznovrstne učne izkušnje, kjer ima učenec možnost samostojnega razvoja učnih strategij, kar podpira njegovo zorenje k večji avtonomiji in odgovornosti za učne rezultate.

Učna pot, ki jo načrtuje učitelj kot organizator učnega okolja in gradiv, je hipotetična, saj je dejansko stanje v učnem procesu nemogoče popolnoma predvideti. Kažipot učne poti so učni cilji, ki jih moramo utemeljiti na standardih znanja. Učna pot je dinamična, učenec na njej napreduje. Učenec naj bi strukturo učne celote med učenjem pomnil in s tem dojemal posamezne teme v učni celoti, kar je znotraj spletnega učnega okolja tudi vizualno podprto. Primer strukture učne poti je predstavljen na sliki 3.1.

Učno gradivo je bistveni element učne poti, ni pa edini. Učna pot in učno gradivo morata biti usklajena (slika 3.2).



**Slika 3.2**

Posnetek spletne učilnice z e-gradivi, ki se nanaša na predvideno učno pot s slike 3.1

*Domača naloga – ploščina paralelograma*

Enostavnejše:

- e-učbenik str. 499/3, 4, 6
- e-učbenik str. 500/10

Zahtevnejše:

- e-učbenik str. 499/3
- e-učbenik str. 500/8, 14, 16

**Slika 3.3** Diferenciacija nalog

Prava izbira zahtevnosti glede na razvojno stopnjo učenca je pri učenju v spletnem učnem okolju zelo pomembna. Učenje terja napor, a ta naj bo le tolikšen, da ga učenec zmore. Zaradi učne raznolikosti v skupini je potrebno zagotoviti diferenciacijo nalog po zahtevnosti (slika 3.3).

Učno pot in učno gradivo je potrebno povezati tudi s predznanjem učne skupine, podpirati pa mora tudi nadaljevanje učenja in nadgrajevanje znanja v prihodnosti. Pri načrtovanju spletne učne poti je pomembno, da jo na začetku večkrat prehodimo sami, vsakič pa smo pozorni na eno sestavino učne poti (npr. razumljivost, zanimivost, logičnost) in jo tako izboljšujemo. Vendar nam šele preizkušanje v praksi da realno povratno informacijo, s pomočjo katere lahko uvidimo in uvedemo izboljšave. Misliiti je potrebno na učenca in si čim bolj živo predstavljati, kaj bo doživljal in kako razumel, ko bo sam na učni poti.

Učitelj je tisti, ki pri strukturiranju učne poti razmisli in določi, kaj bo izvedeno klasično in kaj spletno. Kljub strukturirani učni poti nam spletno učno okolje omogoča tudi manj linearno, hierarhično ali sistematično napredovanje. Ker lahko e-učenje poteka v relativni svobodi izbire poti do znanja, to ustreza mnogim učnim stilom, predvsem t. i. neodvisnim učencem (angl. *independent learners*) (Rebolj, 2008).

Običajno v urejeni učni celoti obstaja izhodišče, iz katerega učenec izhaja

in se nanj vrača. Za učenčevo orientiranje so pomembne informacije o učni vsebini in njeni razgradnji na učni poti, ki jih učenec dobi pred učenjem. Tako mora biti učna pot (slika 3.1) predstavljena, še preden učenec stopi nanjo. Koristni so tudi pisni ali neposredni učiteljevi napotki za učenje, s pomočjo katerih se učenec seznani z optimalno učno potjo, ki ga z najmanj napora vodi k zanesljivemu uspehu.

Učenčeva učna pot se začne, ko se učenec pripravlja na učenje, in konča, ko preveri svoje znanje in je z doseženim uspehom zadovoljen. Na tej poti k učnim ciljem pa ne dela le z učnim gradivom, ampak tudi komunicira, išče po virih, prehaja na druge spletne strani, sodeluje s sošolci in tudi sam ustvarja. V teoriji srečamo domneve, da je dobro e-gradivo dovolj fleksibilno, da si lahko vsak učenec najde zase najprimernejšo pot (Rebolj, 2008).

Učno pot je treba načrtovati tudi časovno, kar pomeni, da moramo pretehtati, koliko časa naj za učenje dnevno in tedensko porabi povprečni učenec na določeni razvojni stopnji. Upoštevamo spoznanja o pomnjenju, utrujenosti pri učenju, zasičenosti, trajanju pozornosti itd. (Rebolj, 2008).

Pod pojmom e-gradivo pojmuje pripravljeno učno vsebino, ki je jedro in rdeča nit učne poti. Okvir vsebine pripravimo na ravni učne celote in na ravni učnih enot. Tako gradivo deluje urejeno in ima mnogo prednosti. E-gradiva bi težko imenovali samo vir znanja, kot je tiskani učbenik, saj znanja ne posreduje zgolj prek pisane besede in statične slike, ampak prek multi-medijskih elementov tako, da od učenca terja aktivnost. Dodatne možnosti omogočajo »odzivni« interaktivni elementi. Tudi sodobni tiskani učbeniki do neke mere že izpolnjujejo to nalogo, učbeniki na spletu pa imajo v tem smislu precej večji potencial. Ta se kaže predvsem v interaktivnosti, to je v odzivanju na učenčevo dejavnost. Prevladujoča učenčeva dejavnost ni branje, kot pri tiskanih gradivih, saj so razgrajeni vsebini dodani interaktivni multimedijски gradniki, didaktične igre in motivacijski elementi, ki od učenca terjajo aktivno odzivanje.

E-gradivo je sestavljeno iz aktivnosti. Vse naloge in aktivnosti morajo biti smiselno vpete v proces doseganja ciljev, učna vsebina pa podana tekoče, logično in pregledno. V veliko podporo pomnjenju je razmejitev gradiva na vsebinske enote, posledično pa tudi učne poti na etape, med katerimi so odmori.

Zagotavljanje aktivne vloge učenca med e-izobraževanjem je ena od prednostnih nalog pri pripravi gradiv. Z vsebino se mora učenec ukvarjati. Tako jo bo bolje in hitreje razumel, ukvarjanje pa ga pripravlja tudi na uporabo znanja. S tem pa znanje kot splošna dobrina in tudi za učenca osebno dobi smisel. Osmišljene vsebine so tudi privlačnejše. Dobro metodično pripravljene

na e-gradiva skrajšajo čas učenja. Druge prednosti, ki jih študije pripisujejo multimediji, so predvsem večja gospodarnost, dostopnost ter prihranek na času učiteljev in učencev (Rebolj, 2008).

### ***Pedagoški pomen multimedijskih gradnikov***

Uporaba medija vpliva na delovanje možganov tako, da spodbuja delovanje določenih delov. Procesi pri učenju besedilnega gradiva so drugačni, kot če je gradivo posredovano na multimedijski način. Pri verbalnih nalogah so v večji meri vpleteni procesi pomnjenja, pri multimedijem pa slikovne predstave oziroma vizualizacija, kar pa je zelo pomembno pri razvoju ustvarjalnosti ter pri reševanju problemov (Gerlič in Jaušovec, 1998).

Poučevanje z raznovrstnimi mediji povezuje procese percepcije, čustvovanja in mišljenja, kar skupno povečuje učenčeve izkušnje. Tako znanje pa je komplementarno teoretičnemu ali abstraktnemu znanju. Verjetno držijo ocene pedagogov, da je tega, glede na delež izkustvenega znanja, v današnji šoli preveč. Več raziskovalcev poudarja, da so rezultati učenja z e-gradivom dobri le, če se multimedijski gradniki med seboj podpirajo, če so usklajeni z besedilom. Uporabo multimedije lahko vežemo tako na učno vsebino kot na učne cilje. Pomembno je tudi, da multimedija omogoča bližnjice do znanja, da se z njimi ohranja optimalna pot k učnim ciljem. Izbor multimedijskih gradnikov mora biti skrben, količina pravšnja, umestitev v besedilo ustrezna. Včasih je en gradnik dovolj za eno informacijo. Izjema je, kadar želimo nekaj prikazati večstransko. Če pa učenec lahko neko informacijo prebere ter jo hkrati vidi na grafu in sliši, bo verjetnost pomnjenja znatno večja. Prav to pa lahko uresničimo z e-gradivom. Zelo pomembno je, da multimedija učenca miselno aktivira, hkrati pa moramo paziti, da ne pride do prenasičenja oziroma do preobremenitve delovnega spomina. Raziskave Mayerja in Morenove (2002) namreč opozarjajo na nasičenost z informacijami različnih modalitet, kar ima negativne učinke na učenje. Preveč informacij preobremeni delovni spomin. Zato naj bi bile različne informacije podane na različne načine, ne pa ista informacija v različnih čutnih modalitetah (Krnjel, 2008).

Slika sodi med najstarejše multimedijske gradnike, ki so pravzaprav stari toliko kot organizirano izobraževanje. S sliko podana informacija je razumljivejša in jo lažje pomnimo. Kot kažejo raziskave, je zvočno posredovana informacija približno enako učinkovita kot slika. Po daljšem času pa bolje pomnimo slikovne informacije. Ne glede na dejstvo, da je vključevanje zvoka kot gradnika e-gradiva precej občutljivo, pa je informacija, ki jo podamo hkrati z besedilom in zvokom ali s sliko in z zvokom, prodornejša in se bo po vsej verjetnosti bolje usidrala v dolgotrajni spomin (Rebolj, 2008).

Pomemben multimedijski gradnik so tudi animacije. To so gibljive dvodi-



menzionalne in tridimenzionalne slike ali grafi, ki so v e-gradivu namenjeni učenju, prikazu delovnih navodil ali pa estetskim ter psihološkim učinkom. Didaktična funkcija animacije je lahko zelo preprosta, npr. vzbujanje pozornosti (eye-catching). Igra pa lahko tudi bistveno vlogo kot didaktična nosilka e-učenja. Glavni pedagoški pomen animacije je oblikovanje predstav. Animacija je učinkovito sredstvo za izboljšanje predstav o težko razložljivih šolskih vsebinah. Pri njej lahko učenec proces sproži in nato opazuje, pri bolj izpolnjenih pa parametre tudi spreminja.

Prizadevamo si, da bi učenca zadržali na določenih postajah učne poti in da bi tam aktivno spoznaval učno vsebino. Pri tem imajo izjemno moč tudi didaktične igre (kot npr. Pastir, glej Vidmar, 2007).

Čeprav didaktično igro v literaturi pojmujejo tudi drugače, jo bomo tokrat opredelili kot učno animacijo, ki omogoča tekmovanje:

- učenca z računalnikom;
- več učencev na isti strani računalnika ali
- več učencev, povezanih prek spleta.

V ta namen je potrebno dosežke točkovati, učenec pa si prizadeva za pravilno aktivnost in je pri tem časovno omejen (Rebolj, 2008). Pomembno pri didaktični igri kot animaciji je, da se situacija spremeni, če učenec igro ponovi. Omogočena je izbira več zahtevnostnih stopenj. Igre na računalniku so za današnje otroke in mladostnike zelo privlačne, hkrati pa so lahko tudi didaktične. Animacija je močnejša kot statično podana vsebina, saj se oči vedno usmerijo vanjo. Priporočena je kratkotrajna animacija, le nekaj sekund znotraj odzivnega časa učenca, da ta ne bo imela dekoncentracijskega učinka.

Posebna vrsta učne animacije je učna simulacija. To je abstrahirani posnetek realnosti, v kateri smo odstranili vse nebistveno za učno temo (Rebolj, 2008).

Pomemben element e-gradiva je sprotne povratne informacije. Ta deluje na nadaljnjo dejavnost učenca. Tehnologija omogoča hitro povratno informacijo, ki je nepristranska in neosebna. To lahko opogumlja učence, da sami predvidevajo in razvijajo svoje ideje, jih testirajo in spreminjajo ter popravljajo oziroma izboljšujejo (Kmetič, 2008).

Ko uvajamo izobraževanje v spletnem učnem okolju, se spreminja tudi težišče učiteljeve vloge. Poleg tega pa se del njegovih nalog premika v čas, preden se učenec uči, to je v pripravo učenja. Vloga učitelja se ni spremenila samo zaradi tehnologije, ampak zaradi nove paradigme za oblikovanje znanja, ki temelji na konstruktivistični teoriji, konstrukciji vedenja v socialnih okoliščinah in na uporabi kulturno posredovanih orodij. Po tej paradigmi znanja

ne pridobivamo od zunaj, ampak nastaja v učencu kot rezultat njegovega miselnega procesa. Socialno okolje, ki spodbuja višje miselne procese, daje boljše učne rezultate.

Učitelj ima pri interaktivnem pouku z uporabo IKT različne vloge. Vedno bolj postaja svetovalec, opazovalec, usmerjevalec, ki potrebuje zelo dobro pripravo, težišče neposrednega dela v razredu pa se prenese na učenca. Po učenju prevzame vlogo evalvatorja. Učiteljeva vloga postaja zaradi uporabe tehnologije kompleksnejša in zahtevnejša (Gerlič, 2013).

Naloge pri pripravi učne poti, aktivnosti v e-okolju in pri izdelavi e-gradiva so predvsem:

- izbor ciljev;
- izbor in organizacija vsebine;
- izbor in priprava e-gradiv;
- izdelava/izbor instrumentov za evalvacijo in samoevalvacijo doseganja učnih ciljev;
- določitev učne poti.

Načrtovanje učne poti zahteva tudi načrtovanje evalvacije. Preverjati moramo doseganje učnih ciljev in počutje učečih. Posredno tako preverjamo kakovost e-gradiv. Evalviramo lahko lastno delo (samoevalvacija), učni proces, doseganje ciljev ali učna gradiva, kot so npr. e-gradiva ali kompleksnejši multimedijški gradniki, npr. simulacije. Procesna evalvacija lahko traja krajše obdobje, šolsko leto ali več let. Enotnega koncepta evalviranja nimamo. Ker je učenec izrazito v ospredju, je največji delež spremenljivk vezan na njegovo perspektivo e-izobraževanja: lahkotnost uporabe vsebine, razumljivost, navigacijo, možnost komuniciranja itd.

Raba IKT v procesu učenja in poučevanja ni sama sebi namen, temveč je smiselna, kadar učenca pripelje do ciljev, zastavljenih s kurikulumom, in prispeva k opolnomočenju učencev, dijakov, študentov za rabo kompetenc 21. stoletja ter k izboljšanju učnih dosežkov (bralna, matematična, naravoslovna in druge vrste pismenosti). Smiselnost rabe IKT v procesu učenja in poučevanja pa je mogoče doseči ob upoštevanju kompleksnosti dimenzij in dejavnikov, ki vplivajo na učinkovito rabo IKT v izobraževanju (MIZŠ, 2016).

### **Prednosti in pomanjkljivosti vključevanja informacijsko-komunikacijske tehnologije pri poučevanju in učenju**

Digitalna revolucija v vzgoji in izobraževanju prinaša priložnost za večjo učinkovitost in enake možnosti:

- posamezniki lahko enostavno poiščejo in pridobijo znanje iz različnih virov;
- dosežemo lahko nove skupine učencev, saj učenje ni več omejeno na posebne urnike samo v učilnicah;
- izobraževanje je v večji meri možno prilagoditi posameznikom;
- učitelji lažje izmenjujejo primere dobre prakse;
- učitelji in učenci lahko dostopajo do večjega izbora učnih virov, saj odprte tehnologije omogočajo učenje vsem posameznikom kjer koli, kadar koli, s katero koli napravo, s pomočjo kogar koli (MIZŠ, 2016).

Gerlič (2011) pri tem navaja različne vplive IKT na področju izobraževanja:

- omogoča sodobnejši in kakovostnejši pouk in poučevanje;
- omogoča uspešnejšo individualizacijo in diferenciacijo;
- omogoča prehod od pouka, ki temelji na pomnjenju obilice podatkov, k reševanju problemov, ki zahtevajo kreativno mišljenje in kot rezultat tudi takšno znanje.

Širša uporaba novih tehnologij in prosto dostopnih učnih virov povečuje dostopnost izobraževanja. Vendar ta pozitiven vpliv na enakost zahteva stalna vlaganja v izobraževalne infrastrukture in človeške vire (MIZŠ, 2016). Ob tem se pojavi vprašanje, ali se pozitivni vplivi uporabe IKT pri učenju in poučevanju kažejo v večji učinkovitosti in uspešnosti le-tega. V literaturi sta zastopani dve nasprotujoči si stališči. Zagovorniki uporabe IKT v izobraževanju izpostavljajo pozitiven vpliv uporabe IKT na učenje in poučevanje ter zagovarjajo dejstvo, da ta uporaba vpliva na višje dosežke učencev ter znižuje stroške izobraževanja. Poleg tega vidijo prednosti v večji fleksibilnosti in avtonomiji učencev pri učenju ter izboljšanju njihovih učnih izkušenj in stališč do učenja. Kritiki uporabe IKT v izobraževanju s sklicevanjem na študije opozarjajo, da je lahko pogostejša raba IKT v procesu učenja in poučevanja negativna, posebno v primeru, ko učitelj in učenci nimajo ustrezno razvitih znanj in veščin za njeno uporabo (Van Braak, 2001).

Bocconi, Kampylis in Punie (2012) poudarjajo, da prinaša IKT na področju večje fleksibilnosti, individualizacije ter personalizacije učenja in poučevanja velike prednosti, ki jih je treba izkoristiti. Potenciali IKT so veliki, od učiteljev pa je odvisna presoja o smiselnosti rabi določene tehnologije ter kritično mišljenje pri njeni rabi, kar omogoča, da tehnologija ni le sama sebi namen ter da se pozornost od pouka, usmerjenega v tehnologijo, preusmerja k pouku, usmerjenemu v učenca (Bocconi idr., 2012). Uvajanje računalnika v vzgojno-

izobraževalno delo daje možnost prehoda od pouka, ki temelji na pomnjenju obilice podatkov, k reševanju problemov, ki zahtevajo ustvarjalno mišljenje (Mori, 2007).

Učinkovito učenje v 21. stoletju naj bi temeljilo na štirih ključnih značilnostih. Bilo naj bi konstruktivno (učenci aktivno gradijo svoje znanje), samoregulirano (učenci za učenje aktivno uporabljajo različne strategije učenja), umeščeno (življenjske učne vsebine in ne vsebine, ločene od okolja) in sodelovalno (v aktivnostih sodeluje več učencev) (De Corte, 2013).

Nasprotniki tega menijo, da ne smemo hiteti k prevelikemu samostojnemu raziskovanju učencev, da mora imeti učitelj še vedno vodilno vlogo pri poučevanju, zato je dobro izmenjevati različne strategije, torej kombinirati aktivno učenje učencev s predavanji in učenjem iz učbenikov (De Corte, 2013).

Pri tem velja poudariti, da tehnologija učencem omogoča, da se osredotočijo le na bistveno procesiranje informacij, in jih s tem razbremeni procesiranja nepomembnih informacij. Sam pouk pa mora biti še vedno usmerjen v učenca in ne v tehnologijo. Tehnologija je torej pri pouku le pripomoček in ne cilj (Mayer, 2013). Rugelj (2007) navaja pet glavnih prednosti uporabe IKT, in sicer: motivacijski učinek, izboljšanje dostopa do informacij, izboljšanje IKT-pismenosti, podporo sodobnim pedagoškim pristopom ter povečanje storilnosti učiteljev.

V preglednici 3.1 predstavljamo primerjavo med tradicionalnimi in novimi učnimi okolji. Uporaba sodobne informacijsko-komunikacijske tehnologije v osnovi ne spreminja načina učenja, temveč način poučevanja. Sodobna tehnologija in tehnologije svetovnega spleta namreč omogočajo oblikovanje učnega prostora za učinkovito in uspešno, k učečemu usmerjeno učenje ter pomagajo učiteljem podpirati posameznike v procesu izobraževanja.

Ko v šole vključujemo IKT, moramo zasledovati predvsem dva cilja (Rebolj, 2008):

- povečati učinkovitost učenja in dvigniti nivo znanja;
- učence usposobiti za nadaljnje izobraževanje.

Raziskave PISA 2006, SITES 2006 in TIMSS 2007 kažejo, da se učni dosežek učencev zaradi uporabe IKT ne spremeni (izboljša) bistveno, prednosti so vidne predvsem v povečani motivaciji in samostojnejšem učenju (PISA 2006; Brečko in Rožman, 2007; Japelj Pavešič, Svetlik, Rožman in Kozina, 2008). Raziskave na tem področju so v Sloveniji redke. Nekatere so empirično že potrdile pozitiven učinek e-učnega medija na odnos učencev do matematike (npr. Antolin, 2009).

**Preglednica 3.1** Primerjava med tradicionalnimi in novimi učnimi okolji

Tradicionalna učna okolja	Nova učna okolja
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Poučevanje je osredotočeno na učitelja.</li> <li>– Omogočajo napredovanje po eni poti.</li> <li>– Spodbujajo uporabo enega medija.</li> <li>– Spodbujajo izolirano delo.</li> <li>– Temeljijo na podajanju informacij.</li> <li>– Omogočajo pasivno učenje.</li> <li>– Faktografsko, na znanju temelječe učenje.</li> <li>– Reakcijski odziv.</li> <li>– Izolirani, umetni konteksti.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Poučevanje je osredotočeno na učenca.</li> <li>– Omogočajo napredovanje po več poteh.</li> <li>– Spodbujajo uporabo več medijev.</li> <li>– Spodbujajo sodelovalno delo.</li> <li>– Omogočajo izmenjavo informacij.</li> <li>– Omogočajo aktivno, raziskovalno učenje.</li> <li>– Omogočajo kritično mišljenje in odločanje na osnovi informacij.</li> <li>– Zagotavljajo pogoje za proakcijski odziv.</li> <li>– Omogočajo umeščenost v avtentične, življenjske kontekste.</li> </ul>

Povzeto po Brečko (2015).

Mangan in Ecalle (2006) sta poudarila, da je za uspešno vključitev računalnika v učni proces potrebna motivacija učencev in učiteljev, ki morajo verjeti, da bodo s pomočjo IKT izboljšali kognitivne sposobnosti učencev. Motivacija je pomembno povezana z učnim procesom in dosežki (Järvelä, 2001; Pintrich in Schunk, 1996). Za razumevanje učenčevega vedenja so pomembni tako kognitivni dejavniki, kamor sodijo znanje, spretnosti in sposobnosti, kot tudi motivacijski. Selvi (2010) je v svoji študiji ugotovila, da uporaba IKT učence motivira, če je učni proces kakovosten, če ima učitelj razvite IKT-kompetence, če se učenci pouka udeležujejo redno, če je učno okolje primerno in če je dobro načrtovana časovna razporeditev dela. Pomembnost vpliva učiteljeve usposobljenosti na učenčevo zadovoljstvo so v svoji raziskavi ugotovili tudi Paechter, Maier in Macher (2010), ki poleg tega ugotavljajo, da na višje učne dosežke vplivajo tudi samostojnost pri načrtovanju ter skupinsko učenje. Uporaba tehnologije pri učenju ima torej veliko motivacijsko vlogo, kar na področju učenja matematike ugotavljajo tudi Bakar, Ayub, Luan in Tarmizi (2010).

Poročilo Becta 2007 povzema rezultate nekaterih študij, v katerih je ugotovljeno, da učinkovita raba IKT pozitivno vpliva na učence, njihovo motivacijo, zavzetost in koncentracijo pri učenju ter tudi na delo domačih nalog (Condie, Munro, Muir in Collins, 2005; Ofsted, 2004; Passey, Rogers, Machell in McHugh, 2004; Valentine, Marsh in Pattie, 2005). Eno najpomembnejših študij o vplivu IKT na motivacijo učencev je izvedel tudi Passey s sodelavci (2004). Ugotovili so, da je delo z IKT v razredu pozitivno vplivalo na visoko raven motivacije učencev za učenje (zagotavljanje personaliziranega učenja ter pridobivanje takojšnje pozitivne povratne informacije o lastnem napred-

ku). Valentine idr. (2005) so v svoji kvalitativni študiji ugotovili, da učenci in starši delijo prepričanje, da pogostejša in osmišljena raba IKT v šolah poveča učenčevo motivacijo in zaupanje, kot tudi, da je šolsko delo prijetnejše za učence. Do podobnih ugotovitev o pozitivnih učinkih rabe IKT so v svojih študijah prišli tudi Hennessy, Deaney in Ruthven (2005) ter Oblinger (2004). Tudi številne manjše študije (Burrill, 2002; Clark-Wilson, 2008; Roschelle idr., 2010) so odkrile pozitiven vpliv uporabe IKT na motivacijo učencev za učenje.

Pri integraciji tehnologije v dnevno izobraževalno prakso je pomembno usposabljanje učiteljev ter redno dopolnjevanje njihovega IKT-znanja in spretnosti (Japelj in Čuček, 2000). Srečamo se torej s problemom, da imamo po eni strani veliko možnosti za vključevanje IKT v pouk, po drugi strani pa sta prisotna strah učiteljev pri uporabi nove tehnologije ter premalo časa za uvajanje novih vsebin. Pogosti so primeri, kjer so šole z vidika IKT dobro opremljene, vendar učitelji tehnologije ne uporabljajo oziroma ne izrabljajo njenih možnosti (MIZŠ, 2016). Učitelji ne poznajo metod dela, ki jih omogoča IKT, kako lahko z IKT ustvarjamo učeča se okolja, s katerimi ugodimo potrebam učečih se posameznikov (Rebolj, 2008). Izziv predstavlja tudi dostopnost do ogromne količine e-gradiv, ki niso nujno kakovostna ali v skladu z učnimi načrti. Zato je pomembno, da učitelj pozna možnosti, ki jih ponuja uporaba IKT, in da pri tem smiselno izrabi njene prednosti. Učitelj mora biti sposoben evalvacije e-gradiv, ki jih najde na spletu, saj bo tako lahko gradiva spremenil in priredil izbranim ciljem.

Kot smo že prehodno omenili, so prednosti, ki jih prinaša uporaba IKT pri poučevanju, naslednje:

- računalnik omogoča hitro in ustrezno povratno informacijo, ki je nepristranska in neosebna (Kmetič, 2008; Žakelj idr., 2011);
- računalniški programi omogočajo dobro vizualizacijo celo v tridimenzionalnem prostoru in modeliranje ter simuliranje realnih pojavov in problemov (Kmetič, 2008);
- omogoča razvijanje algoritmičnega mišljenja (Kmetič, 2008);
- IKT lahko kompenzira različne primanjkljaje učencev (učne, motorične itd.) (Seo in Bryant, 2009; Räsänen, Salminen, Wilson, Aunio in Dehaene, 2009; Muir-Herzig, 2004).

Mori (2007) poudari, da so raziskave o uporabi IKT na področju poučevanja močno poudarile pozitivne učinke rabe IKT pri učenju in poučevanju mlajših učencev pri:

- socialnem in čustvenem razvoju;
- kognitivnem razvoju (uporaba računalnika močno prispeva k uspešnemu delu učencev na motivacijskem in intelektualnem področju);
- ustvarjalnosti.

Požar (2004) našteva naslednje prednosti uporabe računalnika:

- racionalizacija pouka;
- didaktična pestrost;
- individualizacija in diferenciacija;
- večje pomnjenje;
- razumevanje;
- predstavljenost;
- spoznavanje nečesa, kar bi bilo v naravi nevarno ali težko izvedljivo;
- samostojnost učencev pri učenju;
- povečana motivacija za učenje;
- takojšnja povratna informacija;
- povečano zanimanje za področje;
- uresničevanje ciljev različnih področij;
- uporaba novih metod, oblik, tehnik učenja in poučevanja;
- učiteljeva uspešnost in ustvarjalnost;
- olajšano preverjanje in ocenjevanje znanja;
- prilagojena hitrost učenja;
- spremljanje napredovanja;
- možnost aktualizacije in simulacije;
- barve in grafika.

Poleg omenjenega izpostavimo še možnost vizualizacije in podajanja informacij v različnih senzoričnih oblikah.

Pomembno vlogo pri uporabi IKT v procesu učenja ima tudi dostopnost e-gradiv. Pomembno je, da so učna gradiva dostopna vsem učencem, da so prilagojena njihovim potrebam, saj jim s tem zagotovimo enake možnosti za učni napredek (Gabrielli, Mirabella, Kimani in Catarci, 2006). Natančno upoštevanje potreb vseh učencev ima za posledico dostopnejše in kakovostnejše učne vire, ki ustrezajo potrebam vseh učencev (MacCann, 1996). Tako je posamezne MacCannove (1996) napotke za izdelavo računalniško podprtih gradiv za učence s posebnimi potrebami smiselno uporabiti tudi v klasičnih heterogenih oddelkih. Napotki so naslednji:

- Učno gradivo naj bo dostopno s pomočjo računalnika, primerno, da ga

natisnejo v večjem formatu ali si ga preoblikujejo in prilagodijo svojim potrebam, preden ga natisnejo ali preberejo. Učenci z učnimi težavami velikokrat lažje sprejemajo gradivo v elektronski obliki.

- Uporaba primerne oblike pisave, ki je lažje berljiva (npr. Arial).
- Predstavitev gradiva v različnih oblikah (besedilo, diagrami, preglednice, slike itd.), ki naj bo primerna tako za učence, ki imajo težave z veliko količino gradiva, tiste, ki imajo težave z branjem grafičnih težav, in druge.
- Učna snov naj bo razložena na več načinov, poenostavljena, podkrepljena s praktičnimi primeri in večkrat ponovljena. Učenci naj imajo na voljo povzetke, učitelj pa naj redno preverja njihovo znanje.

Kakovostno izobraževanje temelji na dinamičnosti in interaktivnosti, kar omogoča IKT, ki učencem ponuja, da aktivno gradijo svoje perspektive (Aksal, 2011). Pomemben je tudi vpliv IKT pri problemskem učenju. Pregled raziskave je pokazal pozitivne učinke problemskega pouka (Dochy, Segers, Van den Bossche in Gijbels, 2003). Namen slednjega ni učence naučiti vsega, kar morajo vedeti, ampak jim priskrbeti sredstva, da se lahko učijo in odkrivajo (Nelson idr., 2005), s čimer se spodbuja njihovo samostojnost pri učenju, ki je bistvo problemskega učenja.

Zanimivi so izsledki raziskav Gerliča (2011) o reševanju problemov. Gerlič pravi, da učenci probleme rešujejo dokaj šablonsko, nemotivirano, pri čemer je njihova kreativnost minimalna. Takoj, ko problemi niso več v okviru neposrednih vzorcev, so učenci izgubljeni, pa tudi nemotivirani za nadaljnje delo. Tako postaja IKT vse pogostejši učni pripomoček, ki pa seveda od učiteljev zahteva določene spremembe metod in oblik dela z namenom, da pouk prilagodimo individualnim potrebam in spoznavnim zmožnostim učencev ter da preidemo od pouka, ki temelji na pomnjenju obilice podatkov, k reševanju problemov, ki zahtevajo kreativno mišljenje. To področje še ni dovolj raziskano, da bi lahko trdili, katere metode in oblike dela ter katera dodatna znanja pri učiteljih terja uporaba računalnikov oz. IKT pri pouku, da bi z njimi zares miselno in motivacijsko razgibali učence in se izognili morebitnim negativnim spremljevalnim učinkom.

Pomembno vlogo IKT izpostavi tudi Rebolj (2008), ki pravi, da nekatere cilje z IKT-sredstvi dosežemo hitreje in kakovostneje ob večjem zadovoljstvu učencev.

Učitelji praktiki kot prednosti poučevanja in učenja z IKT navajajo pozitiven vpliv na utrjevanje in ponavljanje znanja ter na uporabo naučenega in povezovanje učne snovi z drugimi predmeti, kakovostnejše delo z nadarje-



nimi učenci, hiter dostop do učnih gradiv ter možnost priprave raznovrstnih dejavnosti za idr. (Gerlič, 2006).

IKT lahko kompenzira tudi različne primanjkljaje učencev: učne, grafomotorične itd. Slednje sta v svoji študiji dokazala tudi Seo in Woo (2010), saj so učenci z učnimi težavami ob uporabi računalniškega programa Math Explorer dosegli boljše učne rezultate, kot če bi bile uporabljene le tradicionalne učne metode. Beacham in Alty (2006) sta se ukvarjala s prispevkom uporabe IKT pri učencih z disleksijo. Ugotovila sta, da sta pri učencih z disleksijo učinkovita kombinacija besedila in grafov ter podajanje učne snovi s pomočjo zvoka in diagramov na računalniku. Avtorja priporočata uporabo različnih medijev, a brez prevelike raznolikosti, saj lahko ta pri učencih z disleksijo povzroči težave v kratkoročnem kognitivnem spominu. Poleg tega avtorja izpostavljata, da učencem, kljub vsem omenjenim pozitivnim učinkom tehnologije, najvišji kognitivni razvoj omogoča prisotnost besedila.

Pesek (2011) izpostavlja ključne prednosti e-gradiv pred običajnimi gradivi:

- večpredstavnost (besedilo, slike, zvok, video, simulacije) pritegne pozornost in nagovarja učenca, hkrati pa ustreza različnim zaznavnim tipom učencev;
- interaktivnost spodbuja večje sodelovanje in aktivnost učencev v procesu izgradnje znanja;
- dostopnost e-gradiv omogoča učencu, da kadar koli in od koder koli dostopa do e-gradiv;
- ažurnost, saj lahko e-gradiva pri ugotovljeni napaki hitro popravimo.

Repolusk (2009; 2013) prednosti uporabe e-učnih gradiv predstavi z različnih vidikov:

- zaznavno-izkustveni vidik: oblikovna vsečnost e-gradiv pripomore k trajnejši in celovitejši učni izkušnji, zaradi večpredstavnosti pa je pri učenju vključenih več učenčevih čutil;
- funkcionalni vidik: časovna in fizično enostavna dostopnost, cenovna ugodnost in sorazmerno hitro posodabljanje e-učnih gradiv;
- pedagoško-kognitivni vidik: globlja interakcija med učencem in vsebino, ki jo s primernimi gradniki zagotavljajo e-učna gradiva in s tem omogočajo, da je učenec zavesteje soudeležen v procesu izgradnje znanja, posledično pa omogočajo učinkoviteše učenje posameznika.

Če dopolnimo eno od prednosti, ki jo navaja Pesek (2011), je ena izmed pomembnih lastnosti e-gradiv tudi to, da učencem omogočajo dostop do snovi

iz prejšnjih razredov, saj je celotna vsebina zbrana na enem mestu in lahko učenec do nje dostopa kadar koli. Klasični učbeniki in sistem učbeniških skladov slednjega ne omogočata.

Rebolj (2008) poudarja, da dobro metodično pripravljena e-gradiva skrajšajo čas učenja.

Izpostavimo še pomembnost prilagajanja e-gradiv glede na predznanje učencev (Krnel, 2008):

- učenci z manj znanja potrebujejo bolj strukturirano vodenje, da bi se s tem izognili prenasičenju z novimi informacijami zaradi pomanjkanja znanja;
- učenci z boljšim predznanjem so pri učenju lahko samostojnejši;
- preveč strukturirane enote so moteče za zahtevnejše učence;
- učno šibkejši učenci porabijo precej svojih miselnih kapacitet za samo organizacijo, iskanje strategij in druga procesna znanja ter zato manj za samo razumevanje in usvajanje določenih pojmov;
- dovolj odprto raziskovalno učenje z uporabo e-gradiv in konstruktivistični pristop sta primerna le za učence z dobrim znanjem o naravoslovnih postopkih (temeljnih naravoslovja) in razvitimi računalniškimi spretnostmi; nasprotno pa preveč zaprta gradiva, ki točno določajo učno pot, omejujejo sposobnejše učence; pojavi se nasprotni učinek kot pri manj sposobnih, ki jim tovrstna pomoč dviguje učne uspehe.

Pomemben je tudi pozitiven vpliv IKT na delo učiteljev, saj rezultati raziskav kažejo na povečano sodelovanje med učitelji, več je skupnega načrtovanja, izmenjave primerov dobre prakse. Pri učinkih IKT na pedagoško prakso v poročilu je ugotovljen razmah projektnega dela. Mnoge informacije so zaradi uporabe iskalnikov dostopnejše. Zaradi preproste izmenjave e-gradiv med učitelji je pouk pestrejši, več učiteljev preizkuša drugačne pristope, zato so tudi učenci pri pouku aktivnejši (Krnel, 2008). V splošnem učitelji ne uporabljajo vseh razsežnosti, ki jih ponuja IKT za poučevanje, posledici sta manjša aktivnost učencev in pasivna uporaba IKT (Krnel, 2008; MIZŠ, 2016).

Vendar kljub pozitivnim vplivom raba IKT pri poučevanju še ni izkoriščena v celoti (MIZŠ, 2016). Nekatere tehnologije, kot so spletne učilnice in izobraževalni portali, so že dobro znane in uveljavljene. Kreativni učitelji bodisi izdelujejo svoja elektronska učna gradiva bodisi prilagajajo tuja. Priprava elektronskih učnih gradiv od učitelja terja veliko truda in je pogosto, posebno v začetnih fazah priprave, časovno zelo potratna, a omogoča večkratno uporabo in enostavnejše posodabljanje samega gradiva. S hitrim razvojem

računalniških tehnologij pa prihaja tudi do težav pri posodabljanjih gradiv zaradi neskladnosti posameznih tehnologij, kar ima za posledice nedelujoča gradiva, torej neuporabno pripravljeno digitalno vsebino.

Med pogostimi razlogi učiteljev za manj pogosto uporabo IKT, ki jih najdemo v literaturi, so naslednji (Krnel, 2008; Vehovar, 2007):

- strokovna neusposobljenost in manjše samozaupanje učiteljev za rabo sodobne IKT;
- neustrezna tehnična oprema v učilnicah;
- tehnične težave, ki onemogočajo izpeljavo zastavljene dejavnosti;
- omejen dostop in pomanjkanje kakovostnih e-gradiv;
- velike časovne zahteve v fazi priprave gradiv;
- strah pred upadom razvoja klasičnih veščin branja in pisanja;
- zadržki glede slabosti, ki jih prinaša pretirana raba tehnologije.

Repolusk (2009, 2013) poleg omenjenih slabosti izpostavi tudi branje z zaslona, ki je glede na raziskave za polovico bolj obremenjujoče od branja tiskanih knjig, ter prav tako poudari zahtevnost načrtovanja in izdelave e-gradiv.

Dostopnost je vsekakor glavni pogoj za uvajanje IKT v izobraževanje, vendar to ni zagotovilo za njeno učinkovito rabo. Za učinkovito rabo IKT potrebujemo motiviranega in usposobljenega, torej digitalno pismenega učitelja, saj uporaba tehnologije zahteva veliko znanja in spretnosti ter priprav, še posebej, če jo želimo aktivno vključiti v pouk. Pri slednjem pa je pomembna tudi dobra organizacija učnega procesa in spremljava le-tega (Krnel, 2008; Eurydice, 2012).

Tehnologija sama kot taka pri poučevanju nima posebne uporabne vrednosti. Učinkovita postane šele takrat, ko je uporabljena v skladu z učnimi cilji in vsebinami. Računalnik kot tak tudi ne more nadomestiti odnosa med učiteljem in učencem, ki omogoča celostno komunikacijo, saj ni sposoben empatije in odzivanja ter prilagajanja učni situaciji v razredu.

Košir in Ranfl (1996) izpostavljata, da se z uporabo računalnika in interneta zatopimo v nerealen svet in s tem izgubljammo ter pozabljamo na pristne socialne stike, ki so nujni za dobre medsebojne človeške odnose. Uporaba računalnika otroke izolira od komunikacij z ljudmi, kar posledično pomeni manj razvijanja socialnih in telesnih spretnosti.

Izsledki raziskav Kirschnerja in Karpinskega (2010) kažejo, da uporaba socialnih omrežij zmanjšuje učni uspeh, saj učenci uporabijo čas, ki bi ga sicer namenili učenju, za socialne spletne strani. V ta namen mora učitelj dobro presoditi, ali je uporaba IKT v šoli najustreznejši pripomoček, in ga uporabi-

ti za doseganje točno določenih ciljev. Poleg tega morajo učitelji spodbujati osebne odnose med učenci v resničnem (ne virtualnem) svetu in jih vzgajati za časovno in vsebinsko kakovostno uporabo.

Aktualno in zanimivo je tudi preučevanje vpliva uporabe IKT na učne dosežke učencev (Skryabin, Zhang, Liu in Zhang, 2015; Woerman in Fuchs, 2004; Brečko, 2015). Ugotovitve so tudi na tem področju deljene. Omenjene študije običajno analizirajo podatke, pridobljene v mednarodnih raziskavah, kot sta TIMSS in PISA, ter preučujejo različne povezave. Pozitivni ali negativni učinki niso izključno vezani le na samo uporabo IKT, temveč so povezani tudi z drugimi dejavniki, kot je npr. socialno-ekonomski status učenca. Brečko in Vehovar (2008) sta v svoji študiji ocenila povezanost med uporabo IKT in učenčevimi dosežki. Izpostavljata, da je po mnenju učiteljev največji vpliv uporabe IKT v učni motivaciji, v povečanih sposobnostih ravnanja z IKT ter večjih sposobnostih za samostojno učenje. Med pogostostjo uporabe računalnika na posameznem predmetnem področju in dosežki učencev na teh področjih pa se pozitivna povezanost pokaže pri zahtevnejšem delu z računalnikom in pri uporabi izobraževalnih programov, sicer je povezanost med pogostostjo rabe in dosežki negativna.

Kot smo že omenili, so pozitivni učinki uporabe tehnologije povezani s splošnimi in z IKT-kompetencami učitelja ter z uporabo učinkovitih pristopov in metod dela, kjer je IKT vključena v različne faze učnega procesa (Trucano, 2005). IKT je za slovenski izobraževalni sistem izrednega pomena, vendar primanjkuje konkretnih raziskave, ki bi dejansko pokazale, v kolikšni meri je možno doseči kakovostnejši pouk, česa z uporabo IKT ni mogoče doseči, katere didaktične oblike in metode dela ter dodatna znanja pri učencih in učiteljih terja uporaba IKT pri pouku ter kako bi se lahko izognili morebitnim negativnim spremljevalnim učinkom (Gerlič, 2011).

### **Vključevanje izobraževalne tehnologije v pouku matematike**

Začetki vključevanja IKT v pouk matematike so sovpadali z informatizacijo slovenskega šolstva. Na področju poučevanja matematike je bilo aktualno uvajanje novih možnosti poučevanja geometrije, in sicer s pomočjo programa Cabri Geometre. Potreben je bil miselni preskok oz. zavedanje, da je tehnologijo pri pouku matematike smiselno uporabljati. Pri tem sta pomembna njen namen in način uporabe, torej povečanje kakovosti poučevanja in učenja matematike.

Učitelji matematike vse pogosteje vključujejo IKT v proces poučevanja, in sicer z namenom kakovostnejšega pouka, motivacije učencev in spodbujanja njihove aktivne vloge v procesu učenja ter prehoda od osredotočenosti

na proceduralno znanje k razvoju problemskih znanj, ki vključujejo višje nivoje mišljenja, kar je izpostavljeno tudi kot priporočilo v učnem načrtu za matematiko.

IKT odpira veliko možnosti za učinkovitejši razvoj matematičnega znanja učencev. Odpira in omogoča različne pristope k poučevanju in učenju, npr. modeliranje, simuliranje, eksperimentiranje in raziskovanje ter reševanje matematičnih in avtentičnih problemov. Možnosti za uporabo IKT so torej raznolike. IKT je lahko (Kmetič, 2008):

- sredstvo za razvoj matematičnih pojmov;
- sredstvo za ustvarjanje, simuliranje in modeliranje realnih in učnih situacij;
- samo učni pripomoček;
- metoda dela;
- komunikacijsko sredstvo;
- sredstvo za spremljanje in preverjanje znanja.

Učni načrt pri nekaterih vsebinah predvideva uporabo tehnologije, pri drugih je odločitev prepuščena učitelju. Osnovne vrste tehnologije pri matematiki so numerična računalna, grafična in simbolna računalna, programi, namenjeni razvoju matematičnih pojmov, programi in e-gradiva, namenjena avtomatiziranju in preverjanju znanja, e-gradiva, podatki in informacije, dostopni preko spleta, orodja za zapis in prikazovanje podatkov, rezultatov in postopkov ter predstavitev (Kmetič, 2008).

Pri pouku geometrije je priporočena uporaba programov dinamične geometrije, saj lahko ti dopolnijo razumevanje geometrije in predvsem geometrijske konstrukcije. Dinamičnost geometrijske slike učencem odpira vpogled v povezave med matematičnimi pojmi (Žakelj idr., 2011).

Dobro organizirane učne situacije z uporabo programov dinamične geometrije tako učencem pomagajo:

- pri razvoju geometrijskih pojmov;
- razumeti odvisne in neodvisne pojme;
- razvijati sposobnost odkrivanja novih pojmov in povezav med pojmi, ki jih učenec že pozna;
- razumeti, kaj je konstruiran lik, razlikovati sliko ali skico od konstrukcije;
- povezati evklidsko geometrijo s transformacijsko in z analitično (Kmetič, 2008).

Računalniški programi omogočajo dobro vizualizacijo celo v tridimenzio-

nalnem prostoru in modeliranje ter simuliranje realnih pojavov in problemov (Kmetič, 2008), kar pomembno vpliva na razvoj prostorskih predstav.

Interaktivna geometrijska programska oprema učencem predstavlja okolje, v katerem lahko raziskujejo geometrijske objekte in koncepte ter preučujejo odnose med njimi. Abstraktne ideje tako postanejo realnejše. S tem učencem zagotovimo dobro osnovo za razvoj matematičnega mišljenja in dokazovanja. Svetovni splet ponuja vrste programske opreme za nazorno učenje in razumevanje lastnosti transformacij ter simetrije, saj slednja postaja vedno pomembnejše področje matematike, ki je pogosto uvrščeno med standarde znanja v učnih načrtih za matematiko. Malo manj možnosti za uporabo IKT je pri merjenju, vendar lahko še vedno izbiramo med programi (npr. za merjenje z nestandardnimi enotami), ki učence z zanimivimi izzivi in nalogami uvajajo v to področje (Roblyer, 2003).

Raba numeričnih računal je v učnem načrtu predvidena kot pomoč pri učenju drugih vsebin (npr. pri stereometrijskih izračunih, drugih učnih situacijah, kjer učencem omogoča osredotočenje na cilje višjih taksonomskih stopenj). Po presoji se računal lahko uporablja tudi kot kognitivno sredstvo (npr. izračunati/določiti kvadratne korene števil brez tipke za kvadratni koren) (Žakelj idr., 2011).

Veliko študij izpostavlja pomembnost vključevanja tehnologije v pouk matematike (Borwein in Bailey, 2003; Cuban, Kirkpatrick in Peck, 2001; Kokol-Voljč, 2006; Lee in Hollebrands, 2008; Zbiek, Heid, Blume in Dick, 2007). Zbiek (2003) poudarja pomembnost uporabe računalnika v procesu učenja in poučevanja matematike, saj ta omogoča razvoj matematične intuicije, razumevanje matematičnih konceptov, raziskovanje odnosov, natančno grafično ponazarjanje in raziskovanje, potrjevanje domnev, uporabo različnih strategij reševanja problemov, poskušanje in formalno dokazovanje itd.

V Sloveniji je pri pouku matematike pasivna uporaba IKT z vidika učenca pogostejša kot aktivna (v smislu samostojnega ukvarjanja učencev s problemi z uporabo računalnika) (Kmetič, 2008; Brečko in Vehovar, 2008; Brečko, 2015). Računalnik je pogosto le pripomoček za pridobivanje in izmenjavo informacij, služi za učiteljevo pripravo na pouk, pripravo delovnih listov in drugih učnih pripomočkov, pri pouku je najpogosteje uporabljen kot demonstracijsko sredstvo. Kljub sodobni opremi šol z IKT-opremo ta ni v celoti izkoriščena. Primer je pogosta uporaba interaktivne table zgolj za namen prikazovanja (ima le vlogo projekcijskega platna).

Tudi v primeru, da je IKT pri pouku matematike uporabljena v funkciji demonstracije, se lahko s pridom izkoriščajo njene prednosti (Suban Ambrož, 2013):

- potencialen prihranek pri času in možnost za obravnavo nalog višjih taksonomskih stopenj (npr. tabeliranje funkcije, risanje grafa funkcije, izračunavanje večjega števila podobnih izračunov);
- nazornost, preglednost, vizualizacija;
- dinamičnost slike (npr. programi dinamične geometrije);
- možnost večkratne ponovitve poskusa (učenje iz napak);
- v fazi ugotavljanja in ocenjevanja znanja so njene prednosti takojšnja povratna informacija, preverjanje velikega števila uporabnikov, možnost neosebne povratne informacije in s tem razbremenitev učenca v primeru neizkazovanja znanja ter razbremenitev učitelja pri evidentiranju odgovorov in vrednotenju rezultatov.

Cencič, Cotič in Medved-Udovič (2010) izpostavljajo, da je bilo v dveh desetletjih narejenih veliko raziskave o uporabi novih tehnologij pri pouku matematike na vseh stopnjah šolanja, ki so pokazale zelo pozitiven vpliv uporabe IKT na razvoj matematičnega znanja. Pri tem izpostavljajo, da vsaka raba tehnologije kot didaktičnega sredstva od učitelja zahteva didaktično premišljeno umestitev v pouk matematike.

Rebolj (2008) poudarja, da naj bo cilj uporabe IKT v procesu poučevanja dodana vrednost k že doseženi stopnji učinkovitosti učenja. Za zagotavljanje slednjega pa mora biti učitelj opremljen tako z vsebinskimi kot tudi didaktičnimi znanji, razumevanjem procesa učenja ter razvoja matematičnih pojmov in konceptov pri učencih, da lahko uspešno in osmišljeno vključuje tehnologijo v pouk matematike (Kokol-Voljč, 2006).

Z uporabo IKT lahko pri matematiki veliko učnih vsebin predstavimo na razumljivejši in zanimivejši način. Pri tem se moramo zavedati, da z vidika didaktike in pedagogike vsak pouk, ki vključuje uporabo tehnologije, ni nujno učinkovitejši (Antolin in Lipovec, 2010). Cencič idr. (2010) izpostavljajo, da vsaka raba tehnologije kot didaktičnega sredstva od učitelja zahteva didaktično premišljeno umestitev tehnologije pri pouku matematike. Kutzler (2000) pravi, da je računalnik učinkovito didaktično orodje pri razvoju matematičnih pojmov predvsem glede naslednjih vidikov tega procesa: trivializacije, eksperimentiranja, vizualizacije in koncentracije. Pustavrhova (2014) kot prednost uporabe IKT pri pouku matematike navaja, da postanejo učenci aktivni udeleženci izobraževanja, kar izboljša njihovo motivacijo in pozitivno vpliva na razvijanje procesnih znanj. Hkrati pa opozarja, da mora biti pouk usmerjen v učenca, ne v tehnologijo, ki naj bo pri pouku le didaktični pripomoček.

Eurydice (2012) navaja, da raziskave o uporabi IKT pri pouku matematike niso dale prepričljivih dokazov o prednostih njene uporabe. Slavin (2009) ce-

lo ugotavlja, da o pozitivnem učinku IKT priča le malo dokazov. Kyriacou in Goulding (2006) pa sta v nasprotju s Slavinom (2009) ugotovila, da lahko uporaba IKT pozitivno učinkuje na izboljšanje motivacije, vendar je pomembno, da je motivacijski učinek uporabljen tako, da okrepi poglobljeno razumevanje matematike.

Specifične prednosti uporabe IKT pri poučevanju in učenju se razlikujejo glede na predmetno področje in pripravljenost učiteljev za inovacije (Van Braak, 2001; Sangrà in González-Sanmamed, 2010). Pozitivni učinki uporabe IKT pri poučevanju in učenju matematike se kažejo pri razvijanju spretnosti učencev za reševanje problemov, razvoju številskih predstav ter raziskovanju vzorcev in odnosov. Npr., vizualizacija zahtevnih, zapletenih konceptov omogoča in hkrati spodbuja učence k razmišljanju in razumevanju ter grafični reprezentaciji problema in s tem zmanjša možnosti razvoja napačnih predstav.



## Geometrija

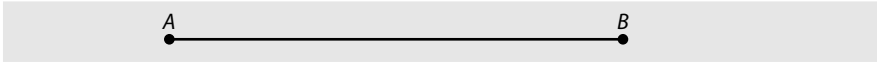
Geometrija, ena najstarejših znanosti, je pomembno področje šolske matematike in hkrati tudi pomemben del našega vsakdana. Najdemo jo v umetnosti, arhitekturi, notranjem dizajnu, modnem oblikovanju, avtomobilski industriji, animacijah in številnih drugih poklicnih ter prostočasnih dejavnostih.

Usiskin je opisal štiri dimenzije geometrije (Clements in Battista, 1992):

- ukvarja se z vizualizacijo, risanjem in s konstruiranjem figur;
- omogoča raziskovanje prostorskih vidikov fizičnega sveta (povezuje matematiko z realnim fizičnim svetom);
- omogoča reprezentacijo pojmov v matematiki, ki sami po sebi niso vizualni in
- je sama po sebi primer matematičnega sistema.

Za razumevanje geometrije je potrebno imeti dobro razvito prostorsko predstavo, saj je nujna pri vizualizaciji, načrtovanju in konstrukciji oblik, geometrijskem pogledu na fizični svet ter uporabi znakov za prikaz nevizualnih matematičnih konceptov in odnosov (Mešinović, 2016). Geometrije se pravzaprav ne moremo učiti, ne da bi imeli prostorske zmožnosti. Prostorska predstava je ključnega pomena pri opravljanju vsakodnevnih aktivnosti (za orientacijo v prostoru, v okolici, za načrtovanje dnevnih aktivnosti in potovanj, za opremljanje stanovanja, merjenje razdalj in površin itd.), hkrati pa eden ključnih elementov matematične sposobnosti. Ključnega pomena je pri vizualizaciji, načrtovanju in konstruiranju.

Prve otrokove geometrijske izkušnje so, glede na Piageta, topološke izkušnje. Otrok gleda na stvari, predmete, s svoje – personalne perspektive. Z gibanjem po prostoru in lociranjem predmetov gradi mentalno predstavo in beseidišče glede položaja objektov (blizu/daleč, pod/nad, pred/za, prvi/zadnji). Pouk geometrije v prvem triletju temelji na načelu od telesa k točki. Začne se s konkretnim spoznavanjem geometrijskih teles, sledi prehod na like in črte ter šele nato na točko. Smernice za poučevanje geometrije v prvem triletju temeljijo na aktivnosti učenca in s tem na njegovem sooblikovanju lastnega učenja (Cotič, Felda in Hodnik Čadež, 2003), kjer ima pomembno vlogo učitelj, saj mora učencem ponuditi okolje, v katerem bodo lahko raziskovali. Na



**Slika 4.1** 1. postulat: od katere koli točke do katere koli druge točke se lahko nariše ravna črta (daljica)

tej stopnji je pomembna predvsem konkretna raven, šele nato sledi prehod na slikovno in simbolno raven.

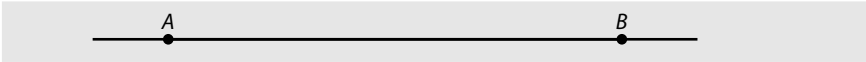
Na predmetni stopnji osnovne šole je poudarek na nazornosti in uporabnih vidikih geometrije. Dokazovanja tako rekoč ni. Večjo spremembo pri obravnavi geometrijskih vsebin je prinesla vpeljava programov dinamične geometrije, ki omogoča eksperimentiranje – hipotetiziranje in preverjanje hipotez. Vendar je uporaba programov dinamične geometrije pri pouku pogosto namenjena demonstraciji s strani učitelja in redkeje aktivnemu raziskovanju s strani učencev. Glede slednjega učitelji pogosto navajajo razlog nezadostne usposobljenosti za uporabo programov dinamične geometrije in časovno stisko, saj je uporaba pristopov, ki spodbuja aktivno raziskovanje učencev, časovno »potratnejša« od tradicionalnega poučevanja oziroma klasičnega podajanja učne snovi.

### ***Evklidska geometrija***

Šolska geometrija temelji na evklidski geometriji, ki obravnava prostor, njegove značilnosti in odnose med objekti v njem. Kot takšna je lahko vir mnogih zanimivih izzivov, nalog raziskovanja in s tem priložnosti za razvoj problemskih znanj ter logičnega sklepanja. Evklidska geometrija temelji na načelih, ki jih je Evklid predstavil v svojem delu *Elementi* (prevajano tudi kot *Osnove*), v katerem je zbral in sistematiziral vse do tedaj znano gradivo, povezano z geometrijo. Evklidov prispevek je logična ureditev elementov, zasnovana na sistemu aksiomov oziroma postulatov, tj. izjav, ki jih ne dokazujemo (Anglin, 1994). S tem je postala geometrija, prva izmed matematičnih teorij, ki temeljijo na sistemu aksiomov, in tako postala vzor za strogo matematično dokazovanje. *Elementi* obsegajo 465 trditev in njim pripadajočih dokazov. Prva knjiga predstavlja osnove ravninske geometrije in se začne s 23 definicijami osnovnih geometrijskih pojmov (točka, premica, ploskev, ravnina, krog), sledijo jim postulati. Prve tri, na katerih temeljijo evklidske konstrukcije, navajamo kot zgled.

#### *Geometrijske konstrukcije*

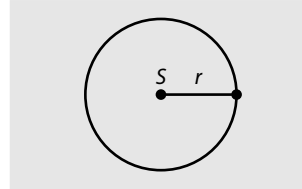
Konstruiranje v geometriji pomeni postopek načrtovanja geometrijskih objektov z uporabo več različnih pripomočkov: ravnila, šestila, geotrikotnika, risal-



**Slika 4.2** 2. postulat: vsako ravno črto lahko neomejeno podaljšujemo na obe strani (premica)

**Slika 4.3**

3. postulat: s katero koli točko, ki predstavlja središče, in polmerom se lahko opiše krožnica



nega trikotnika. Pri evklidskih konstrukcijah je raba orodja omejena le na ravno deščico (ravnilo), ki omogoča risanje daljic (postulat  $P_1$  – slika 4.1) oziroma podaljševanje obstoječih daljic v premice (postulat  $P_2$  – slika 4.2), in šestilo, ki omogoča risanje krogov pri dani točki kot središču kroga ter dano dolžino polmera kroga (postulat  $P_3$  – slika 4.3). To so tri osnovne konstrukcije, s pomočjo katerih izvedemo vse ostale.

Elementarne konstrukcije so konstrukcije, ki so sestavljene iz nekaj osnovnih konstrukcij. Primeri teh konstrukcij so simetrane daljic, simetrane kotov, pravokotnice, vzporednice, skladen kot danemu kotu, skladna daljica dani daljici, komplementaren kot danemu kotu, suplementaren kot danemu kotu, konstrukcije trikotnikov iz podanih stranic in kotov (tri stranice ( $s-s-s$ ), dve stranici in kot, ki ga oklepata ( $s-k-s$ ), dve stranici in kot nasproti daljši stranici ( $s-s-k$ ), stranica in njej priležna kota ( $k-s-k$ )). Zahtevnejše konstrukcije sestavlja zaporedje končnega števila elementarnih konstrukcij.

Po pravilih evklidskih konstrukcij z nobenim od dovoljenih orodij ni dovoljeno prenašati dolžin. Točko lahko konstruiramo le na sledeče načine:

- kot presečišče dveh premic;
- kot presečišče premice in kroga;
- kot presečišče dveh krogov.

Pregled Elementov ponuja veliko konstrukcij, ki jih lahko izvedemo le z ravnalom in šestilom, vendar obstajajo trije problemi, ki jih s pomočjo teh dveh orodij ni mogoče rešiti. To so:

- trisekcija kota;
- kvadratura kroga;
- podvojitve kocke.

Po »šolskih« pravilih konstruiranja je dovoljeno risanje premic skozi dve točki z ravnilom ter risanje krožnic z običajnim šestilom. Merjenje in računanje je prepovedano (Modic, 2009). Razdalje lahko prenašamo s šestilom. Izkaže se, da je vse konstrukcije, ki so izvedljive s tem orodjem, možno izvesti (na bolj kompliciran način) po pravilih evklidskih konstrukcij.

Danes se v šolah uporablja šestilo in geotrikotnik, ki učencem omogočata enostavno risanje vzporednic in pravokotnic kot tudi risanje in merjenje kotov.

### **Cilji in vsebine pouka geometrije v 3. triletju osnovne šole**

Vsako vzgojno-izobraževalno obdobje v učnem načrtu za matematiko (Žakelj idr., 2011) vsebuje tri glavne matematične teme, in sicer geometrijo in merjenje, aritmetiko in algebro ter druge vsebine. Vse teme so razdeljene na vsebinske sklope, sklopi pa še na posamezne vsebine. Globalni cilji so zapisani kot cilji triletja za določene teme.

Pri temi geometrija in merjenje naj bi učenci v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju:

- utrdili pretvarjanje merskih enot in jih povezali z reševanjem geometrijskih nalog;
- razvili geometrijske predstave v ravnini in prostoru;
- razvili uporabo geometrijskega orodja pri načrtovalnih geometrijskih nalogah;
- razvili strategije geometrijskih konstrukcij z uporabo geometrijskega orodja;
- znali opisati postopek geometrijske konstrukcije;
- razvijali natančnost in spretnost pri računanju neznanih količin pri likih in telesih.

Snovalci učnega načrta v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju priporočajo, da se v razredu izvajajo različne aktivnosti v povezavi s pridobivanjem ravninskih in prostorskih predstav. Pri obravnavi geometrijskih oblik priporočajo izhajanje iz različnih modelov (npr.: kreda, radirka, svinčnik, žica, zvezek, miza, tabla, modeli iz papirja, žice idr.). Za boljše razumevanje in predstavljenost učence navajamo na risanje skico. Razvijanje veščine risanja skico določajo cilji, tako pri računskih kot tudi pri konstrukcijskih nalogah. Večji poudarek se namenja tudi uporabi geometrijskega orodja.

Obvezna je uporaba raznovrstnih modelov, ki naj bodo dostopni vsakemu učencu. Modele lahko izdelajo tudi učenci sami.

## Didaktična sredstva in vizualizacija osnovnih geometrijskih pojmov

Vizualizacija matematičnih konceptov je razvijajoče se raziskovalno področje (Presmeg, 2014). Izzivi, ki se porajajo na tem področju, so vezani na različne vidike, predvsem na individualne razlike med učenci ter vlogo IKT pri vizualizaciji.

V literaturi zasledimo različna pojmovanja termina vizualizacija, zato je smotrno slednjega najprej opredeliti. Definicijo povzemimo po Kosslynu (1996), ki vizualizacijo opredeli kot kreiranje mentalne slike danega koncepta. Vizualizacija v matematiki pomeni proces oblikovanja slike (bodisi mentalne, skice, narisane na papir, ali virtualne slike) in njihovo uspešno uporabo pri matematičnem raziskovanju in razumevanju matematičnih problemov (Atanasova-Pachemska, Gunova, Koceva Lazarova in Pachemska, 2016).

Spodbujanje uporabe vizualizacije pri matematiki na vseh stopnjah šolanja je pomembna, saj sposobnost vizualizacije ni prirojena, temveč se je učimo oziroma jo razvijamo (Hoffmann, 1998; Whiteley, 2004).

Pogosto vidimo, da učenci nimajo razvite sposobnosti za oblikovanje ustrezne vizualne reprezentacije in posledično pri reševanju problemov ne morejo priti do ustrezne rešitve (Arcavi, 2003; Bishop, 1989; Hershkowitz, 1989).

Vizualizacija matematičnih konceptov je učinkovita učna in . Pri pouku matematike je najprisotnejša na t. i. slikovnem nivoju, ko je koncept predstavljen z grafično reprezentacijo (Antolin Drešar in Lipovec, 2015).

V osnovnošolskem izobraževanju se prvi matematični procesi in simboli ponazarjajo s pomočjo slike. Vizualne reprezentacije matematičnih pojmov so bogato raziskovalno področje. Kljub širokemu naboru raziskave so rezultati še vedno nejasni. Nekateri avtorji zagovarjajo, da je vizualizacija dobra metodična rešitev pri pouku matematike (Güler in Çiltaş, 2011). Drugi, kot je Presmegova (1992), pa svarijo, da konkretna slikovna miselna predstava reševalce matematičnih problemov odvrne od bistvenih odnosov, ki jih je treba ozavestiti za uspešno rešitev problema.

Hegarty in Kozhevnikov (1999) vizualne reprezentacije delita na shematske in slikovne. Kot shematske opredelita tiste vizualne reprezentacije, ki prikazujejo bistvene (prostorske) odnose problema, slikovne reprezentacije pa karakterizira konkretna vizualizacija objektov, ki nastopajo v problemu.

Shematska vizualna reprezentacija koncepta je za učence večkrat zahtevnejša kot sam proceduralni del. Kot smo omenili v razdelku o razvoju matematičnega mišljenja ter v razdelku o reprezentacijah, pouk matematike poteka od konkretnega preko slikovnega do simbolnega nivoja reprezentacije.

Vizualne reprezentacije bi lahko delili tudi glede na namen, in sicer motivacijski oziroma konceptualni. Reprezentacija je lahko prepoznana oziroma uporabljena kot slikovna reprezentacija. Iz slednjega izhaja tudi težava, da iz slikovne reprezentacije ni mogoče razbrati informacije.

Vizualizacija geometrijskih konceptov z uporabo didaktičnih sredstev pri pouku učencem omogoča, da geometrijske koncepte usvojijo temeljiteje in bolj poglobljeno (Raphael in Wahlstrom, 1989). Fuys idr. pravijo, da učenci, ki težje verbalno predstavijo razlage, svoje »razlage« prikažejo s konkretnimi objekti (Clements in Battista, 1992).

Za razvoj geometrijskih predstav je vizualizacija zelo pomembna. Geometrijske pojme lahko vizualiziramo na različne načine: s konkretnimi fizičnimi modeli, s slikami ter skicami in s konstruiranimi oz. z načrtanimi modeli, ki jih lahko izdelamo ali z ravnilom in s šestilom, z geotrikotnikom in s šestilom ali z računalniškim programom (Kmetič, Miholič in Zobec, 2014). Atanasova-Pachemska idr. (2016) izpostavljajo pomembnost uporabe IKT-sredstev v procesu reševanja kompleksnih problemov, ki temelji na možnosti razvijanja sposobnosti vizualizacije pri učencih. Učenje s programom dinamične geometrije lahko služi kot dodana dinamična faza v razvoju pojma. Kokol-Voljč (2006) omenjeni proces imenuje dinamična shematizacija. Bistvo uporabe programov dinamične geometrije je v možnostih raziskovanja z uporabo možnosti vlečenja in/ali merjenja, s čimer lahko učenci razlagajo in preverjajo svoje hipoteze (Arzarello, Olivero, Paola in Robutti, 2002). Dinamična slika lahko namreč razvije odnose med elementi ter pokaže, kaj je enako in kaj se lahko spremeni po izvajanju dejavnosti. V primeru uporabe apleta pa Kmetič idr. (2014) izpostavljajo, da so učenci le opazovalci dogodka, ki ga lahko opišejo tudi, če vzrokov za dinamične učinke ne razumejo. Avtorji sklepajo, da je statična slika za razvoj kakovostnejšega znanja ustrežnejša, ker spodbuja učenca k miselnim procesom na poti do rešitve. Teh miselnih »manipulacij« nekateri učenci niso sposobni izpeljati, pri čemer jim lahko pomaga dinamična slika, za vzročno-posledično povezavo pa morajo biti izpeljani nadaljnji miselni koraki. Možnost vključevanja dinamične shematizacije predstavlja veliko pedagoško vrednost, saj omogoča, da tudi šibkejši učenci sodelujejo pri novih »odkritjih« (Kmetič idr., 2014).

S tehnologijo podprto učno okolje omogoča raznovrstne reprezentacije pojma, kar učencu omogoča kakovostnejše oblikovanje konceptualnih predstav, pri čemer je pomemben didaktični vidik uporabe IKT – aktivna udeležba učenca v procesu izgradnje znanja. Izgradnja znanja poteka preko eksperimentiranja, opazovanja idej, sklepanja, postavljanja hipotez in oblikovanja izrekov ter njihovega dokazovanja. V tem primeru tehnologija ni več upora-

bljena le kot sredstvo za demonstracijo, temveč kot učni pripomoček v učni situaciji.

Vključevanje IKT v pouk matematike je proces, ki kakovostne rezultate pokaže šele po določenem času smiselne aktivne uporabe IKT. Pomembno je, da učitelj v tem procesu vztraja ter ga spremlja z dobro merljivimi vsebinskimi in procesnimi cilji.

### **Geometrijski problemi v osnovni šoli**

Učenec, ki ima razvito bogato geometrijsko predstavo, ima zgrajen temelj za uspešno reševanje problemov in razvoj sposobnosti sklepanja. Slednje se sklada z namenom poučevanja geometrije, ki temelji na dejstvu, da preko razvijanja geometrijskega mišljenja razvijamo sposobnost kritičnega mišljenja, reševanja problemov in boljše razumevanje ostalih matematičnih področij (Şahin, 2008).

Geometrijski problem definirajmo kot matematični problem ali problem iz življenjske situacije s področja geometrije in merjenja.

V osnovni šoli se učenci srečajo z reševanjem geometrijskih problemov, ki posegajo na področja vsaj štirih različnih geometrijskih sistemov:

- topološke geometrije;
- evklidske geometrije;
- geometrijskih transformacij in
- analitične (koordinatne) geometrije.

Na reševanje problemov vplivajo številni dejavniki. Ključno tudi pri reševanju geometrijskih problemov je, da znamo prevesti realen problem v matematični jezik ter poiskati ustrezno strategijo njegovega reševanja (Ajdoždu in Kešan, 2014). Strategija se razlikuje od problema do problema. Pomembno je, da geometrijske probleme jemljemo iz življenja otrok, saj tako otroci matematična dejstva in zakonitosti gradijo na temelju svojih izkušenj.

Grki so geometrijske probleme razvrstili na ravninske, na probleme prostorskih teles ali na linearne, glede na to, ali njihova rešitev zahteva premice in krožnice oziroma kompleksnejše krivulje (Gaukroger, 2000).

V monografiji se bomo omejili na reševanje geometrijskih problemov iz ravninske in prostorske geometrije, ki smo jih za potrebe raziskave glede na vsebino delili na:

- konstrukcijske geometrijske probleme;
- geometrijske probleme, pri čemer se bomo v nadaljevanju posvetili

predvsem predstavitvi geometrijskih problemov, povezanih z računanjem obsegov in ploščin.

Geometrijski problemi ne spadajo vedno le v eno od naštetih skupin, temveč se elementi ene in druge skupine pogosto prepletajo. Uspešnost njihovega reševanja temelji na dobrem poznavanju odnosov med geometrijskimi elementi v ravnini ter poznavanju lastnosti geometrijskih likov.

V razdelku o geometrijskih problemih bomo raziskali temeljna načela in definirali ključne korake reševanja geometrijskih problemov. Veliko je literature, ki preučuje različne strategije in načela reševanja problemov, ki jih lahko uspešno apliciramo tudi na področje matematike, vendar le redko zasledimo strategije reševanja geometrijskih problemov.

### ***Geometrijski konstrukcijski problemi***

Učenci pretežni del znanja o geometrijskih konstrukcijah v osnovni šoli pridobijo v 7. razredu. Za uspešno izvajanje konstrukcij, ki temeljijo na šolskih pravih načrtovanju, torej z uporabo ravnila in šestila, mora imeti učenec usvojeno temeljno znanje o osnovnih geometrijskih elementih v ravnini in odnosih med njimi, ki ga v skladu z obstoječim učnim načrtom (Žakelj idr., 2011) usvoji v drugem triletju. Osnov načrtovanja se naučijo že v nižjih razredih.

V drugem triletju učenci pri načrtovalnih nalogah pridobivajo spretnosti pri uporabi geometrijskega orodja. Uporabljajo naslednje geometrijsko orodje: ravnilo s šablono, geotrikotnik, šestilo. Prav tako uporabljajo dogovorjeno matematično simboliko za označevanje točk, daljic, krajišč, poltrakov, premic, kotov idr. Posebna pozornost je namenjena obravnavi pojmov, ki vključujejo idejo neskončnosti (premica, ravnina). V 4. razredu učenci pri risanju pravokotnika in kvadrata uporabljajo šablono, pri risanju kroga in krožnice pa najprej vrvico in priročne toge predmete, šele za tem tudi šestilo. Skladne daljice lahko rišejo najprej s pomočjo prozornega papirja ali mreže, kasneje uporabljajo šestilo oziroma geometrijsko orodje.

Pri geometrijskih konstrukcijskih problemih si je možno postaviti različna »pravila igre«. Strožja so pravila igre, več znanja slednja zahteva. Kot smo že omenili, je pri šolskih pravih konstruiranja dovoljeno risanje premic skozi dve točki z ravnilom ter risanje krožnic z običajnim šestilom. Merjenje in računanje je prepovedano (Modic, 2009). Razdalje lahko prenašamo s šestilom. Izkaže se, da je vse konstrukcije, ki so izvedljive s tem orodjem, možno izvesti (na bolj kompliciran način) po pravih evklidskih konstrukcij. Kot smo že omenili, so elementarne konstrukcije sestavljene iz nekaj osnovnih konstruk-



cij (Evklidovi postulati). Zahtevnejše konstrukcije sestavlja zaporedje končnega števila elementarnih konstrukcij.

Danes se v šolah uporabljata šestilo in geotrikotnik, ki učencem omogočata enostavno risanje vzporednic in pravokotnic kot tudi risanje in merjenje kotov. V učnem načrtu za matematiko iz leta 1998 je bil zapisan tudi cilj načrtovanja kotov  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  in  $120^\circ$  s šestilom, načrtovanje kotov  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $90^\circ$  in  $120^\circ$  pa je bilo opredeljeno kot minimalni standard znanja; v obstoječem učnem načrtu (Žakelj idr., 2011) je cilj posplošen – predvideva uporabo različnih strategij načrtovanja kotov s šestilom in ravnilom, kar do določene mere poenostavlja konstrukcije.

S konstrukcijami, ki temeljijo na evklidski geometriji, se spoznajo v 7. razredu. V didaktičnih priporočilih je poudarjeno, da z namenom boljšega razumevanja in predstavljalivosti učence navajamo na risanje skicami tako pri konstrukcijskih kot tudi pri računskih nalogah ter na zapis konstrukcijskih korakov.

Davis (2006) pravi, da lahko večino konstrukcijskih problemov rešimo tako, da razberemo lastnosti oziroma zakonitosti, katerim mora rešitev problema zadostiti, ter uporabimo kombinacijo elementarnih konstrukcij. Davis (2006) še navaja, da je konstrukcijske probleme težko kategorizirati, vendar je pri njihovem reševanju smotrno slediti naslednji osnovni strategiji:

1. risanje skice,
2. analiza podatkov in odnosov med njimi,
3. oblikovanje strategije reševanja problema,
4. konstrukcija,
5. preverjanje ustreznosti rešitve/rešitev.

Risanje skice pomeni »risanje hipotetične slike, v kateri predpostavljamo, da so pogoji problema izpolnjeni v vseh njegovih podrobnostih« (Polya, 1989, str. 204). Ko narišemo skico, predpostavimo, da rešitev obstaja. Reševanje konstrukcijskega problema se odvija v smeri od rešitve do problema.

Pustavrhova (2016) poda naslednje smernice risanja skico:

- Skica ne sme zavajati.
- Rišemo dovolj veliko skico.
- Skico ustrezno označimo.
- Na skici obkrožimo dane podatke.
- Na skici označimo neznane količine.
- Vzporednice, pravokotnice, simetrale itd. rišemo čim natančneje.

- Označimo prave kote.
- Na skici dorišemo daljice, poltrake, krožnice itd.
- Po potrebi uvedemo dodatne oznake.

Ob skici analiziramo podatke in odnose med njimi ter razmislimo o vključevanju pojmov ravninske geometrije. Oblikujemo strategijo rešitve problema. S sintezo vseh ugotovitev poiščemo pot do rešitve problema. Pustavrhova (2016) dodaja, da nam risanje skice omogoča razmislek o neobstoju rešitve ali obstoju več rešitev v posebnih situacijah (npr. število presečišč krožnice s premico/poltrakom/daljico). Vendar ne smemo sklepati le na osnovi skice (če na skici vidimo vzporednice ali pravokotnice, to še ne pomeni, da je lastnost takšna tudi v obravnavanem problemu). Lastnost je potrebno utemeljiti z aksiomi in izreki. Korake reševanja problema zapišemo v obliki postopka reševanja oziroma zapisa konstrukcijskih korakov.

Wickelgren (1995) vidi smiselnost v delitvi problema na manjše probleme oziroma t. i. mikroakcije, kjer pri analizi podatkov ob skici razmislimo, katere osnovne konstrukcije so potrebne za rešitev problema. Gre za idejo izdelave podrobne strategije reševanja problema.

Pri reševanju konstrukcijskih problemov v osnovni šoli se najpogosteje poslužujemo dveh metod konstruiranja:

- metode geometrijskih mest točk in
- metode konstruiranja s pomožnim likom.

#### *Metoda geometrijskih mest točk*

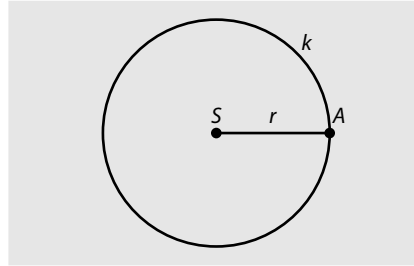
Metodo geometrijskih mest točk uporabljamo samo ali v kombinaciji s kako drugo konstrukcijsko metodo. Bistvo je v načinu določanja ključnih točk, ki ustrezajo zahtevi konstrukcijskega problema in so dobljene kot presečišča premic ter krožnic. Pri tej metodi nastajajoče premice oziroma krožnice določimo na osnovi podanih lastnosti, torej kot množice točk z dano lastnostjo (geometrijsko mesto točk).

V slikah 4.4–4.7 je najprej navedenih nekaj pomembnih geometrijskih mest točk, ki se najpogosteje uporabljajo pri konstrukcijskih nalogah v osnovni šoli. Sledi zgled uporabe geometrijskih mest točk pri konstrukcijah – načrtovanje krožnice, ki poteka skozi tri nekolinearne točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (slika 4.8).

Pri navedenem primeru je potrebno najprej poiskati središče ( $S$ ) te krožnice, ki je enako oddaljeno od vseh treh točk  $A$ ,  $B$  in  $C$ . Geometrijsko mesto točk, ki so enako oddaljene od točk  $A$  in  $B$ , je simetrala daljice  $AB$ . Geometrijsko mesto točk, ki so enako oddaljene od točk  $B$  in  $C$ , je simetrala daljice

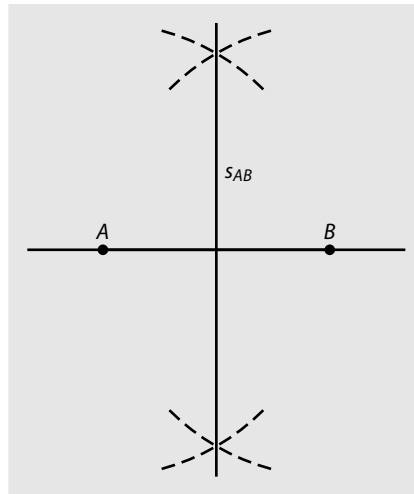
**Slika 4.4**

Krožnica: geometrijsko mesto točk, ki so od dane točke  $S$  enako oddaljene kot dana točka  $A$ , je krožnica  $k$  s središčem  $S$  in polmerom  $SA$



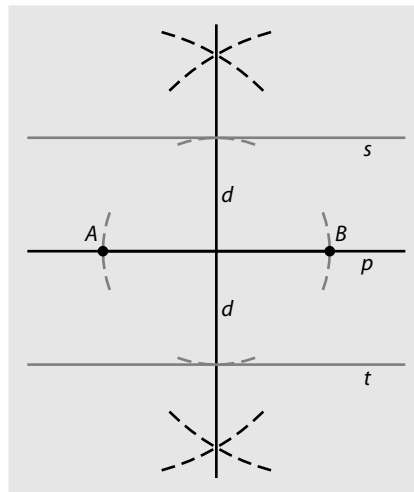
**Slika 4.5**

Simetrala daljice: geometrijsko mesto točk, ki so enako oddaljene od krajišč daljice  $AB$ , je simetrala daljice  $AB$



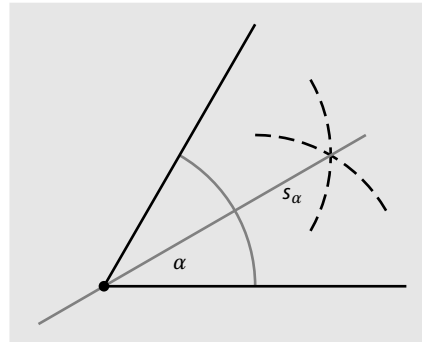
**Slika 4.6**

Vzporednici k dani premici: geometrijsko mesto točk, ki so od dane premice  $p$  oddaljene za dano razdaljo  $d$ , sta dve premici  $s$  in  $t$ , ki sta k dani premici  $p$  vzporedni



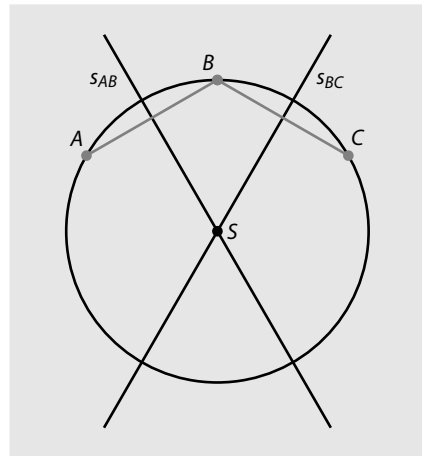
**Slika 4.7**

Simetrala kota: simetrala kota je geometrijsko mesto točk, ki so enako oddaljene od krakov danega kota



**Slika 4.8**

Krožnica, ki poteka skozi tri dane nekolinearne točke



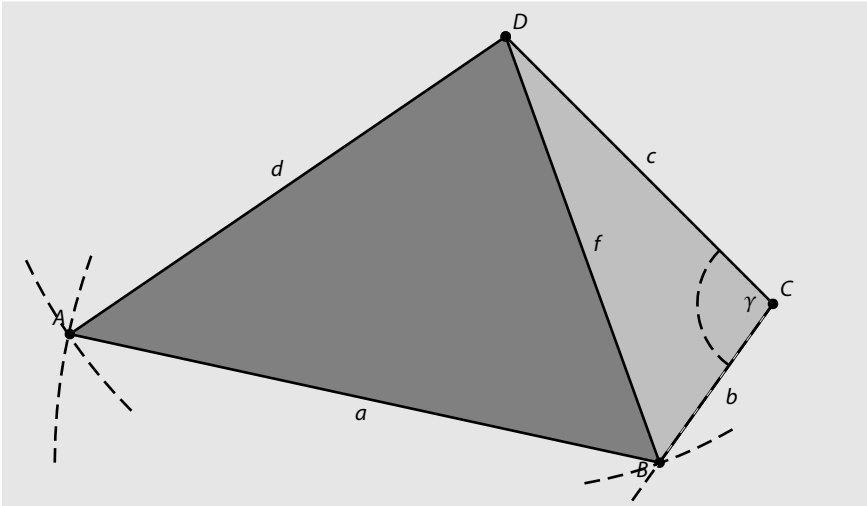
$BC$ . Podobno velja tudi za geometrijsko mesto točk, ki so enako oddaljene od točk  $A$  in  $C$ . Središče krožnice  $S$  bo torej presečišče teh simetral daljic.

#### *Metoda konstruiranja s pomožnim likom*

Ob skici analiziramo podatke in njihove odnose ter razmislimo, konstrukcijo katerega lika nam omogočajo dani podatki. Sledi ugotavljanje povezave med konstruiranim in želenim likom.

*Zgled 1.* Načrtaj splošni štirikotnik z danimi podatki:  $a = 8$  cm,  $c = 5$  cm,  $d = 7$  cm,  $f = 6$  cm,  $\gamma = 100^\circ$ .

Iz skice (slika 4.9) razberemo, da bo potrebno najprej konstruirati zelen trikotnik, nato modrega, sicer konstrukcije ne bi mogli dokončati. Razmišljanja o pomembnosti začetka konstrukcije se učenci začnejo učiti pri načrtovanju trikotnika s podanima stranicama in kotom, ki leži daljši stranici nasproti. Potek načrtovanja:



Slika 4.9 Konstrukcija štirikotnika s pomožnim likom

1. Načrtamo trikotnik  $BCD$ :

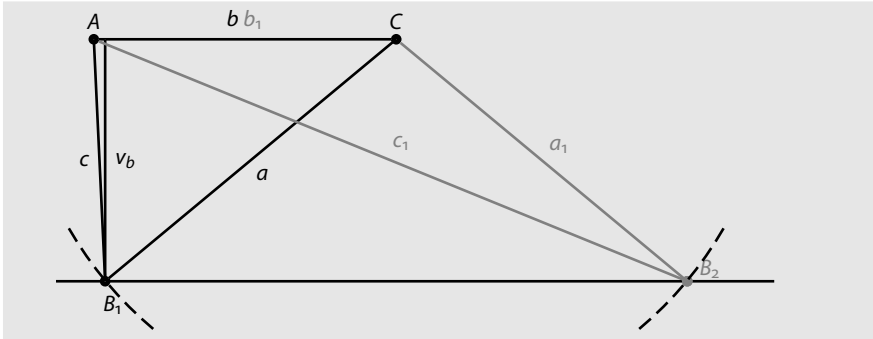
- Načrtamo stranico  $c$ , označimo oglišči  $C$  in  $D$ .
- V oglišču  $C$  načrtamo kot  $100^\circ$  (krak kota, ki ga dobimo, je nosilec stranice  $b$ ).
- Iz oglišča  $D$  s šestilom odmerimo diagonalo  $f$  (presečišče krožnega loka in nosilke stranice  $b$  je oglišče  $B$ ), označimo oglišče  $B$ .
- Povežemo oglišča  $B, C$  in  $D$  v trikotnik  $BCD$ .

2. Iz oglišča  $D$  s šestilom odmerimo stranico  $d$  in iz oglišča  $B$  stranico  $a$ .
3. V presečišču obeh krožnih lokov označimo oglišče  $A$ .
4. Povežemo oglišča  $A, B, C$  in  $D$ .

Oglejmo si zgled, kjer ima konstrukcijski problem dve možni rešitvi.

*Zgled 2.* Načrtaj trikotnik  $ABC$  s podatki:  $b = 4$  cm,  $vb = 3,2$  cm in  $a = 5$  cm. Ob skici (slika 4.10) razmislimo o poteku načrtovanja ( $b$ ,  $vb$  in vzporednica  $k$  na dani višini). Ker bo oglišče  $B$  presečišče vzporednice  $k$  stranici  $b$  in krožnega loka, lahko dobimo dve možni rešitvi (presečišče krožnice in premice). Potek načrtovanja:

1. Načrtamo stranico  $b$ , označimo oglišči  $A$  in  $C$ .
2. Načrtamo pravokotnico na stranico  $b$  ter na njej odmerimo višino  $vb$ .
3. V presečišču loka in pravokotnice narišemo vzporednico  $k$  stranici  $b$ .



**Slika 4.10** Konstrukcija trikotnika z dvema rešitvama

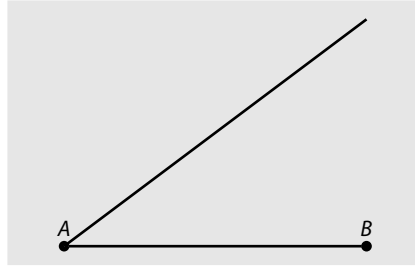
4. Iz oglišča  $C$  s šestilom odmerimo stranico  $a$ . V presečišču krožnega loka in vzporednice k stranici  $b$  dobimo oglišče  $B$ . Ker je  $r < a$  imata krožnica in premica dve presečišči. Torej bo imela naloga 2 rešitvi.
5. Narišemo oba trikotnika in ju ustrezno označimo.

Učenci se pri reševanju konstrukcijskih problemov pogosto zatekajo k uporabi naučenih strategij. V primeru, da učenec nima usvojene strategije za rešitev problema, se reševanja loti naključno. Ključnega pomena za uspešno reševanje konstrukcijskih problemov je natančno risanje skici, ki nam omogoča analiziranje danih podatkov in odnosov med njimi, pri čemer s sintezo vseh ugotovitev poiščemo pot do rešitve problema (pomembnost zapisa konstrukcijskih korakov). Risane skice nam omogoča razmislek o neobstoju rešitve ali obstoju več rešitev v posebnih situacijah (npr. število presečišč krožnice s premico/poltrakom/daljico). Vendar ne smemo sklepati le na osnovi skice, temveč je potrebno lastnosti utemeljiti z aksiomi in izreki.

Poglejmo si še primer problemske naloge, ki jo po Frobisherju (1994) lahko uvrstimo med naloge z odprto potjo in zaprtim ciljem (Državni izpitni center, 2006).

1. Dopolni sliko 4.11 tako, da bo načrtan enakokraki trikotnik  $ABC$  in bo oglišče  $C$  ležalo na narisanim poltraku.
2. Petra in Marko sta oba pravilno rešila gornjo nalogo, a sta vendar načrtala neskladna trikotnika. Razloži, kako je to mogoče.

Pot v omenjenem problemu je odprta, saj mora učenec sam poiskati strategijo reševanja. V prvem delu naloge lahko privzame, da je daljica  $AB$  eden od krakov trikotnika. Pri tem sta možni dve rešitvi – ali na danem poltraku leži



Slika 4.11

Primer problemske naloge

eden od krakov ali na danem poltraku leži osnovnica. Tretjo rešitev dobimo, če privzamemo, da je daljica AB osnovnica.

V učencu lahko kognitivni konflikt sproži že prvi del naloge, saj v besedilu ni podano, ali je daljica AB osnovnica ali krak trikotnika, lahko pa ta nastopi ob izzivu v drugem delu naloge.

V prvem delu se učenci pogosto zatečejo k uporabi naučenih strategij, v primeru, da učenec nima usvojene strategije za rešitev problema, pa se loti reševanja naključno.

### **Geometrijski problemi o računanju obsegov, ploščin in površine**

Pri reševanju geometrijskih problemov pri učencih razvijamo uporabo matematike v različnih kontekstih in v primerih iz realnega življenja ter učence navajamo na uporabo osnovnih strategij (izdelava skice, modela, analiza odnosov, vključevanje pojmov iz ravninske geometrije in geometrije teles itd.). Temelj uspešnega reševanja geometrijskih problemov sta dobro razvita prostorska predstava ter dobro poznavanje in razumevanje osnovnih geometrijskih pojmov ter konceptov.

V nadaljevanju si oglejmo primere reševanja odprtih in zaprtih geometrijskih problemov.

*Primer odprtega geometrijskega problema, ki sodi v matematični kontekst*

»Razišči štirikotnike s ploščino  $24 \text{ cm}^2$ , katerih dolžine stranic v cm se izražajo z naravnimi števili« (povzeto po Žakelj, 2013).

Razmislimo o dani problemski situaciji in izluščimo bistvo. Dana sta dva pogoja: ploščina in lastnosti stranic štirikotnika. Npr.: pravokotnika s stranica 6 cm in 4 cm ter 1 cm in 24 cm zadoščata pogojem naloge. V povezavi z izzivom si postavimo eno ali več vprašanj.

- Koliko je takih pravokotnikov, ki zadoščajo pogojem izziva?
- Pravokotniki so ploščinsko enaki. Ali so tudi skladni med seboj?

- Ali se s spreminjanjem dolžin stranic pravokotnika spreminjajo tudi obsegi pravokotnikov?

Odločimo se o načinu preiskovanja dane situacije. Lahko se odločimo za induktivni pristop. Izkustveno učenje, induktivno učenje, opazovanje primerov, delo s konkretnim materialom je zlasti primerno za učence, ki probleme rešujejo na podlagi celostnega vtisa (Žakelj, 2003). Ne glede na metode učenja in poučevanja si pri pouku prizadevamo za dejavno učenje, ki vodi do interakcije med konkretno in miselno dejavnostjo.

Glede na dano situacijo podatke smiselno uredimo v preglednico, opazujemo vrednosti stranic in obsegov ter sklepamo.

stranica $a$ [cm]								
stranica $b$ [cm]								
ploščina $p$ [cm <sup>2</sup> ]								
obseg $o$ [cm]								

Ugotovitve predstavimo, interpretiramo, opišemo z besedami in uporabo matematičnih pojmov. Na koncu razmislimo, ali smo odgovorili na postavljena vprašanja.

*Primeri zaprtih geometrijskih problemov, ki sodijo v matematični kontekst*

*Primer 1.* »Slika 4.12 predstavlja mrežo kocke, ki meri 6 cm<sup>2</sup>; izračunaj prostornino kocke« (povzeto po Žakelj, 2013). Reprezentacija: slikovna, deloma simbolna. Taksonomska raven: razumevanje. Učenec lahko nalogo reši na različne načine. V pomoč mu je vizualna opora.

*1. način: reševanje s sklepanjem.* Učenec uvidi, da je ploščina 6 skladnih kvadratov enaka 6 cm<sup>2</sup> in nato sklepa na enoto, torej je ploščina enega kvadrata enaka 1 cm<sup>2</sup>. Iz tega sledi, da je stranica enaka 1 cm (v pomoč mu je lahko podana slikovna opora). S pomočjo dobljene dolžine stranice kvadrata izračuna prostornino kocke kot produkt njene dolžine, širine in višine. Prostornina kocke meri 1 cm<sup>3</sup>.

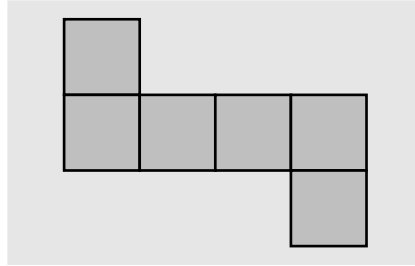
*2. način: reševanje z uporabo obrazca za računanje površine kocke.* Učenec s slike in iz podatka razbere, da površina kocke meri 6 cm<sup>2</sup>, izračuna ploščino ene mejne ploskve – kvadrata in nato dolžino njegove stranice. Sledi računanje prostornine kocke.

Za večino učencev je 2. način prezahteven, saj še niso večji reševanja na simbolni ravni. Vendar je pomembno, da učitelj ob primernih dejavnostih spodbuja tudi slednje.

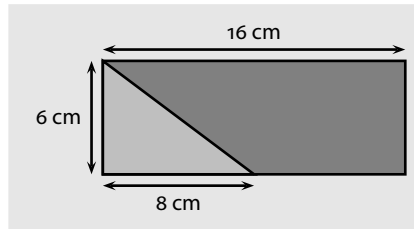


**Slika 4.12**

Primer zaprtega geometrijskega problema: površina kocke

**Slika 4.13**

Primer zaprtega geometrijskega problema: ploščina štirikotnika



Poglejmo si še nadgradnjo oziroma stopnjevanje predstavljene naloge po zahtevnosti.

*Primer 2.* »Površina kocke meri  $6 \text{ cm}^2$ ; izračunaj prostornino kocke« (povzeto po Žakelj, 2013).

V tem primeru je reprezentacija simbolna, abstraktna. Naloga nima podane vizualne opore, vendar je smiselno, da jo učenec nariše sam in s tem dani problem vizualizira. Za slednje mora imeti usvojena pojma površina in prostornina kocke. Učenci, ki so zmožni razreševanja problema le s pomočjo mentalne reprezentacije, so redki.

*Primer 3.* »Koliko kvadratnih centimetrov meri ploščina temnega dela na sliki?« (slika 4.13; povzeto po TIMSS 2011, Mo3 2623).

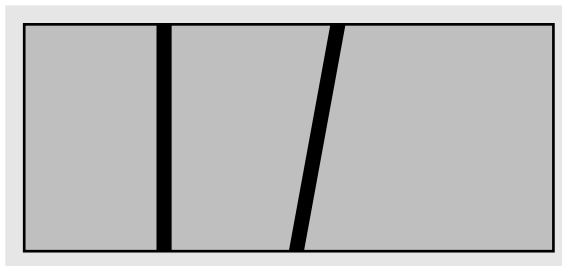
Reprezentacija: slikovna, deloma simbolna. Taksonomska raven: razumevanje, rutinsko proceduralno znanje.

Tudi to nalogo lahko učenci rešujejo na različne načine. Na sliki lahko prepoznajo zeleno obarvan trapez in izračunajo njegovo ploščino po obrazcu oziroma s pomočjo preoblikovanja trapeza v pravokotnik ali pa od ploščine pravokotnika odštejejo ploščino pravokotnega trikotnika.

*Primer zaprtega geometrijskega problema, ki izhaja iz življenjske situacije.* »Po travniku pravokotne oblike (glej sliko 4.14) z dolžino 140 m in širino 60 m sta speljani dve ravni cesti. Prva poteka pravokotno glede na dolžino travnika, druga pa v poševni smeri. Širina ceste meri  $1/35$  dolžine travnika.

**Slika 4.14**

Primer zaprtega geometrijskega problema: življenjska situacija



1. Koliko arov meri travnik?
2. Katera cesta zavzema večji del površine travnika?
3. Kolikšen del travnika izgubi lastnik zaradi obeh cest?»

Razmislimo o dani problemski situaciji in izluščimo bistvo. Dani pogoji so naslednji: lastnosti stranic pravokotnika, širini obeh pasov. Podana je tudi vizualna opora.

Primer 1 zahteva uporabo rutinskih proceduralnih znanj. Za rešitev imamo dovolj podanih podatkov.

Vprašanje 2 zahteva razumevanje ploščine paralelogramov z enako stranico in njej pripadajočo višino.

Za uspešno razrešitev izziva 3 je potrebno izvesti kompleksno proceduro – računanje širine posamezne poti ter njene površine, računanje površine celotnega travnika (z obema potema) ter izračun razlike med celotno površino in površinama obeh poti. Za rešitev imamo dovolj podanih podatkov.

Ugotovitve predstavimo, opišemo z besedami in uporabo matematičnih pojmov ter zapišemo s simboli. Na koncu razmislimo, ali smo odgovorili na postavljena vprašanja.

Kot smo že omenili, je temelj uspešnega reševanja geometrijskih problemov dobro razvita prostorska predstava ter dobro poznavanje in razumevanje osnovnih geometrijskih pojmov in konceptov. Ne glede na kontekst problema je pomembno, da učence navajamo na uporabo osnovnih strategij (izdelava skice, modela, analiza odnosov, vključevanje pojmov iz ravninske geometrije in geometrije teles itd.). Razumevanje osnovnih pojmov in konceptov ter usvojene osnovne strategije reševanja problemov so temelj uporabe znanja v novih situacijah, pri reševanju tako matematičnih kot tudi realističnih problemov.

## Model problemskega pouka geometrije z IKT

Teoretična zasnova modela problemskega pouka geometrije z uporabo IKT temelji na problemskem pristopu učenja in poučevanja geometrije z aktivno uporabo IKT (samostojno raziskovanje z uporabo e-gradiv, ki so zasnovana na konkretni, slikovni in simbolni ravni, uporaba i-učbenika, različnih didaktičnih iger in simulacijami).

Praktična izpeljava modela problemskega pouka geometrije z uporabo IKT pomeni, da učenci skozi različne aktivnosti z uporabo IKT (samostojno raziskovanje z uporabo e-gradiv, ki vodijo učenca od konkretne preko slikovne do simbolne ravni, z uporabo i-učbenika, različnih didaktičnih iger in simulacijami) usvajajo osnovne geometrijske pojme, h geometriji pristopajo problemsko ter tako razvijajo znanja in strategije za uspešno reševanje različnih geometrijskih problemov ter problemov iz vsakdanjega življenja. Pri tem sta poudarjena vloga rabe IKT pri spodbujanju individualizacije učnega procesa in njen vpliv na enostavnejšo vizualizacijo osnovnih geometrijskih pojmov ter reševanje in raziskovanje geometrijskih problemov.

Cilj izobraževanja v 21. stoletju ni le obvladovanje vsebinskega znanja ali uporaba novih tehnologij, temveč tudi samostojno obvladovanje učnega procesa in s tem priprava na vseživljenjsko učenje. Slednje v oblikovanem modelu pouka geometrije z IKT omogočamo z zagotavljanjem različnih reprezentacij, raznovrstnih načinov za delovanje in izražanje ter raznovrstnih načinov za aktivno vključevanje učencev v proces učenja. Prednosti oblikovanega modela pouka z uporabo IKT oziroma primerjava oblikovanega modela pouka s tradicionalnim poukom je predstavljena v preglednici 5.1.

### **Praktična izpeljava modela problemskega pouka geometrije z uporabo IKT za vsebino o obsegih in ploščinah trikotnikov in štirikotnikov v 7. razredu osnovne šole**

Za obravnavo vsebin o obsegih in ploščinah trikotnikov ter štirikotnikov je predvidenih 12 ur pouka. Obravnava omenjenih vsebin je razdeljena v tri sklope, pri čemer upoštevamo Brunerjevo teorijo razvoja matematičnih pojmov (prehajanje od enaktivne preko slikovne na simbolno stopnjo), smernice predmetne komisije za matematiko pri nacionalnem preverjanju znanja ter smernice, zapisane v analizah mednarodnih raziskave. Za posamezen

**Preglednica 5.1** Primerjava modela pouka z uporabo IKT s tradicionalnim poukom

Model pouka z uporabo IKT	Tradicionalni pouk brez uporabe IKT
– poučevanje osredotočeno na učenca	– poučevanje osredotočeno na učitelja
– omogoča izmenjavo informacij	– temelji na podajanju informacij
– omogoča kritično mišljenje in odločanje na osnovi informacij	– faktografsko, na znanju temelječe učenje
– temelji na problemskem učenju	– temelji na pomnjenju podatkov, urjenju procedur
– omogoča aktivno, raziskovalno učenje, izkušensko učenje	– omogoča pasivno učenje
– spletno učno okolje z multimedijskimi gradniki, interaktivnimi nalogami: (a) omogoča različne reprezentacije in prehanjanje med njimi – učenec gradi geometrijske predstave na konkretnem nivoju, ob slikovni podpori sledi prehod na simbolni nivo, (b) uporaba animacij omogoča, da učenec proces sproži in opazuje, po potrebi ponovi	– učenje iz učbenikov, ki vsebujejo pretežno besedilno gradivo in statične slike
– omogoča številna srečanja z različnimi fizičnimi in virtualnimi situacijami	– omogoča večkratno reševanje podobnih nalog po modelu
– omogoča manj linearno, hierarhično ali sistematično napredovanje, vsebuje priporočila za nadaljnje delo	– linearno napredovanje po predpisani učni poti

*Nadaljevanje na naslednji strani*

sklop je predvideno le okvirno število ur, učiteljem pa je prepuščena prilagoditev števila ur za posamezen sklop glede na potrebe in posebnosti v oddelkih. Vsak modul vsebuje uvodno aktivnost, vodene aktivnosti, preko katerih učenci spoznavajo izbrane vsebine, ter naloge, ki so namenjene preverjanju razumevanja in urjenju.

Obravnavane so naslednje vsebine iz geometrije:

- sklop 1: Obsegi geometrijskih likov (2–3 ure),
- sklop 2: Ploščine štirikotnikov (5–6 ur),
- sklop 3: Ploščine trikotnikov (2–3 ure).

Predvidena učna pot je učencem predstavljena na vodenem učnem listu. Shematsko je prikazana na sliki 5.1 ter podprta s povezavami in z gradivi v spletni učilnici. Kljub strukturirani učni poti nam spletno učno okolje omogoča tudi manj linearno, hierarhično ali sistematično napredovanje. Učna pot tako ni strogo zavezujoča, saj je odvisna od dinamike v skupini in predvsem

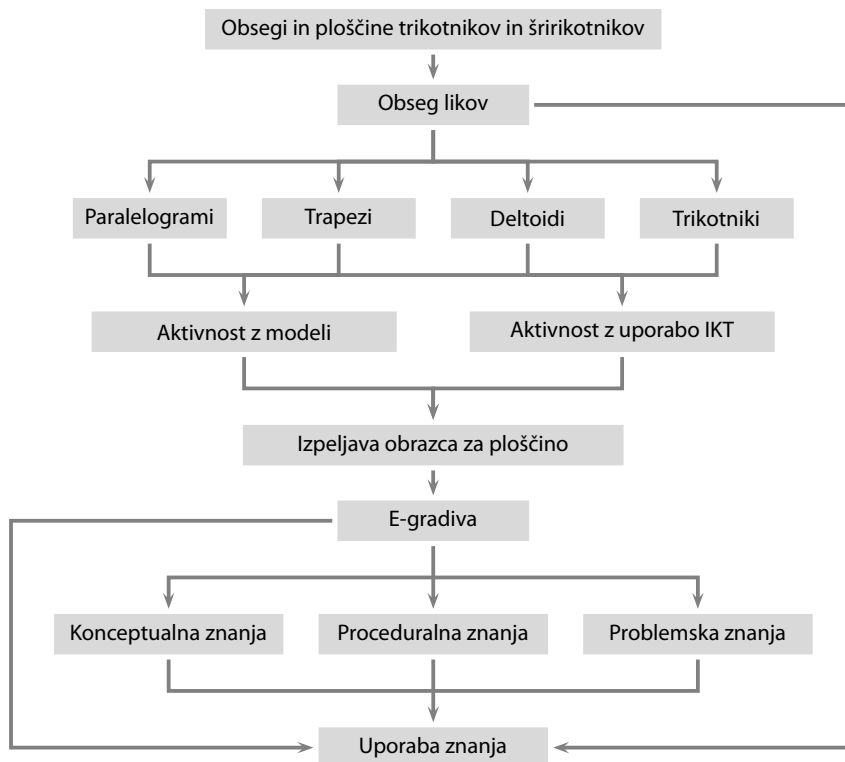
**Preglednica 5.1** *Nadaljevanje s prejšnje strani*

– spodbuja sodelovalno delo, diskusijo	– spodbuja izolirano delo
– spodbuja uporabo več medijev	– spodbuja uporabo enega medija
– spodbuja razvoj sposobnosti vizualizacije, omogoča veliko različnih gradiv s slikovno oporo	– manj možnosti za razvoj sposobnosti vizualizacije, tiskani učbeniki ne zagotavljajo tako velikega nabora različnih nalog s slikovno oporo
– omogoča napredovanje po več učnih poteh	– omogoča napredovanje po eni učni poti
– omogoča soustvarjanje učne poti	– učno pot izbere učitelj
– zagotavlja možnost izbire	– možnost izbire je majhna ali je ni
– omogoča umeščenost v avtentične, življenjske kontekste, omogoča simuliranje realnih pojavov in problemov	– izolirani, pogosto umetno oblikovani konteksti
– omogoča sprotno povratno informacijo, ki je nepristranska in neosebna	– takojšnja povratna informacija odvisna od razpoložljivosti učitelja, predpriprave gradiva
– omogoča prilagajanje gradiva potrebam posameznega učenca	– tiskano gradivo težje prilagajamo potrebam posameznikov
– ažurnost, saj lahko e-gradiva pri ugotovljeni napaki hitro popravimo, hitro posodabljanje	– za popravo napake potreben ponoven tisk tiskanega gradiva, posodabljanje vezano na ponoven tisk gradiva
– omogoča uspešnejše prilagajanje glede na predznanje posameznega učenca	– omogoča prilagajanje glede na predznanje večine učencev

od aktivnosti posameznega učenca. Učitelj ima vlogo usmerjevalca. Preko razgovora s posameznim učencem ali celotno skupino osmisli zastavljeno pot in pomaga pri načrtovanju nadaljnjega raziskovanja oziroma dela. Poleg konceptualnega razumevanja geometrije omenjeni pristop učencem omogoča, da se urijo v samostojnem načrtovanju lastnih aktivnosti s ciljem čim večje učinkovitosti na poti doseganja zastavljenega cilja.

Aktivnosti v posameznem sklopu so oblikovane tako, da učenci osnovne geometrijske pojme vizualizirajo s pomočjo multimedijskih gradnikov in z njihovo pomočjo gradijo razumevanje geometrijskih konceptov. Nato izpelejejo obrazce za računanje ploščine likov, ki jih kasneje uporabijo pri reševanju nalog.

Večina interaktivnih nalog v gradivu nudi učencu sprotno povratno informacijo. V primeru nerazumevanja lahko učenec dejavnost ponovi, pri čemer se situacija delno spremeni, kar pomeni odmik od učenja na pamet in omogoča pot k razumevanju preko različnih primerov. Didaktične igre, ki so vključene v posameznih aktivnostih, učencu omogočajo možnost izbire več zah-



**Slika 5.1** Predvidena učna pot

tevnostnih stopenj in s tem soustvarjanje učne poti ter napredek po lastnem času in v nivoju zahtevnosti.

Učenci vsebine raziskujejo samostojno, s pomočjo »kažipot« na vodenem učnem listu in v spletni učilnici (slika 3.2), kjer se nahajajo povezave do predlaganih gradiv. Na vodenih učnih listih so navedene priporočene dejavnosti, prostor za zapis pomembnih ugotovitev in drugih zabeležk ter pripravljene priloge za preoblikovanje likov.

Učenci, ki želijo izvedeti več, lahko poiščejo dodatno gradivo, s pomočjo katerega predelajo izbrano vsebino. Učenci so aktivni ustvarjalci v procesu učenja, učitelj pa njihovo delo spremlja, po potrebi (v primeru nerazumevanja) usmerja, jih spodbuja ter nudi dodatne povratne informacije. Učitelj se tako lahko posveti posameznikom, ki potrebujejo njegovo pomoč in jim pomaga na njihovi učni poti.

Po vsakem sklopu učenci rešujejo vrsto nalog iz vsebin, ki so jih predelali v posameznem sklopu.



**Slika 5.2** Iskanje vsiljivca

### **Sklop 1**

Primarni namen prvega sklopa je ponoviti in poglobiti znanje sedmošolcev o lastnostih in obsegu likov, ki so ga pridobili v nižjih razredih šolanja. Uvodna aktivnost je namenjena preverjanju predznanja in ponovitvi, pri čemer je bila učiteljeva pozornost usmerjena v formalni in neformalni matematični jezik. Preko tega pri učencih prepozna morebitne nejasnosti pri že oblikovanih geometrijskih konceptih, ki so podlaga za oblikovanje novih.

Aktivnosti 1. sklopa:

1. Uvodna aktivnost
2. Obsegi trikotnikov in štirikotnikov
3. Računanje obsega likov
4. Zaključna aktivnost

#### *Aktivnost 1 – uvodna aktivnost*

- Poišči vsiljivca na sliki 5.2, ki ne spada med trikotnike in štirikotnike. To je \_\_\_\_\_.
- Opiši ali nariši, kako bi ga lahko preoblikoval, da ne bi bil več vsiljivec in bi spadal v eno od skupin.
- Ali obstaja le en način?
- Koliko si jih našel ti?

Učenci poimenujejo lik, ki ne spada med trikotnike in štirikotnike ter ga z risanjem razdelijo na trikotnike oziroma štirikotnike. Vprašanja pri nalogi nakazujejo, da obstaja več kot ena možnost. Učitelj spremlja način razmišljanja in raziskovanja učencev, pozoren je na njihovo rabo ustrezne terminologije.

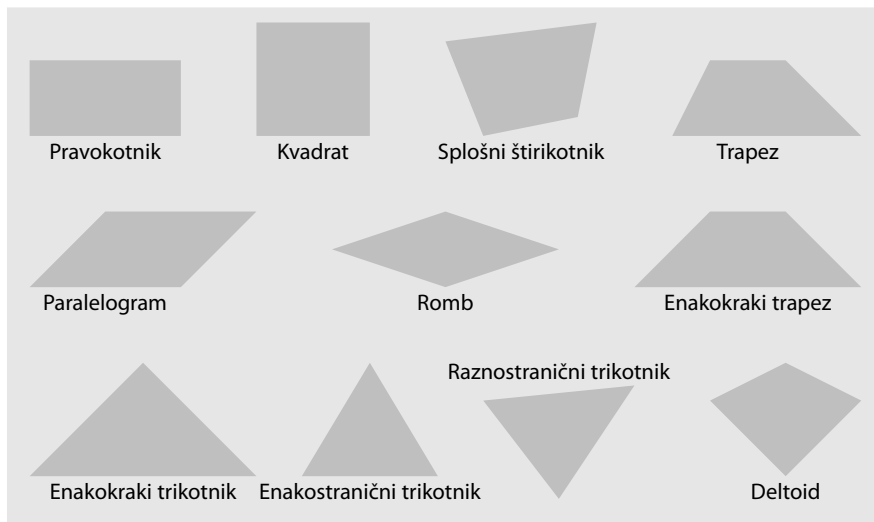
#### *Uvodni izziv – problemska naloga iz vsakdanjega življenja*

Izbran je primer življenjske situacije (slika 5.3), ki je podprt s slikovno oporo, ob kateri učenec dobi realno predstavo o primeru. Naloga terja premislek o manjkajočih podatkih, ki so pot do rešitve danega problema. Naloga nudi

Maja in Marko sta opazovala ograjo ob kolovozni poti. Opazila sta, da ograja obdaja pašnik ter varuje drobnico in krave. Zanimalo ju je, kako dolga je ograja, ki ograjuje pašnik. Pašnik je preobsežen, da bi izmerila dolžino ograje.

Premisli, katere podatke potrebujeta Maja in Marko, da izračunata dolžino ograje. Kako bi računanje dolžine ograje povezal z matematičnim znanjem?

**Slika 5.3** Dolžina ograje (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 368)



**Slika 5.4** Obsegi trikotnikov in štirikotnikov

povratno informacijo, v kateri je realistični problem najprej preveden v matematični jezik, nato je pojasnjena rešitev. Učenec primerja svojo rešitev z dano rešitvijo, o njej se lahko pogovori s sošolci. Učitelj spremlja delo učencev, njihove razgovore ter nudi pomoč učencem, ki primera niso razumeli oziroma uspeli poiskati ustrezne poti do rešitve. Naloga učencem postreže tudi z zanimivostjo o sirarstvu na Bohinjskem. Po razrešitvi danega problema učenci na učne liste zapišejo ugotovitev, da je obseg lika enak vsoti dolžin vseh njegovih stranic.

#### *Aktivnost 2 – obsegi trikotnikov in štirikotnikov*

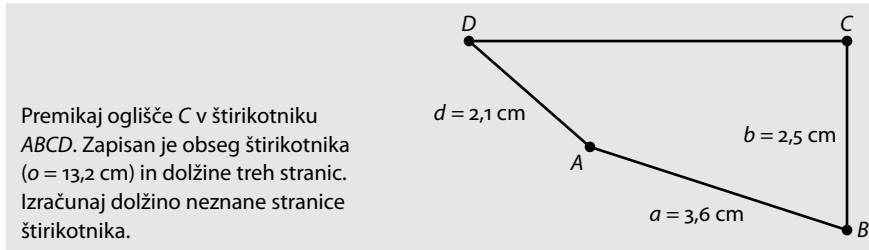
Trikotnike in štirikotnike na sliki ustrezno označi (oglišča in stranice) ter za vsakega zapiši obrazec za obseg. Kvadratu in pravokotniku znaš izračunati tudi ploščino. Zapiši obrazca.

Na sliki 5.4 so narisani in poimenovani trikotniki in štirikotniki. Namen naloge je ponovitev označevanja danih likov, katerih lastnosti so učenci obravna-



Izračunaj obseg štirikotnika z dolžinami stranic:  $a = 3,8$  cm;  $b = 5$  cm;  $c = 5,6$  cm in  $d = 6,1$  cm.

**Slika 5.5** Računanje obsega štirikotnika (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 464)



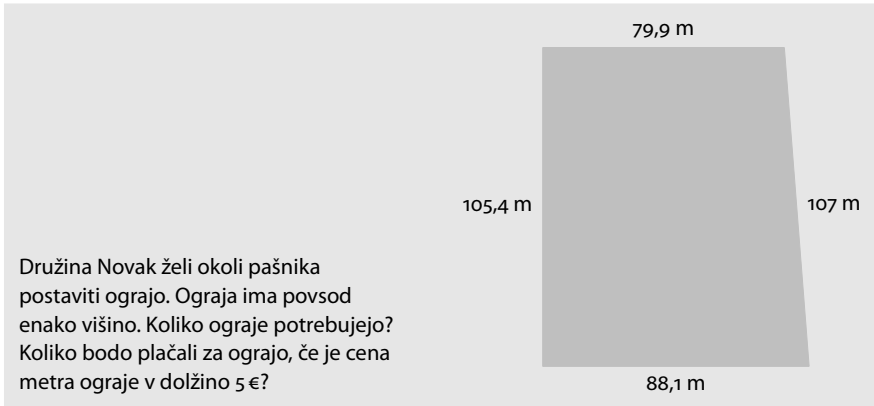
**Slika 5.6** Računanje neznane stranice štirikotnika (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 464)

vali pred vsebino o obsegih in ploščinah. Učenci ob sliki zapišejo obrazec za računanje obsega danega lika. Vir povratne informacije pri dani nalogi je učitelj, ki spremlja delo učencev, preverja ustreznost oznak in zapisa obrazcev. Po potrebi usmerja učence.

### Aktivnost 3 – računanje obsega likov

Učenci z uporabo interaktivnih nalog iz i-učbenika in didaktičnih iger ponovijo in poglobijo znanje o obsegu likov. Povratna informacija se nahaja ob nalogah. Učitelj spremlja in usmerja delo učencev, preverja ustreznost zapisov ter nudi dodatno pomoč učencem, ki to potrebujejo.

1. Podana je direktna naloga o računanju obsega štirikotnika s podanimi dolžinami stranic (slika 5.5). Učenec vadi risanje skice (vizualna opora ni dana), izpis podatkov ter sistematičen zapis reševanja naloge. V i-učbeniku je ob nalogi zagotovljena povratna informacija.
2. Sledi indirektna naloga o obsegu štirikotnikov (slika 5.6), v kateri je podan obseg lika, učenec pa mora s slike razbrati dolžine treh stranic ter s pomočjo vseh danih podatkov izračunati dolžino četrte stranice. Naloga vsebuje multimedijske gradnike, ki omogočajo premikanje oglišča C in s tem spreminjanje dolžin dveh stranic. S tem lahko učenec generira nove primere in ob njih razmisli o odvisnosti dolžin stranic in obsega danega lika.
3. Ob didaktični igri Pastir učenci na zabaven način utrjujejo računanje obsegov likov. Didaktična igra omogoča sprotno povratno informacijo in informacijo o napredku. Pred začetkom igranja si učenec izbere



**Slika 5.7** Pašnik – problemska naloga z vizualno oporo (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 468)

Obseg štirikotnika je 25,1 cm. Stranica  $a$  je dolga 9,8 cm, stranica  $c$  je dolga 4,5 cm. Izračunaj dolžini stranic  $b$  in  $d$ , če veš, da sta enako dolgi.

**Slika 5.8** Indirektna naloga brez slikovne opore 1 (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 469)

Obseg deltoida je 28 cm. Stranica  $a$  je za 6 cm daljša od stranice  $c$ . Izračunaj dolžini obeh stranic.

**Slika 5.9** Indirektna naloga brez vizualne opore 2 (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 531)

število nalog in težavnost, kar mu omogoča napredovanje po lastnem tempu in glede na lastne zmožnosti. Pri reševanju si lahko pomaga tudi z uporabo priloženega računalna. Didaktična igra je v angleškem jeziku, vendar so priložena navodila v slovenskem jeziku.

4. Naloga Pašnik (slika 5.7) je problemska naloga z realno življenjsko situacijo. Učenec mora besedilo problema z vizualno oporo pretvoriti v matematični jezik, s slike prebrati ustrezne podatke ter oblikovati ustrezno strategijo za rešitev problema.
5. Sledita indirektni nalogi brez vizualne opore (sliki 5.8 in 5.9), kjer mora učenec dodatno upoštevati lastnosti likov. Podani so obseg ter dolžine določenih stranic, učenec mora ob dodanih pogojih izračunati dolžino neznane stranice. Pomembna pri reševanju je natančno narisana in ustrezno označena skica. Stremimo k temu, da učenec tudi sistematično zapiše potek reševanja naloge. Obe nalogi ponujata možnost ponovnega reševanja danega primera ali izbiro novega primera. Zagotovljena je povratna informacija.

Ob zaključku prvega sklopa učenci evalvirajo svoje delo in pridobljeno znanje ter ga povzamejo v obliki miselnega vzorca, opornih točk ali kot skupni zapis na interaktivni tabli. V spletni učilnici in na vodenem učnem listu najdejo priporočila za domače delo, poglobljanje znanja in nadaljnje učenje.

## **Sklop 2**

Namen drugega sklopa je usvajanje znanja o ploščinah štirikotnikov – paralelograma, trapeza in deltoida ter ostalih štirikotnikov s pravokotnima diagonalama. Učenci preoblikujejo dane štirikotnike v ploščinsko enake like, katerih ploščino znajo izračunati (pravokotnik, kvadrat, kasneje tudi paralelogram). Ob tem oblikujejo obrazec za izračun ploščine posameznega štirikotnika. V nadaljevanju rešujejo vrsto nalog iz vsebin, ki so jih predelali v drugem sklopu.

Aktivnosti 2. sklopa:

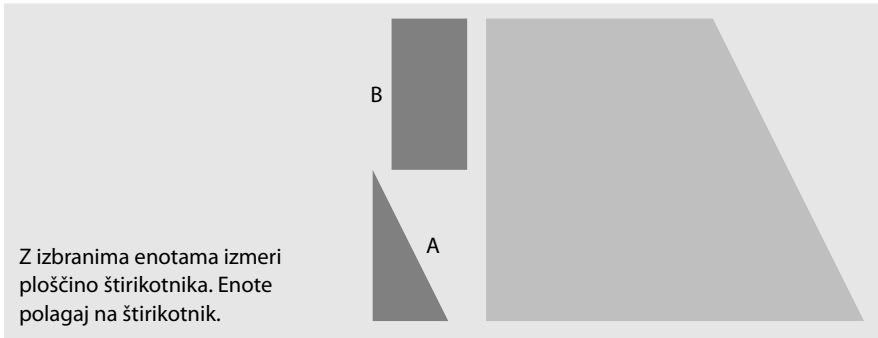
1. Uvodna aktivnost
2. Ploščina paralelograma
3. Ploščina trapeza
4. Ploščina deltoida

### *Aktivnost 1 – uvodna aktivnost*

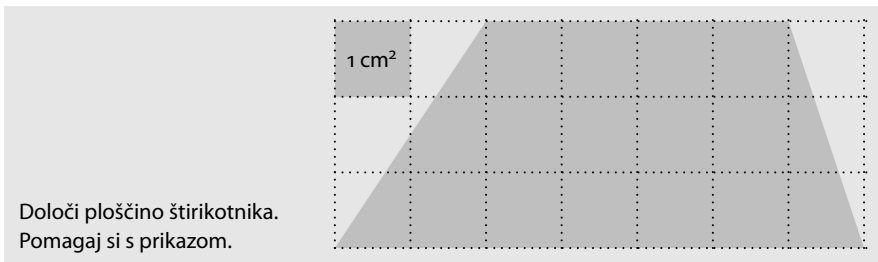
Uvodna aktivnost je namenjena ponovitvi merjenja ploščine s tlakovanjem, določanju ploščine likov, narisanih na kvadratni mreži, ter računanju ploščine pravokotnika in ponovitvi obrazca za izračun ploščine kvadrata.

1. Merjenje ploščine s tlakovanjem. Učenci v i-učbeniku rešijo nalogo (slika 5.10), kjer ploščino merijo s tlakovanjem z nestandardnima enotama. Na dano nalogo se nanašajo podnaloge in vprašanja na vodenem učnem listu. Ta spodbujajo razmislek o tem, ali imata ploščinsko enaka lika, ki nista skladna, tudi enaka obsega:
  - Skiciraj obe enoti (enoto A in enoto B).
  - Kakšna sta po obliki enota A in enota B?
  - Kaj lahko poveš o njuni ploščini?
  - Ali lahko isto trdimo tudi o njunih obsegih?

Cilj je, da učenci s prekrivanjem, ki ga omogoča multimedijski gradnik, pridejo do ugotovitve, da sta dana lika ploščinsko enaka ter da ploščinsko enaka lika nimata nujno enakega obsega.



**Slika 5.10** Interaktivna naloga Merjenje ploščine s tlakovanjem (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 465)



**Slika 5.11** Določanje ploščine lika, narisane na kvadratni mreži (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 465)

Izračunaj ploščino pravokotnika z dolžino stranic 4,6 cm in 10,6 cm.

**Slika 5.12** Računanje ploščine pravokotnika (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 469)

2. Določanje ploščine likov, narisanih na kvadratni mreži. Učenci rešijo nalogo v i-učbeniku (slika 5.11) ter odgovorijo na vprašanje na vodenem učnem listu, ki se nanaša na dano nalogo. Animacija v nalogi prikazuje postopek preoblikovanja trapeza v pravokotnik na kvadratni mreži. Učenec ploščino trapeza po preoblikovanju v pravokotnik določi s preštevanjem enotskih kvadratkov na kvadratni mreži. Animacija omogoča, da učenec sproži in nato opazuje proces preoblikovanja trapeza v pravokotnik ter ob tem spoznava učno vsebino. Naloga služi tudi kot predpriprava na obravnavo ploščine trapeza. Vprašanje na vodenem učnem listu: v animaciji je trapez v drugem zgledu preoblikovan. V kateri lik smo ga preoblikovali, da smo lahko natančno določili njegovo ploščino?

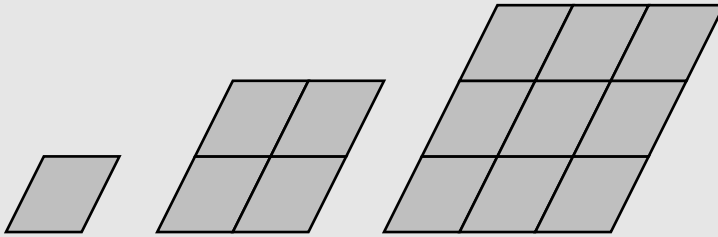
Vpiši P za pravilno trditev in N za nepravilno trditev. Ploščino kvadrata izračunamo:

$p = a \times a$       $p = 4 \times a$       $p = a^2$

**Slika 5.13** Ponovitev obrazca za ploščino kvadrata (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 465)

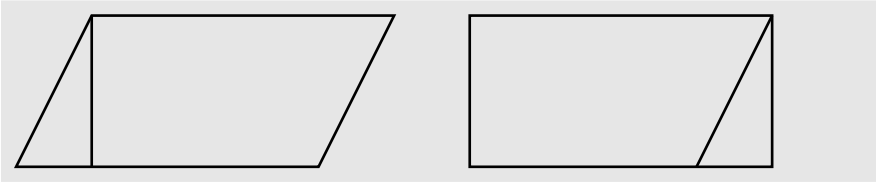
Opazuj, kako se spreminja štirikotnik. Štirikotnik na prvem mestu predstavlja enoto za merjenje ploščine vseh štirikotnikov. Odgovori na vprašanja.

- (a) Kolikšna je ploščina tretjega štirikotnika?  
 (b) Za koliko bo ploščina petega štirikotnika večja od ploščine četrtega štirikotnika?



**Slika 5.14** Problemska naloga o zaporedju (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 469)

3. Ponovitev računanja ploščine pravokotnika (naloga brez vizualne opore). Učenec reši nalogo o ploščini pravokotnika iz i-učbenika (slika 5.12), pri kateri vizualna opora ni dana. Gre za urjenje proceduralnih znanj. Učenca ob tem učitelj usmerja k sistematičnemu zapisu postopka reševanja. Učno okolje nudi učencu povratno informacijo, možnost ponovnega reševanja istega primera ali izbiro novega primera.
4. Ponovitev obrazca za izračun ploščine kvadrata. Učenec med danimi obrazci (slika 5.13) izbere obrazce za računanje ploščine kvadrata. Svojo rešitev lahko preveri.
5. Problemska naloga o zaporedju. Posamezni učenci se lotijo tudi reševanja problemske naloge o zaporedju (slika 5.14), ki je povezana s ploščino štirikotnika – paralelograma. V prvem delu naloge učenec določa ploščino štirikotnika v danem členu zaporedja, pri čemer ima podano slikovno podporo. V nadaljevanju mora izračunati razliko med ploščinama 5. in 4. štirikotnika, pri čemer nima več podane slikovne opore. Lahko si sam skicira 4. in 5. sliko ali pa sklepa na podlagi lastnosti danega zaporedja.  
 Naloga ne predvideva prehoda na abstraktni nivo, torej simbolnega zapisa pravila nadaljevanja zaporedja, čeprav so nekateri učenci ob določeni podpori zmožni tudi slednjega.



**Slika 5.15** Preoblikovanje paralelograma

Pri izpeljavi obrazca za računanje ploščine paralelograma smo paralelogram preoblikovali v drug lik. kateri?

Ploščino paralelograma lahko izračunamo na dva načina. Zapiši oba obrazca.

**Slika 5.16** Zapis obrazca za ploščino paralelograma

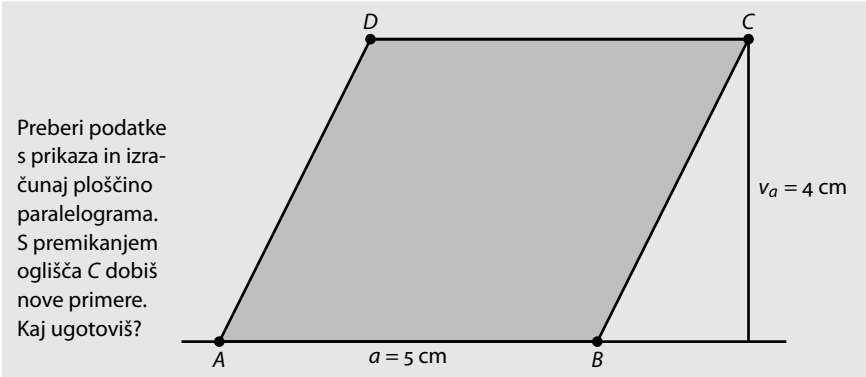
### *Aktivnost 2 – ploščina paralelograma*

1. Preoblikovanje paralelograma. Paralelogram na dva različna načina preoblikuj tako, da mu boš znal izračunati ploščino. Pomagaš si lahko z rezanjem likov iz priloge na zadnji strani gradiva.

Preoblikovanje paralelograma (slika 5.15) je prva izmed aktivnosti preoblikovanja trikotnikov in štirikotnikov v pravokotnik (in kasneje lahko tudi paralelogram) z namenom izpeljave obrazca za računanje ploščine izbranega štirikotnika oziroma trikotnika.

Na povezavi v spletni učilnici se nahajajo elektronske prosojnice Računanje ploščine paralelograma – razlaga, ki učenca vodijo skozi proces preoblikovanja paralelograma v pravokotnik. Učenec na konkretni ravni samostojno preoblikuje paralelogram v pravokotnik. S tem gradi geometrijske predstave na konkretnem nivoju, ob slikovni podpori sledi prehod na raven abstrakcije – simbolni zapis obrazca za ploščino paralelograma, ki ga zapiše tudi na voden učni list (slika 5.16).

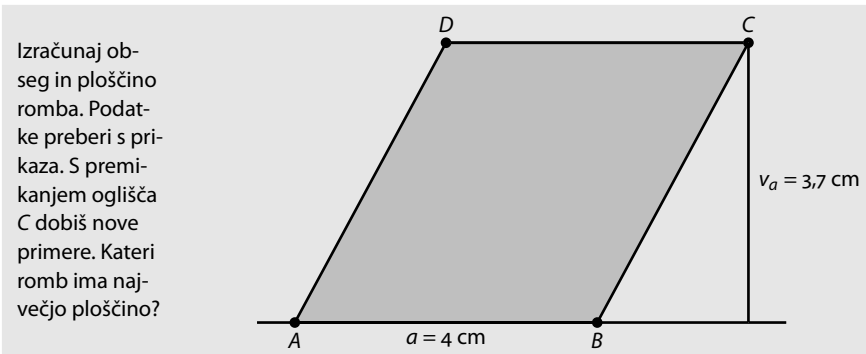
2. Ploščinsko enaki paralelogrami. Sledi aktivnost (slika 5.17), kjer preko interaktivne naloge učenec spozna, da so paralelogrami z enako dolžino stranice in njej pripadajočo višino ploščinsko enaki. Ugotovitev si zapiše kot povzetek na učni list (slika 5.18).
3. Ploščina romba. V naslednji aktivnosti učenec raziskuje o obsegu in ploščini romba s podano stranico. Interaktivna naloga (slika 5.19) omogoča, da s pomočjo premikanja oglišča C spreminjamo notranje kote v rombu (dolžina stranice se pri tem ne spreminja) in ob tem raziskujemo njegov obseg ter ploščino. Učence usmerja k ugotovitvi, da ima največjo ploščino med danimi rombi kvadrat.



**Slika 5.17** Naloga o ploščini paralelograma s slikovno podporo (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 496)

Zapiši ugotovitev, ki velja za paralelograme, ki se ujemajo v dolžini stranice in njej pripadajoče višine!

**Slika 5.18** Ploščinsko enaki paralelogrami



**Slika 5.19** Ploščina romba (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 497)

4. Računanje ploščine paralelograma. Sledi direktna naloga o računanju ploščine in obsega paralelograma brez slikovne opore. Vsi podatki, ki so potrebni za izračun, so dani. Učenec dobi takojšnjo povratno informacijo, ima možnost ponovnega reševanja primera ali izbere novega (slika 5.20).
5. Računanje obsega romba s podano ploščino. Gre za indirektno nalogo o računanju dolžine stranice romba in njegovega obsega pri dani ploščini ter višini (slika 5.21). Naloga je brez slikovne opore. Učenec najprej

Izračunaj obseg in ploščino paralelograma s podatki  $a = 5$  cm,  $b = 8$  cm in  $v_a = 2$  cm.

$$o = \square \text{ cm} \quad p = \square \text{ cm}^2$$

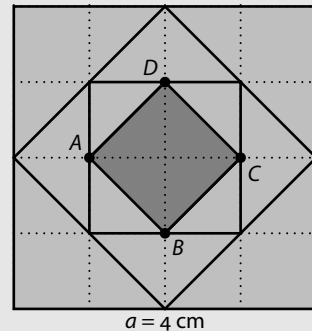
**Slika 5.20** Računanje obsega in ploščine paralelograma (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 499)

Izračunaj obseg romba s podatki  $v = 4$  cm in  $p = 20,4$  cm<sup>2</sup>.

Obseg romba je  $\square$  cm.

**Slika 5.21** Računanje ploščine romba (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 500)

Izračunaj ploščino kvadrata  $ABCD$ .



**Slika 5.22** Geometrijski izziv (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 500)

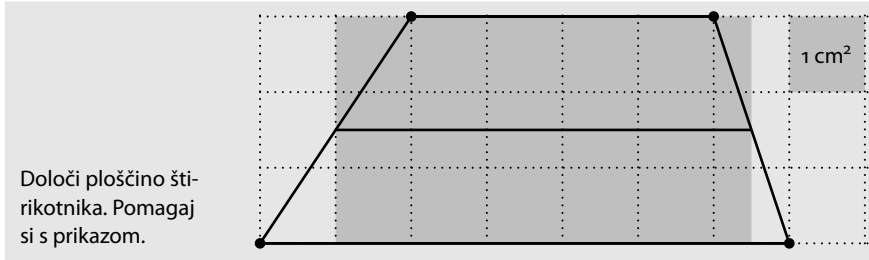
izračuna dolžino stranice, nato še obseg romba. Učitelj učenca usmeri k natančnemu risanju skice in sistematičnemu zapisu postopka reševanja. Spletno učno okolje učencu omogoča takojšnjo povratno informacijo in možnost ponovnega reševanja primera ali izbiri novega.

6. Geometrijski izziv. Sledi problemska naloga o določanju ploščine kvadrata (slika 5.22). Dana je slikovna opora, pri čemer je učencu lahko v pomoč tudi mreža, na kateri so narisani kvadrati. Naloga je zahtevna. Učenec mora vztrajati v procesu sklepanja, da pride do ugotovitve oziroma rešitve. Naloga učencu nudi povratno informacijo.

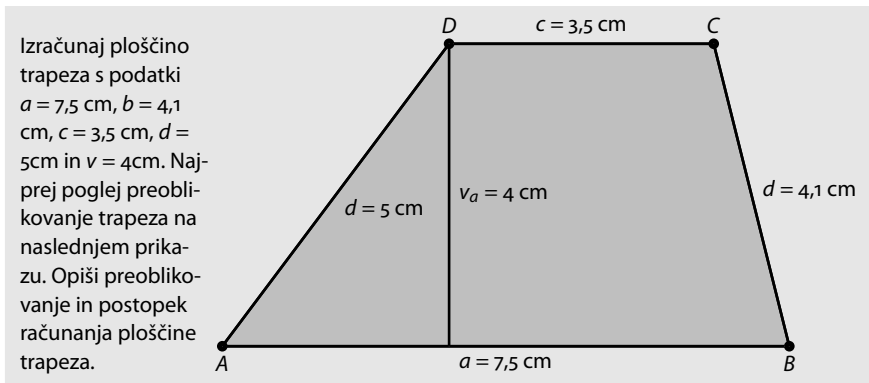
### Aktivnost 3 – ploščina trapeza

Učenci imajo pred seboj izziv preoblikovanja trapeza v štirikotnik, katerega ploščino znajo izračunati. Pomagajo si lahko z dvema animacijama, ki prikazujeta dve različni preoblikovanji trapeza – v prvi je prikazano preoblikovanje trapeza v pravokotnik, v drugi v paralelogram. Odprta je tudi tretja možnost, ki jo učenec lahko poišče sam. Ugotovitve zapiše na voden učni list.



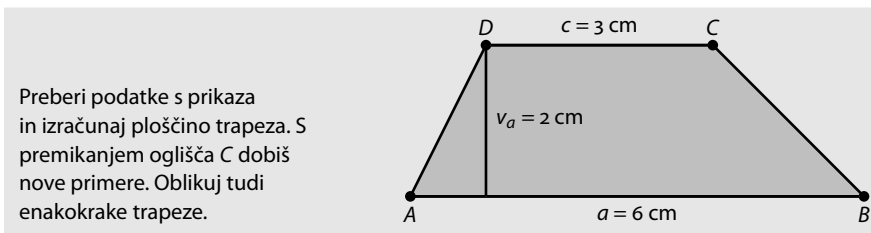


**Slika 5.23** Preoblikovanje trapeza v pravokotnik (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 465)



**Slika 5.24** Preoblikovanje trapeza v paralelogram (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 512)

1. Preoblikovanje trapeza v pravokotnik. Dano animacijo (slika 5.23) je učenec že spoznal pri določanju ploščine likov na kvadratni mreži. Raziskave dokazujejo (Güler in Çiltaş, 2011), da si bolje zapomnimo vsebino, če je ta obogatena z vizualno oporo. Tako predvidevamo, da se bo lahko učenec hitreje osredotočil na podrobnosti animacije, ki so bistvene za zapis obrazca za računanje ploščine trapeza. Gre za zapis kompleksnega obrazca. Pomembno je, da je dejavnost osmišljena z natančno refleksijo.
2. Preoblikovanje trapeza v paralelogram. Druga možnost preoblikovanja trapeza je preoblikovanje v paralelogram. Učenec s pomočjo animacije spozna postopek preoblikovanja, preko katerega bo oblikoval obrazec za računanje ploščine trapeza. Tretja možnost je preoblikovanje trapeza v paralelogram, in sicer tako, da prvotnemu trapezu dodamo še en skladen trapez, ki ga zasukamo za  $180^\circ$ .
3. Računanje ploščine trapeza. Učenec reši direktno nalogo o ploščini trapeza (slika 5.25). Podatke pridobi s slike. Vadi uporabo obrazca, pozor-



**Slika 5.25** Računanje ploščine trapeza (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 513)

Ploščina enakokrakega trapeza z dolžino osnovnice 5 cm, dolžino kraka 7 cm in višino 6 cm je  $42 \text{ cm}^2$ . Izračunaj dolžino druge osnovnice in obseg tega trapeza.

**Slika 5.26** Računanje ploščine trapeza (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 513)

nost usmerja tudi v sistematičen zapis poteka reševanja. Naloga nudi povratno informacijo, možnost ponovnega reševanja ali pa spreminjanja vhodnih parametrov s premikanjem oglišča C.

V nadaljevanju lahko učenec izbira med nalogami v i-učbeniku ali nalogami v drugem spletnem okolju, preko katerih razvija in utrjuje znanje o ploščini trapeza. Povezave učenec najde v spletni učilnici.

Računanje ploščine trapeza lahko utrjujemo tudi v učnem okolju That Quiz<sup>1</sup> Z izbiro različnih parametrov lahko učenec izbira med direktnimi in indirektnimi nalogami ter izbira njihovo težavnost. Vsaka naloga vsebuje vizualno oporo, ob kateri učenec vadi tako branje podatkov s slike kot računanje ploščine trapeza. Pri tem si lahko pomaga tudi z zapisom v zvezek. Gre za razvoj in urjenje proceduralnih znanj, kjer ni poudarka na sistematičnem zapisu postopka. Veliko vlogo ima vizualizacija. Tiskani učbeniki namreč ne zagotavljajo tako velikega nabora podobnih nalog s slikovno oporo.

Sledi reševanje indirektna naloga v i-učbeniku brez slikovne opore (slika 5.26). Podane so ploščina enakokrakega trapeza, dolžina osnovnice in dolžina kraka. Izračunati je potrebno dolžino druge osnovnice in obseg trapeza.

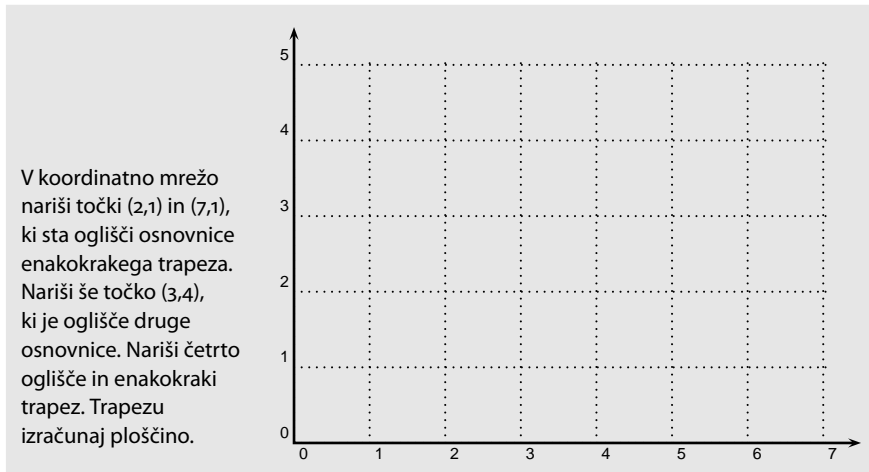
Sledi reševanje indirektna naloga brez slikovne opore (slika 5.27). Podani sta ploščina trapeza ter njegova višina. Izračunati je potrebno dolžino druge osnovnice in obseg trapeza.

Naslednja naloga je problemska naloga (slika 5.28), kjer učenec v koor-

<sup>1</sup> Glej <https://www.thatquiz.org/sl-4/?-j20000-la-p3to>.

Izračunaj dolžini osnovnic trapeza s ploščino  $24 \text{ cm}^2$  in višino  $6 \text{ cm}$ . Dolžini osnovnic naj bosta v celih centimetrih. Zapiši vse možnosti.

**Slika 5.27** Računanje osnovnice in obsega trapeza (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 513)



**Slika 5.28** Trapez v koordinatni mreži (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 513)

dinatno mrežo nariše dane točke ter glede na lastnosti trapeza poišče četrto oglišče. Sledi računanje ploščine danega trapeza. Učenci imajo na vodenih učnih listih narisano koordinatno mrežo, ki je namenjena zabeležkam o zapisu oziroma risanju točk v koordinatno mrežo.

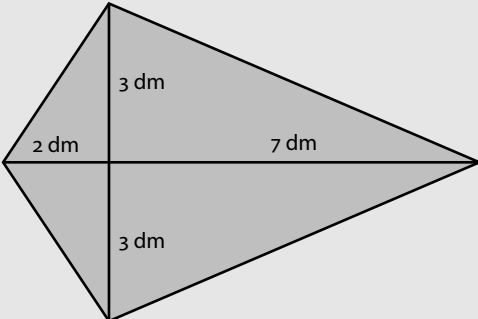
#### Aktivnost 4 – ploščina deltoida

Učenci pri raziskovanju o ploščini deltoida samostojno izbirajo učno pot – potek raziskovanja. Po uvodnem primeru (slika 5.29) lahko izbirajo med predstavitvijo (slika 5.30), ki jih vodi skozi proces preoblikovanja deltoida v pravokotnik, kjer lahko deltoid iz papirja preoblikujejo tudi sami. Učenci se za konkretno aktivnost niso odločali, zadoščala jim je slikovna ponazoritev v predstavitvi. Druga možnost je bila obravnava ploščine deltoida s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku (slika 5.31).

Po zaključku obravnave je sledilo (podobno kot v prejšnjih aktivnostih) reševanje različnih nalog o ploščini deltoida.

1. Uvodni primer (slika 5.29).
2. Ploščina deltoida (slika 5.30).

Jure se je odločil, da bo z očetovo pomočjo izdelal zmaja. Narisala sta načrt in izdelala ogrodje zmaja. Na voljo imata  $0,5 \text{ m}^2$  barvnega papirja za izdelavo zmaja. Pomagaj jima izračunati, če bosta imela dovolj papirja.

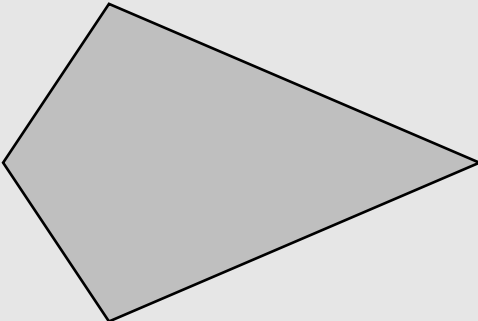


**Slika 5.29** Ploščina deltoida – uvodni izziv (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 525)



**Slika 5.30** Raziskovanje ploščine deltoida s pomočjo predstavitve Power Point

Prikaži razrez deltoida po diagonalah. Nato preoblikuj deltoid v štirikotnik, ki mu znaš izračunati ploščino. Postopek opiši. Kaj lahko poveš o ploščini deltoida?



**Slika 5.31** Raziskovanje ploščine deltoida s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 527)

### Sklop 3

Namen tretjega sklopa je usvajanje znanja o ploščinah trikotnikov ter zaključni ponovitvi o ploščinah likov. Učenci preoblikujejo dane trikotnike v ploščin-

Mark in njegova družina so se odločili prepleskati fasado družinske hiše. Koliko posod barve potrebujejo, če ena posoda zadostuje za 40 m<sup>2</sup> površine? Katere podatke potrebujejo za izračun potrebne količine barve?

**Slika 5.32** Ploščina trikotnika – uvodna aktivnost (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 375)

sko enake like, katerih ploščino znajo izračunati. Ob tem oblikujejo obrazec za izračun ploščine posameznega trikotnika. Sledi reševanje različnih nalog o ploščini trikotnika.

Aktivnosti 3. sklopa:

1. uvodna aktivnost,
2. ploščina trikotnika,
3. ploščina pravokotnega trikotnika,
4. utrjevanje računanja ploščin likov.

*Aktivnost 1 – uvodna aktivnost*

Uvodna aktivnost je problemska naloga iz življenjske situacije (slika 5.32). Učenca usmeri v razmišljanje, kako izračunati ploščino sestavljenemu liku.

*Aktivnost 2 – ploščina trikotnika*

Učenci pri raziskovanju o ploščini trikotnika samostojno izbirajo učno pot – potek raziskovanja. Po uvodnem primeru lahko o ploščini trikotnika raziskujejo s pomočjo predstavitve Power Point v spletnem učnem okolju That Quiz,<sup>2</sup> ki jih vodi skozi proces preoblikovanja trikotnika v pravokotnik, kjer lahko trikotnik iz papirja preoblikujejo tudi sami. Učenci se za konkretno aktivnost niso odločali, zadoščala jim je slikovna ponazoritev v predstavitvi. Druga možnost je bila obravnava ploščine trikotnika s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku (slika 5.33).

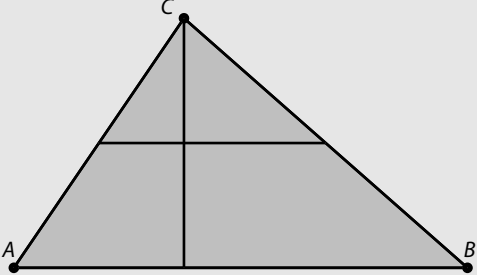
*Aktivnost 3 – ploščina pravokotnega trikotnika*

Podobno kot pri raziskovanju o ploščini trikotnika tudi pri raziskovanju ploščine pravokotnega trikotnika učenci samostojno izbirajo učno pot. O ploščini pravokotnega trikotnika lahko raziskujejo s pomočjo spletnega kviza That Quiz<sup>3</sup> ali s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku (slika 5.34). Sledi reševanje različnih nalog o ploščinah trikotnikov.

<sup>2</sup> Glej <https://www.thatquiz.org/sl/practicetest?1y4ln9fx8buz>.

<sup>3</sup> Glej <https://www.thatquiz.org/sl/practicetest?1w4ln9gy87qc>.

Nariši trikotnik ABC s podatki:  
 $a = 4$  cm,  $b = 5$  cm in  $c = 6$  cm.  
Kaj lahko poveš o ploščini  
trikotnika ABC? Zdaj preoblikuj  
en trikotnik v pravokotnik.  
Pomagaj si s spodnjim  
prikazom. Opiši postopek.



**Slika 5.33** Raziskovanje ploščine trikotnika (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 376)

Izreži pravokotnik z dolžino 8 cm in širino 6 cm. Pravokotnik prereži po eni izmed diagonal na dva lika. Katera lika nastaneta? Izračunaj njuni ploščini.

**Slika 5.34** Raziskovanje ploščine pravokotnega trikotnika s pomočjo aktivnosti v i-učbeniku (povzeto po Tratar idr., 2014, str. 378)

#### *Aktivnost 4 – utrjevanje računanja ploščin likov*

Ob zaključku obravnave snovi o ploščinah trikotnikov in štirikotnikov učenci, ob različnih interaktivnih nalogah, didaktičnih igrah ali aktivnostih v i-učbeniku, utrdijo snov o računanju ploščine trikotnikov in štirikotnikov.

Didaktična igra Travnik<sup>4</sup> in spletni kviz Izračunaj ploščino<sup>5</sup> sta namenjena razvoju proceduralnih znanj o ploščinah trikotnikov in štirikotnikov. Sledi reševanje problemskih nalog iz spletnega učnega okolja in i-učbenika.

<sup>4</sup> Glej [http://www2.arnes.si/~osljkk6/matematika/ploscina/ploscina\\_likov.html](http://www2.arnes.si/~osljkk6/matematika/ploscina/ploscina_likov.html).

<sup>5</sup> Glej <https://www.thatquiz.org/sl/practicetest?1y4ln9hz8bca>.

## Sklepne ugotovitve

Hiter tehnološki razvoj ima velik vpliv na vsa področja družbe, tudi na področje izobraževanja. Tradicionalni pristopi pri poučevanju niso več učinkoviti, saj so za učinkovito učenje potrebni aktivnost učencev, motivacija in zmožnost povezovanja obstoječega znanja z novimi informacijami ter prenos in uporaba znanja v novih situacijah. Motivacijo učencev lahko dosežemo na različne načine – z uporabo ustreznega pristopa, ki spodbuja aktivno vlogo učenca v procesu učenja, s pripravo oz. z izbiro didaktično pestrega učnega okolja, ki omogoča individualizacijo in personalizacijo učenja, kjer učenec soustvarja učno pot in cilje dosega na njemu ustrezen način (zagotavljanje različnih reprezentacij), z izbiro učnih sredstev, ki so del vsakdana otrok (uporaba (tabličnega) računalnika je učencem bližja kot reševanje nalog tipa papir – svinčnik), z individualiziranim pristopom k otroku, kjer virtualna učna okolja učitelju omogočajo širše možnosti prilagajanja raznolikim skupinam učencev itd.

Eden od namenov pričujoče monografije je učiteljem matematike približati kognitivno-konstruktivističen način poučevanja matematike z uporabo IKT. Pri tem smo želeli, da bi uvideli nujnost spremembe načina poučevanja – od transmisijskega k transformacijskemu – ter vanj vnesli sodobnejše metode učenja in poučevanja ter s tem zagotovili aktivno udeležbo učencev v procesu izgrajevanja znanja.

Zaradi naštetih razlogov in izsledkov nacionalnih ter mednarodnih raziskave smo razvili in v praksi preizkusili model problemskega pouka geometrije z uporabo IKT v 7. razredu osnovne šole. V oblikovanem modelu problemskega pouka učenci osnovne geometrijske pojme usvajajo z uporabo IKT (samostojno raziskovanje z uporabo e-gradiv, z uporabo i-učbenika, z didaktičnimi igrami in s simulacijami idr.), h geometriji pristopajo problemsko ter tako razvijajo znanja in strategije za uspešno reševanje različnih geometrijskih problemov ter problemov iz vsakdanjega življenja. Pri tem so poudarjeni pomembna vloga rabe IKT pri spodbujanju individualizacije učnega procesa, njen vpliv na enostavnejšo vizualizacijo osnovnih geometrijskih pojmov ter raziskovanje in reševanje geometrijskih problemov. Dejavnosti temeljijo na raziskovanju, spodbujajo sodelovanje med učenci ter izmenjavo mnenj. Tako učenci sooblikujejo pouk ter sprejemajo smiselne odločitve, povezane z njihovimi lastnimi izkušnjami iz vsakdanjega življenja.

Model pouka, ki temelji na problemskem učenju, spodbuja aktivno vlogo učenca in omogoča raziskovalno učenje. Učencem je zagotovljena možnost izbire, saj mu spletno učno okolje omogoča srečanje z različnimi fizičnimi in virtualnimi situacijami. S tem učenec (so)ustvarja lastno učno pot, omogočeno mu je tudi manj linearno, hierarhično ali sistematično napredovanje, ki vsebuje priporočila za nadaljnje delo. Spletno učno okolje z multimedijskimi gradniki, interaktivnimi nalogami učencem omogoča različne reprezentacije in prehajanje med njimi, kar pomembno vpliva na razvoj sposobnosti vizualizacije – učenec gradi geometrijske predstave na konkretnem nivoju, ob slikovni podpori sledi prehod na simbolni nivo –, uporaba animacije mu omogoča, da učenec proces sproži in opazuje ter po potrebi ponovi. Pomembno vlogo ima sprotna povratna informacija, ki je neosebna in nepristranska. Aktivnosti so usmerjene v reševanje in raziskovanje različnih geometrijskih problemov. Reševanje problemov razvija divergentno in konvergentno mišljenje, ustvarjalnost, sposobnost argumentiranja in odločanja ter zmožnost interdisciplinarnih povezav.

Uporaba IKT pri pouku geometrije predstavlja dodano vrednost, prispeva k učinkovitemu učenju in poučevanju, spodbujanju aktivne udeležbe učencev v procesu učenja in posledično h kakovostnejši izgradnji znanja.



# Literatura

- Aberšek, B., Flogie, A., in Šverc, A. (2015). *Sodobno kognitivno izobraževanje in transdisciplinarni modeli učenja: pedagoška strategija*. Maribor: Fakulteta za naravoslovje in matematiko.
- Acevedo Nistal, A., Van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J., in Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: A critical review. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education*, 41(5), 627–636.
- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 789–795.
- Ajdoždu, M. Z., in Kešan, C. (2014). A research on geometry problem solving strategies used by elementary teachers candidates. *Journal of Educational and Instructional Studies in the World*, 4(1), 53–62.
- Aksal, F. A. (2011). Developing evaluative tool for online learning and teaching. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10(3), 69–75.
- Ally, M. (2007). Foundations for educational theory for online learning. V T. Anderson (ur.), *The theory and practice of online learning* (str. 15–44). Edmonton: Athabasca University Press.
- Anderson, T., in Elloumi, F. (ur.) (2004). *Theory and practice of online learning*. Athabasca: Athabasca University Press.
- Andoljšek, I. (1973). *Osnove didaktike*. Ljubljana: Zavod za šolstvo.
- Anglin, W. S. (1994). *Mathematics: A concise history and philosophy*. New York, NY: Springer.
- Antolin, D. (2009). Kombinirano (e-)izobraževanje pri pouku matematike. *Matematika v šoli*, 15(3/4), 144–161.
- Antolin, D., in Lipovec, A. (2010). Uporaba e-učnih gradiv pri obravnavi osnovnih geometrijskih pojmov. V A. Lenarčič, M. Kosta in K. Blagus (ur.), *Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT SIRIKT 2010* (str. 217–222). Ljubljana: Miška.
- Antolin Drešar, D., in Lipovec, U. (2015). Shematske vizualne reprezentacije potence. *Revija za elementarno izobraževanje*, 8(4), 143–158.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., in Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education*, 34(3), 66–72.

- Atanasova-Pachemska, T., Gunova, V., Kocva Lazarova, L., in Pachemska, S. (2016). Visualization of the geometry problems in primary math education: Needs and Changes. *Istraživanje matematičkog obrazovanja*, 8(15), 33–37.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.
- Bakar, K. A., Ayub, A. F. M., Luan, W. S., in Tarmizi, R. A. (2010). Exploring secondary school students' motivation using technologies in teaching and learning mathematics. *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 4650–4654.
- Beacham, N. A., in Alty, J. L. (2006). An investigation into the effects that digital media can have on the learning outcomes of individuals who have dyslexia. *Computers & Education*, 47(1), 74–93.
- Becta. 2007. *The impact of ICT in schools – A landscape review*. Pridobljeno s <http://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20101007160804/>
- Bieda, K. N., in Nathan, M. J. (2009). Representational disfluency in algebra: Evidence from student gestures and speech. *ZDM – The International Journal of Mathematics Education*, 41(5), 637–650.
- Bishop, A. (1989). Review of research in visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1–2), 7–16.
- Blažič, M., Ivanuš-Grmek, M., Kramar, M., in Strmčnik, F. (2003). *Didaktika*. Novo mesto: Visokošolsko središče.
- Blurton, C. (1999). New directions of ICT-Use in education. V C. Blurton (ur.), *UNESCO's World Communication and Information Report 1999* (str. 46–61). Pariz: UNESCO.
- Bocconi, S., Kampylis, P. G., in Punie, Y. (2012). *Inovating learning: Key elements for developing creative classrooms in Europe*. Pridobljeno s <http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC72278.pdf>
- Borwein, J. M., in Bailey, D. H. (2003). *Mathematics by experiment: Plausible reasoning in the 21st century*. Natick, MA: AK Peters.
- Brečko, B. (2015). *Metodološki pristop k merjenju učinkov rabe informacijsko-komunikacijske tehnologije v izobraževanju* (neobjavljena doktorska disertacija). Univerza v Ljubljani, Ljubljana.
- Brečko, B. N., in Rožman, M. (2007). *Nacionalno poročilo SITES 2006: druga mednarodna raziskava o uporabi informacijskih in komunikacijskih tehnologij v izobraževanju*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Brečko, B. N., in Vehovar, V. (2008). *Informacijsko-komunikacijska tehnologija pri poučevanju in učenju v slovenskih šolah*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Bregar, L., Zagmajster, M., in Radovan, M. (2010). *Osnove e-izobraževanja: priročnik*. Ljubljana: Andragoški center Slovenije.
- Brown, C. A., in Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. V D. A. Grouws (ur.), *Handbook on research on mathematics teaching and learning* (str. 209–239). New York, NY: MacMillan.
- Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.

- Bruner, J. (1977). *The process of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Burrill, G. (2002). *Handheld graphing technology in secondary mathematics: Research findings and implications for classroom practice*. Michigan, US: Michigan State University.
- Cencič, M., Cotič, M., in Medved-Udovič, V. (2010). Spremembe pouka in kompetence učiteljev za uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije. *Pedagoška obzorja*, 25(2), 19–34.
- Chapman, J. O. (2010). Teachers' self-representations in teaching mathematics. *Mathematics Teacher Education*, 13(4), 289–294.
- Clark, R. C., in Mayer, R. E. (2011). *E-Learning and the science of instruction: Proven guidelines and designers of multimedia learning* (3. izd.). San Francisco, CA: Pfeiffer.
- Clark-Wilson, A. (2008). *Evaluating TI-Nspire™ in secondary mathematics classrooms* (poročilo). University of Chichester, Chichester.
- Clements, D. H., in Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. V D. A. Grouws (ur.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (str. 420–464). New York, NY: MacMillan.
- Condie, R., Munro, B., Muir, D., in Collins, R. (2005). *The impact of ICT initiatives in Scottish schools: Phase 3*. Edinburgh: SEED.
- Cope, L. (2015). Math manipulatives: Making the abstract tangible. *Delta Journal of Education*, 5(1), 10–19.
- Cotič, M., Felda, D., in Hodnik Čadež, T. (2003). *Igraje in zares v svet matematičnih čudes: kako poučevati matematiko v 1. razredu devetletne osnovne šole*. Ljubljana: DZS.
- Cuban, L., Kirkpatrick, H., in Peck, C. (2001). High access and low use of technologies in high school classrooms: Explaining an apparent paradox. *American Educational Research Journal*, 38(4), 813–834.
- Davis, T. (2006). *Geometry with computers: Computer-based techniques to learn and teach euclidean geometry*. Pridobljeno s <http://www.geometer.org/geometer/Geometry.pdf>
- De Corte, E. (2013). Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V H. Dumont, D. Istance in F. Benavides (ur.), *O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse* (str. 37–64). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- De Jong, T., Ainsworth, S., Dobson, M., Van der Hulst, A., Levonen, J., in Reinmann, P. (1998). Acquiring knowledge in science and math: The use of multiple representations in technology based learning environments. V M. W. van Someren, P. Reimann, H. P. A. Boshuizen in T. de Jong (ur.), *Learning with multiple representations* (str. 9–40). Amsterdam: Pergamon.
- diSessa, A. A. (1988). Knowledge in pieces. V G. Forman in P. B. Pufall (ur.), *Constructivism in the computer age* (str. 49–70). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P., in Gijbels, D. (2003). Effects of problem-based learning: A meta-analysis. *Learning and Instruction*, 13(5), 533–568.
- Douglas, M. (1998). *A journey into constructivism*. Pridobljeno s <https://douglas.com/archives/a-journey-into-constructivism>

- Downes, S. (2005). E-learning 2.0. Pridobljeno s <http://elearnmag.acm.org/featured.cfm?aid=1104968>
- Duke, B., Harper, G., in Johnston, M. (2013). Connectivism. *The International HELT Review* (Special issue), 4–14.
- Dumont, H., in Istance D. (2010). Analiziranje in oblikovanje učnih okolij za 21. stoletje. V H. Dumont, D. Istance in F. Benavides (ur.), *O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse* (str. 23–36). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Mediterranean Journal for research in Mathematics Education*, 1(2), 1–16.
- Eisner, E. (2004). Preparing for today and tomorrow. *Educational Leadership*, 61(4), 6–10.
- Eržen, V. (2012). Ocenjevanje in učenje: splošni trendi. V A. Žakelj in M. Borstner (ur.), *Razvijanje in vrednotenje znanja* (str. 49–54). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Eurydice. (2012). *Pomembni podatki o učenju in inovacijah z IKT po šolah v Evropi 2011*. Ljubljana: Ministrstvo za izobraževanje, znanost, kulturo in šport.
- Feiman-Nemser, S., in Buchman, M. (1985). Pitfalls of experience in teacher preparation. *Teachers College Record*, 87(1), 53–65.
- Franchi, E. (1992). *La matematica nella scuola elementare*. Brescia: La Scuola.
- Frobisher, L. (1994). Problems, investigations and an investigative approach. V A. Orton in G. T. Wain (ur.), *Issues in teaching mathematics* (str. 150–173). London; New York: Cassell.
- Gabrielli, S., Mirabella, V., Kimani, S., in Catarci, T. (2006). A boosting approach to content development for learners with special needs. *Educational Technology & Society*, 9(4), 17–26.
- Gagne, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.
- Gaukroger, S. (2000). Narava abstraktnega mišljenja: filozofski vidiki Descartesovega dela v algebri. *Filozofski vestnik*, 21(1), 157–176.
- Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1–3), 163–179.
- Gerlič, I. (2000). *Sodobna informacijska tehnologija v izobraževanju*. Ljubljana: DZS.
- Gerlič, I. (2006). *Stanje in trendi uporabe informacijsko komunikacijske tehnologije (IKT) v slovenskih osnovnih šolah* (poročilo o raziskovalni nalogi za leto 2005). Univerza v Mariboru, Maribor.
- Gerlič, I. (2011). *Stanje in trendi uporabe informacijsko komunikacijske tehnologije (IKT) v slovenskih osnovnih šolah* (poročilo o raziskovalni nalogi za leto 2011). Univerza v Mariboru, Maribor.
- Gerlič, I. (2013). *Informacijsko komunikacijske tehnologije v slovenskih osnovnih šolah: stanje in možnosti*. Maribor: Fakulteta za naravoslovje in matematiko; Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.

- Gerlič, I., in Jaušovec, N. (1998). Spoznavni procesi prisotni pri multimedijsko posredovanem gradivu. *Sodobna pedagogika*, 49(2), 197–206.
- Gold, J. (2015). *Vzgoja v digitalni dobi: priročnik za spodbujanje zdravega odnosa do tehnologije od rojstva do najstniških let*. Radovljica: Didakta.
- Grabner, R. H., Stern, E., in Neubauer A. C. (2007). Individual differences in chess expertise: A psychometric investigation. *Acta Psychologica*, 124(3), 398–420.
- Griffin, S., in Case, R. (1997). Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education*, 3(1), 1–49.
- Güler, G., in Çiltaş, A. (2011). The visual representation usage levels of mathematics teachers and students in solving verbal problems. *International Journal of Humanities and Social Science*, 1(11), 145–154.
- Heddens, J. W. (1986). Bridging the gap between the concrete and the abstract. *Arithmetic Teacher*, 33(6), 14–17.
- Heddens, J. W. (1997). *Improving mathematics teaching by using manipulatives*. Pridobljeno s <https://www.scribd.com/document/287814365/Improving-Mathematics-Teaching-by-Using-Manipulatives-docx>
- Hegarty, M., in Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 648–689.
- Heinze, A., Star, J. R., in Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 41(5), 535–540.
- Hennessy, S., Deane, R., in Ruthven, K. (2005). *Emerging teacher strategies for supporting subject teaching and learning with ICT*. Cambridge: University of Cambridge.
- Herbel-Eisenmann, B., in Phillips, E. D. (2008). Analyzing students' work: A context for connecting and extending algebraic knowledge for teaching. V C. E. Greenes in R. Rubenstein (ur.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics: Seventieth yearbook* (str. 295–311). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry – Two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61–76.
- Hodnik Čadež, T. (2003). Pomen modela reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov. *Pedagoška obzorja*, 18(1), 3–21.
- Hodnik Čadež, T. (2004). Vloga konstruktivizma pri oblikovanju matematičnih pojmov na razredni stopnji. V B. Marentič-Požarnik (ur.), *Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev* (str. 321–336). Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.
- Hodnik Čadež, T. (2014). Reprezentiranje matematičnih pojmov pri pouku matematike na razredni stopnji. V A. Žakelj (ur.), *Učne težave pri matematiki in slovenščini – izziv za učitelje in učence* (str. 32–44). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Hoffmann, D. (1998). *Visual intelligence: How we create what we see*. New York, NY: W. W. Norton.

- Japelj, B., in Čuček, M. (2000). *SITES: druga mednarodna raziskava uporabe informacijskih in komunikacijskih tehnologij v izobraževanju*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Japelj Pavešič, B. (2015). *Matematična in naravoslovna pismenost: interpretacija nalog in ideje za povečanje pismenosti pri pouku*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Japelj Pavešič, B., Svetlik, K., Rožman, M., in Kozina, A. (2008). *Matematični dosežki Slovenije v raziskavi TIMSS 2007: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Järvelä, S. (2001) Shifting research on motivation and cognition to an integrated approach on learning and motivation context. V S. Volet in S. Järvelä (ur.), *Motivation in learning contexts: Theoretical advances and methodological implications* (str. 105–127). Amsterdam: Pargamon.
- Jaušovec, N. (2007). E-učenje. V A. Vovk Korže, N. Vihar in A. Nekrep (ur.), *Partnerstvo fakultet in šol kot spodbuda profesionalnemu razvoju učiteljev* (str. 145–151). Maribor: Pedagoška fakulteta.
- Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol system of algebra. V S. Wagner in C. Kieran (ur.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (str. 167–194). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Karmiloff-Smith, A. (1992). *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., in Johnson, A. (2008). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont, CA: Thomson Wadsworth.
- Kirschner, P. A., in Karpinski, A. C. (2010). Facebook® and academic performance. *Computers in Human Behavior*, 26(6), 1237–1245.
- Kmetič, S. (2008). Vloga računalniške tehnologije pri pouku matematike. *Vzgoja in izobraževanje*, 39(5), 52–58.
- Kmetič, S., Miholič, T., in Zobec, V. (2014). Do višine trikotnika po več poteh. V S. Kmetič, J. Bone, S. Rajh, A. Sambolič Beganović, M. Sirnik in M. Suban (ur.), *2. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2014* (str. 303–325). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Kokol-Voljč, V. (2006). Razvoj osnovnih matematičnih pojmov z uporabo programov za dinamično geometrijo – dinamična ponazoritev. *Pedagoška obzorja*, 21(1), 34–47.
- Kolb, D. A. (1984). *Experiential learning experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Komljanc, N. (2004). Vloga povratne informacije v učnem procesu. *Sodobna pedagogika*, 55(1), 140–152.
- Koo, D. (2009). The moderating role of locus of control on the links between experiential motives and intention to play online games. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 466–474.
- Kosslyn, S., (1996). *Image and brain: The resolution of the imagery debate*. Cambridge, MA; London: The MIT Press.
- Košir, M., in Ranfl, R. (1996). *Vzgoja za medije*. Ljubljana: DZS.

- Kramar, M. (2004). Konstruktivizem in učiteljeva vloga v izobraževalnem procesu. V B. Marentič-Požarnik (ur.), *Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev* (str. 113–122). Ljubljana: Filozofska fakulteta.
- Kreuh, N. (2012). Skupaj do cilja. *Bilten e-šolstvo*, št. 7, 4-11.
- Krnel, D. (2008). Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) pri pouku v nižjih razredih osnovne šole. *Naravoslovna solnica: za učitelje, vzgojitelje in starše*, 13(1), 6–9.
- Kubale, V. (2003). *Didaktika matematike*. Celje: samozaložba.
- Kyriacou, C., in Goulding, M. (2006). *Mathematics education: A systematic review of strategies to raise pupils' motivational effort in key stage 4 mathematics*. London: University of London.
- Labinowicz, E. (2010). *Izvirni Piaget: mišljenje, učenje, poučevanje*. Ljubljana: DZS.
- Lee, H., in Hollebrands, K. (2008). Preparing to teach mathematics with technology. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(4), 326–341.
- Lipovec, A., Kobal, D., in Repolusk, S. (2007). Načela didaktike in zdrava pamet pri e-učenju. V M. Vreča in U. Bohte (ur.), *Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT: SIRIKT 2007* (str. 261–265). Ljubljana: Arnes.
- Llinares, S., in Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. V A. Gutiérrez in P. Boero (ur.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (str. 429–459). Rotterdam: Sense Publishers.
- MacCann, A. (1996). Designing accessible learning materials for learners with disabilities and learning difficulties. *Australian Journal of Educational Technology*, 12(2), 109–120.
- MacDonald, A. (2013). Using children's representations to investigate meaning-making in mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, 38(2), 65–73.
- Mallet, D. G. (2007). Multiple representations for system of linear equations via the computer algebra system Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(1), 16–32.
- Mangan, A., in Ecalle, J. (2006). Audio-visual training in children with reading disabilities. *Computers & Education*, 46(4), 407–425.
- Marentič-Požarnik, B. (2000). *Psihologija učenja in pouka*. Ljubljana: DZS.
- Marentič-Požarnik, B., Magajna, L., in Peklaj, C. (1995). *Izziv raznolikosti: stili spoznavanja, učenja, mišljenja*. Nova Gorica: Educa.
- Markovac, J. (1990). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Mayer, R. E. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning. *American Psychologist*, 59(1), 14–19.
- Mayer, R. E. (2013). Učenje s tehnologijo. V H. Dumont, D. Istance in F. Benavides (ur.), *O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse* (str. 163–181). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

- Mayer, R. E., in Moreno, R. (2002). Aids to computer based multimedia learning. *Learning and Instruction*, 12(1), 107–119.
- Mayer, R. E., in Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist*, 38(1), 43–52.
- McMeniman, M. (1989). Motivation to learn. V P. Langford (ur.), *Educational psychology: An Australian perspective* (str. 215–237). South Melbourne: Longman Cheshire.
- Mergel, B. (1998). *Instructional design and learning theory*. Saskatoon: University of Saskatchewan.
- Mešinović, S. (2016). *Vizualizacija geometrijskih pojmov z uporabo geoplošče v osnovni šoli* (neobjavljena doktorska disertacija). Univerza na Primorskem, Koper.
- Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport. (2013). Obrazec za formativno spremljanje učenja. Pridobljeno s <https://www.zrss.si/BP2013/files/Obrazec-za-formativno-spremljanje-ucenja.pdf>
- Mioduser, D., Tur-Kaspa, H., in Leitner, I. (2000). The learning value of computer-based instruction of early reading skills. *Journal of Computer Assisted Learning*, 16(1), 54–63.
- MIZŠ. (2016). *Strateške usmeritve nadaljnega uvajanja IKT v slovenske VIZ do leta 2020*. Pridobljeno s [http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/StrateskeUsmeritveNadaljnegaUvajanjaIKT1\\_2016.pdf](http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/StrateskeUsmeritveNadaljnegaUvajanjaIKT1_2016.pdf)
- Modic, D. (2009). *Trikotniki*. Ljubljana: Math.
- Mori, I. (2007). *Učenje in poučevanje z računalnikom v prvem triletju osnovne šole*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Moshman, D. (1982). Exogenous, endogenous, and dialectical constructivism. *Developmental Review*, 2(4), 371–384.
- Muir-Herzig, R. G. (2004). Technology and its impact in the classroom. *Computers & Education*, 42(2), 111–131.
- Nelson, L., Sadler, L., in Surtees, G. (2005). Bringing problem based learning to life using virtual reality. *Nurse Education in Practice*, 5(2), 103–108.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1–24.
- Noonan, J. (1990). Readability problems presented by mathematics text. *Early Child Development and Care*, 54(1), 57–81.
- Državni izpitni center. (2006). Matematika: preizkus znanja; torek, 9. maja. Pridobljeno s <http://www.ric.si/mma/No61-401MAT-3-1/2008020416254655/>
- Oblinger, D. G. (2004). The next generation of educational engagement. *Journal of Interactive Media in Education*, 8, 1–18.
- Ofsted. (2004). *Report: ICT in schools – The impact of government initiatives: Primary schools*. London: avtor.
- Orton, A. (2004). *Learning mathematics: Issues, theory and classroom practice* (3. izdaja). London: Continuum.
- Orton, A., in Wain G. (ur.) (1994). *Issues in teaching mathematics*. London: Cassell.



- Paechter, M., Maier, B., in Macher, D. (2010) Student's expectations of, and experiences in e-learning: Their relation to learning achievements and course satisfaction. *Computer & Education*, 54(1), 222–229.
- Palmer, S. E. (1978). Fundamental aspects of cognitive representation. V E. Rosch, B. B. Lloyd (ur.), *Cognition and categorization* (str. 259–303). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Pappas, C. (2014). Instructional design models and theories: The discovery learning model. Pridobljeno s <https://elearningindustry.com/discovery-learning-model>
- Passey, D., Rogers, C., Machell, J., in McHugh, G. (2004). *The motivational effect of ICT on pupils* (Research Report No. 532). Nottingham: DfES.
- Pesek, I. (2011). Kaj je e-gradivo. *Bilten e-šolstva*, št. 5, 5.
- Piciga, D. (1995). Od razvojne psihologije k drugačnemu učenju in poučevanju. Nova Gorica: Educa.
- Pintrich, P. R., in Schunk, D. H. (1996). *Motivation in education: Theory, research & applications*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- PISA. (2006). *Naravoslovni, bralni in matematični dosežki slovenskih učencev: nacionalno poročilo*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
- Plut-Pregelj, L. (2000). Analitično-logično in pripovedno mišljenje: nujni sestavini izobraževalno-vzgojne dejavnosti. *Sodobna pedagogika*, 51(2), 138–156.
- Plut-Pregelj, L. (2005). Sodobna šola ostaja šola: kaj pa se je spremenilo? *Sodobna pedagogika*, 56(1), 16–32.
- Podhostnik, K. (1981). *Didaktika*. Ljubljana: Pedagoška akademija.
- Poljak, V. (1970). *Didaktika za pedagoške akademije*. Zagreb: Školska knjiga.
- Polya, G. (1989). *Kako rešujemo matematične probleme*. Ljubljana: DMFA.
- Požar, M. (2004). Uporaba računalnika na razredni stopnji. V M. Blažič (ur.), *Mediji v izobraževanju: zbornik mednarodnega znanstvenega simpozija* (str. 414–419). Novo mesto: Visokošolsko središče.
- Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 595–610.
- Presmeg, N. C. (2014). Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 46(1), 151–157.
- Pustavrh, S. (2014). Od zelene table do tabličnih računalnikov. V S. Kmetič, J. Bone, S. Rajh, A. Sambolić Beganović, M. Sirnik in M. Suban (ur.), *2. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2014* (str. 230–238). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2016). Risanje skic pri geometriji. V M. Suban, J. Bone, S. Rajh in M. Sirnik, (ur.), *3. mednarodna Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2016* (str. 107–113). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

- Race, P. (1998). Teaching: Creating a thirst for learning? V S. Brown (ur.), *Motivating students* (str. 47–58). London: Kogan Page.
- Radovan, M. (2011). Psihološko-didaktični vidiki tutorske podpore v e-izobraževanju. *Andragoška spoznanja*, 17(4), 73–82.
- Räsänen, P., Salminen, J., Wilson, A. J., Aunio, P., in Dehaene, S. (2009). Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. *Cognitive Development*, 24(4), 450–472.
- Rebolj, V. (2008). *E-izobraževanje: skozi očala pedagogike in didaktike*. Radovljica: Didakta.
- Repolusk, S. (2009). *E-učna gradiva pri pouku matematike* (neobjavljeno magistrsko delo). Univerza v Mariboru, Maribor.
- Repolusk, S. (2013). *Značilnosti učnega pogovora pri učenju matematike z apleti* (neobjavljena doktorska disertacija). Univerza v Mariboru, Maribor.
- Roblyer, M. D. (2003). *Integrating educational technology into teaching* (3rd edition). Columbus, OH: Prentice-Hall.
- Roschelle, J., Shechtman, N., Tatar, D., Hegedus, S., Hopkins, B., Empson, S., ... in Gallagher, L. P. (2010). Integration of technology, curriculum, and professional development for advancing middle school mathematics: Three large-scale studies. *American Educational Research Journal*, 47(4), 833–878.
- Rugelj, J. (2007). Nove strategije pri uvajanju IKT v izobraževanje. V M. Vreča in U. Boh-te (ur.), *Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT: SIRIKT 2007* (str. 112–115). Ljubljana: Arnes.
- Sangrà, A., in González-Sanmamed, M. (2010). The role of information and communication technologies in improving teaching and learning processes in primary and secondary schools. *Research in Learning Technology*, 18(3), 47–59.
- Şahin, O. (2008). *In- & pre-service elementary school teachers? Van Hiele reasoning stages* (neobjavljena magistrska naloga). Kocatepe University, Afyon.
- Sawyer, R. K. (2006). Educating for innovation. *Thinking skills and Creativity*, 1(1), 41–48.
- Schneider, M., in Stern, E. (2013). Kognitivni pogled na učenje: deset temeljnih ugovovitev. V H. Dumont, D. Istance in F. Benavides (ur.), *O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse* (str. 65–82). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Selvi, K. (2010). Motivating factors in online courses. *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 819–824.
- Sentočnik, S., in Rutar Ilc, Z. (2001). Koncepti znanja, učenje za razumevanje. V A. Zupan in M. Turk Škraba (ur.), *Modeli poučevanja in učenja: zbornik prispevkov 2001* (str. 19–41). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Seo, Y. J., in Bryant, D. P. (2009). Analysis of studies of the effects of computer-assisted instruction on the mathematics performance of students with learning disabilities. *Computers & Education*, 53(3), 913–928.
- Seo, Y. J., in Woo, H. (2010). The identification, implementation, and evaluation of critical user interface design features of computer-assisted instruction programs

- in mathematics for students with learning disabilities. *Computers & Education*, 55(1), 363–377.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of a new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23.
- Siemens, G. (2004). *Categories of elearning*. Pridobljeno s <http://www.uh.cu/static/documents/AL/elearning%20categories.pdf>
- Siemens, G. (2008). *Learning and knowing in networks: Changing roles for educators and designers*. Pridobljeno s [http://www.ingedewaard.net/papers/connectivism/2008\\_siemens\\_Learning\\_Knowing\\_in\\_Networks\\_changingRolesForEducatorsAndDesigners.pdf](http://www.ingedewaard.net/papers/connectivism/2008_siemens_Learning_Knowing_in_Networks_changingRolesForEducatorsAndDesigners.pdf)
- Skemp, R. R. (1993). *The psychology of learning mathematics*. London: Penguin Books.
- Skryabin, M., Zhang, J., Liu, L., in Zhang, D. (2015). How the ICT Development level and usage influence student achievement in reading, mathematics and science. *Computers & Education*, 85, 49–58.
- Slavin, R. (2009). What works in teaching maths? Pridobljeno s [http://www.bestevidence.org.uk/assets/What\\_works\\_in\\_teaching\\_maths\\_\(primary\\_and\\_secondary\).pdf](http://www.bestevidence.org.uk/assets/What_works_in_teaching_maths_(primary_and_secondary).pdf)
- Stigler, J. W., in Hiebert J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: The Free Press.
- Suban Ambrož, M. (2013). Razumevanje matematike z uporabo IKT. V N. Kreuh, B. Trstenjak, K. Blagus, M. Kosta, A. Lenarčič in A. Stopar (ur.), *Mednarodna konferenca Splet izobraževanja in raziskovanja z IKT: SIRIKT 2013* (str. 186–191). Ljubljana: Miška.
- Sweller, J. (1989). Cognitive technology: Some procedures for facilitating learning and problem solving in mathematics and science. *Journal of Educational Psychology*, 81(4), 457–466.
- Šilih, G. (1961). *Očrt splošne didaktike*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Šteh, B. (2004). Koncept aktivnega in konstruktivnega učenja. V B. Marentič-Požarnik (ur.), *Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev* (str. 149–163). Ljubljana: Filozofska fakulteta.
- Taatgen, N. (2005). Modeling parallelization and flexibility improvements in skill acquisition: From dual tasks to complex dynamic skills. *Cognitive Science*, 29(33), 421–455.
- Taber, K. S. (2001). Shifting sands: A case study of conceptual development as competition between alternative conceptions. *International Journal of Science Education*, 23(7), 731–753.
- TIMSS. 2011. Mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja TIMSS 2011. Pridobljeno s <https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/Izhodisca-raziskave-TIMSS-2011.pdf>
- Tratar, J., Mahnič, B., Lešnik, V., Štahr, A., Pev, M., Miklavčič-Jenič, A., ... in Tadina Benčec, V. (2014). *Matematika 7: i-učbenik za matematiko v 7. razredu osnovne šole*. Pridobljeno s <http://eucbeniki.sio.si/matematika7>

- Trucano, M. (2005). *Knowledge maps: ICT in education*. Washington, DC: World Bank.
- Valenčič Zuljan, M. (2002). Kognitivno-konstruktivistični model pouka in nadarjeni učenci. *Pedagoška obzorja*, 17(3–4), 3–12.
- Valentine, G., Marsh, J., in Pattie, C. (2005). *Children and young people's home use of ICT for educational purposes*. London: DfES.
- Van Braak, J. (2001). Factors influencing the use of computer mediated communication by teachers in secondary schools. *Computers & Education*, 36(1), 41–57.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., in Bay-Williams J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston, MA: Pearson.
- Vehovar, V. (2007). *Elearning in Slovenia*. Ljubljana: Faculty of Social Sciences.
- Verschaffel, L., Greer, B., in De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. V F. Lester (ur.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (str. 557–628). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Vidmar, D. (2007). *Interaktivne vaje: matematika*. Pridobljeno [http://www2.arnes.si/~osljkk6/matematika/ploscina/ploscina\\_mesano.htm](http://www2.arnes.si/~osljkk6/matematika/ploscina/ploscina_mesano.htm)
- Vosniadou, S. (ur.) (2008). *International handbook of research on conceptual change*. London: Routledge.
- Walling, D. R. (2014). *Designing learning for tablet classrooms: Innovations in instruction*. Cham: Springer.
- Watkins, D., in Akande, A. (1994). Approaches to learning of Nigerian secondary school children: Emic and etic perspectives. *International Journal of Psychology*, 29(2), 165–182.
- Whiteley, W. (2004). *Visualization in mathematics: Claims and questions towards a research program*. Pridobljeno s <http://www.math.yorku.ca/~whiteley/Visualization.pdf>
- Wickelgren, W. A. (1995). *How to solve mathematical problems*. New York, NY: Dover.
- Woolfolk, A. (2002). *Pedagoška psihologija*. Ljubljana: Educy.
- Zbiek, R. M. (2003). Using technology to foster mathematical meaning through problem solving. V H. L. Schoen in R. I. Charles (ur.), *Teaching mathematics through problem solving* (str. 93–104). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., in Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education. V F. K. Lester (ur.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (str. 1169–1207). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Zentall, S. S. (1990). Fact-retrieval automatization and math problem solving by learning disabled, attention-disordered, and normal adolescents. *Journal of Educational Psychology*, 82(4), 856–865.
- Žakelj, A. (2003). *Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Žakelj, A. (2004). Didaktični vidiki problemskih situacij pri pouku matematike. V B.

- Marentič-Požarnik (ur.), *Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev* (str. 307–320). Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.
- Žakelj, A. (2010). Data processing and statistics in the Slovenian curriculum. V *Data and context in statistics education: towards an evidence-based society: Abstract book* (str. 186–187). Voorburg: International Association for Statistical Education.
- Žakelj, A. (2012). Od preverjanja do ocenjevanja znanja. V A. Žakelj in M. Borstner (ur.), *Razvijanje in vrednotenje znanja* (str. 31–40). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Žakelj, A. (2013). Problemske naloge. V M. Suban in S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi: Matematika* (str. 87–113). Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- Žakelj, A. (2014). Procesi učenja z vidika učnih težav učencev pri matematiki. *Revija za elementarno izobraževanje*, 7(2), 5–22.
- Žakelj, A., Prinčič Röhler, A. Perat, Z., Lipovec A., Vršič, V., Repovž, B., . . . in Bregar Umek, Z. (2011). *Učni načrt: program osnovna šola; matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.



# Imensko kazalo

- Aberšek, 58  
Acevedo Nistal, 32  
Adams, 42  
Ajdoždu, 101  
Akande, 43  
Aksal, 86  
Ally, 22  
Alty, 87  
Anderson, 59, 60  
Andoljšek, 65  
Anglin, 96  
Antolin, 82, 93  
Antolin Drešar, 99  
Arcavi, 99  
Arzarello, 100  
Atanasova-Pachemska, 99, 100  
Aunio, 84  
Ausubel, 26, 63  
Ayub, 83  
Bailey, 92  
Bakar, 83  
Battista, 95, 100  
Bay-Williams, 32  
Beacham, 87  
Bieda, 32  
Bishop, 99  
Blažič, 65  
Bloom, 45  
Blume, 92  
Blurton, 69  
Bocconi, 81  
Borko, 33  
Borwein, 92  
Brečko, 82, 83, 90, 92  
Bregar, 21  
Brown, 33  
Bruner, 25, 28, 67  
Bryant, 84  
Buchman, 33  
Burrill, 84  
Case, 37  
Catarci, 85  
Cencič, 93  
Chapman, 31  
Çiltaş, 99, 127  
Clarebout, 32  
Clark, 67  
Clark-Wilson, 84  
Clements, 95, 100  
Collins, 83  
Condie, 83  
Cope, 67  
Cotič, 93, 95  
Cuban, 92  
Čuček, 84  
Davis, 103  
De Corte, 14–18, 20, 23, 63, 64, 82  
De Jong, 31  
Deaney, 84  
DeCorte, 31  
Dehaene, 84  
Dick, 92  
diSessa, 40  
Dochy, 86  
Dougiamas, 18, 19  
Downes, 21  
Duffy, 63  
Duke, 22  
Dumont, 55  
Duval, 37  
Ecalte, 83  
Eisner, 32  
Elen, 32  
Elloumi, 59, 60  
Eržen, 52, 55  
Eurydice, 93

- Feiman-Nemser, 33  
Felda, 95  
Flogie, 58  
Franchi, 50  
Frobisher, 50, 108  
Fuchs, 90  
Gabrielli, 85  
Gagne, 23, 45  
Gaukroger, 101  
Gellert, 34  
Gerlič, 70, 73, 78, 80, 81, 86, 87, 90  
Gijbels, 86  
Gold, 69  
González-Sanmamed, 94  
Goulding, 94  
Grabner, 39  
Greer, 31  
Griffin, 37  
Güler, 99, 127  
Gunova, 99  
Harper, 22  
Heddens, 33, 36  
Hegarty, 99  
Heid, 92  
Heinze, 31  
Hennessy, 84  
Herbel-Eisenmann, 33  
Hershkowitz, 99  
Hiebert, 52, 53  
Hodnik Čadež, 23–26, 31–37, 66, 95  
Hoffmann, 99  
Hollebrands, 92  
Istance, 55  
Ivanuš-Grmek, 65  
Japelj, 84  
Japelj Pavešič, 43, 82  
Järvelä, 83  
Jaušovec, 16, 20, 78  
Johnson, 16  
Johnston, 22  
Kampylis, 81  
Kaput, 37  
Karmiloff-Smith, 33  
Karp, 32  
Karpinski, 89  
Kennedy, 16, 18, 20  
Keşan, 101  
Kimani, 85  
Kirkpatrick, 92  
Kirschner, 89  
Kmetič, 79, 84, 91, 92, 100  
Kobal, 16  
Koceva Lazarova, 99  
Kokol-Voljč, 92, 93, 100  
Kolb, 63  
Komljanc, 53  
Koo, 64  
Kosslyn, 99  
Košir, 89  
Kozhevnikov, 99  
Kozina, 82  
Krainer, 33  
Kramar, 21, 65  
Kreuh, 70  
Krnel, 78, 88, 89  
Kubale, 61, 62, 65, 66  
Kutzler, 93  
Kyriacou, 94  
Labinowicz, 19  
Lee, 92  
Leitner, 74  
Lipovec, 16, 93, 99  
Liu, 90  
Llinares, 33  
Luan, 83  
MacCann, 85  
MacDonald, 31  
Machell, 83  
Macher, 83  
Magajna, 63  
Maier, 83  
Mallet, 32  
Mangan, 82  
Marentič-Požarnik, 14–17, 20, 23–26, 28,  
29, 38, 63  
Markovac, 34



- Marsh, 83  
 Marzan, 45  
 Mayer, 42, 64, 67, 78, 82  
 McHugh, 83  
 McMeniman, 43  
 Medved-Udovič, 93  
 Mergel, 22  
 Mešinović, 95  
 Miholič, 100  
 Mioduser, 74  
 Mirabella, 85  
 Modic, 98, 102  
 Moreno, 42, 78  
 Mori, 70, 82, 84  
 Moshman, 41  
 Muir, 83  
 Muir-Herzig, 84  
 Munro, 83  
 Nathan, 32  
 Nelson, 63, 86  
 Neubauer, 39  
 Niss, 45  
 Noonan, 42  
 Oblinger, 84  
 Olivero, 100  
 Orton, 16, 17, 48  
 Pachemska, 99  
 Paechter, 83  
 Palmer, 33  
 Paola, 100  
 Papert, 55  
 Pappas, 29  
 Passey, 83  
 Pattie, 83  
 Peck, 92  
 Peklaj, 63  
 Pesek, 87  
 Philips, 33  
 Piciga, 28  
 Pintrich, 83  
 Plut-Pregelj, 27, 29  
 Podhostnik, 65, 66  
 Poljak, 66  
 Polya, 103  
 Požar, 85  
 Presmeg, 99  
 Punie, 81  
 Pustavrh, 93, 103, 104  
 Race, 43  
 Radovan, 21  
 Ranfl, 89  
 Raphael, 100  
 Räsänen, 84  
 Rebolj, 67, 73, 74, 76–79, 82, 84, 86, 88,  
     93  
 Repolusk, 16, 87, 89  
 Risemberg, 20  
 Roblyer, 92  
 Robutti, 100  
 Rogers, 83  
 Roschelle, 84  
 Rožman, 82  
 Rugelj, 82  
 Rutar Ilc, 26, 27  
 Ruthven, 84  
 Sadler, 63  
 Şahin, 101  
 Salminen, 84  
 Sangrà, 94  
 Sawyer, 58  
 Schneider, 38, 39, 42  
 Schunk, 83  
 Segers, 86  
 Selvi, 83  
 Sentočnik, 26, 27  
 Seo, 84, 87  
 Shulman, 38  
 Siemens, 21, 22  
 Simons, 63, 64  
 Skemp, 37  
 Skinner, 55  
 Skryabin, 90  
 Slavin, 93, 94  
 Star, 31  
 Stern, 38, 39, 42  
 Stigler, 52, 53

- Strmčnik, 65  
Suban Ambrož, 92  
Surtees, 63  
Svetlik, 82  
Sweller, 42  
Šilih, 65  
Šteh, 19  
Šverc, 58  
Taatgen, 40  
Taber, 39  
Tarmizi, 83  
Tipps, 16  
Tratar, 35, 36, 46, 49, 51, 118–120, 122, 123,  
125–132  
Trucano, 58, 90  
Tur-Kaspa, 74  
Valentine, 83, 84  
Valenčič Zuljan, 12  
Van Braak, 81, 94  
Van de Walle, 32  
Van den Bossche, 86  
Van Der Linden, 63  
Van Dooren, 32  
Vehovar, 89, 90, 92  
Verschaffel, 31, 32  
Vidmar, 79  
Vosniadou, 39  
Wahlstrom, 100  
Wain, 48  
Walling, 15  
Watkins, 43  
Whiteley, 99  
Wickelgren, 104  
William, 52  
Wilson, 84  
Woesman, 90  
Woo, 87  
Woolfolk, 15–18, 41  
Zagmajster, 21  
Zbiek, 92  
Zentall, 42  
Zhang, 90  
Zimmerman, 20  
Zobec, 100  
Žakelj, 13–15, 18–20, 23, 24, 28, 30, 31, 38,  
42, 45, 48, 49, 51, 52, 56, 57, 63, 64,  
66, 69, 84, 91, 92, 98, 102, 103,  
109–111

# Stvarno kazalo

- abstrakten koncept, 31, 40, 65
- abstrakten odnos, 40
- abstrakten pojem, 25, 34, 63, 67
- abstraktna raven, 29–31, 66, 123
- akomodacija, 19
- aktivna metoda, 73
- aktivna oblika, 11
- aktivno raziskovanje, 96
- algoritem, 33, 34, 48, 49
- algoritmčno mišljenje, 84
- animacija, 58, 69, 73, 78, 79, 95, 114, 122, 126, 127, 134
- animacije, 60
- aplet, 100
- aplikativno znanje, 46, 49
- asimilacija, 19
- avtentična situacija, 44
- behaviorizem, 15–18, 24, 25, 28, 59
- cilji
  - individualni, 53, 61
  - procesni, 27, 101
  - vsebinski, 27, 101
- človeški viri, 81
- definicija, 24, 27, 28, 40, 41, 46–48, 51
- didaktika, 12, 13, 66, 93
- didaktična igra, 23, 77, 79, 115, 119, 120, 132
- didaktična sredstva
  - avdiovizualna, 65
  - avditivna, 65
  - multimedijska, 66
  - virtualna, 67
  - vizualna, 65
- didaktični material, 33–35, 65
- didaktično sredstvo, 14, 65–67, 93, 99, 100
- diferenciacija, 54, 81, 85
- digitalna tehnologija, 11, 69, 71
- digitalni medij, 55
- dinamičen pouk, 55
- dinamična shematizacija, 100
- dinamičnost, 11, 86
- diskusija, 19, 35, 115
- dosežek, 20, 44, 45, 51–53, 59, 63, 67, 79–83, 90
- e-gradivo, 22, 35, 69, 71, 73, 74, 76–80, 84, 85, 87–89, 91, 113, 115, 133
- e-izobraževanje, 69, 77, 80
- e-kompetence, 70, 71
- e-okolje, 73, 75, 80
- e-učenje, 76, 79
- e-učni medij, 82
- e-učno gradivo, 61, 87
- e-vsebine, 53
- eksperimentiranje, 91, 93, 96, 100
- elektronski učbeniki, 70
- elementarne konstrukcije, 97, 102, 103
- etapa, 12, 52, 77
- evalvacija, 51, 71, 80, 84
- faza
  - enaktivna, 20, 23, 25, 28, 29, 67, 113
  - formalno operativna, 20
  - ikonična, 20, 23, 25, 28, 29, 67
  - konkretno operativna, 20
  - predoperativna, 20
  - senzomotorična, 20
  - simbolična, 20, 23, 25, 28, 29, 67
- fleksibilnost, 81
- formalno dokazovanje, 92
- formativno spremljanje, 53
- geometrija
  - analitična, 91, 101
  - evklidska, 91, 96, 101, 103
  - topološka, 101
  - transformacijska, 91, 101

- geometrijska konstrukcija, 11, 49, 91, 96, 98, 102
- geometrijski objekt, 92, 96
- geometrijski problem, 12, 101, 102, 109–113, 133, 134
  - konstrukcijski, 102–104, 107, 108
  - linearni, 101
  - problem prostorskih teles, 101
  - ravninski, 101
- grafična reprezentacija, 11, 20, 28, 32, 33, 35–37, 47, 94, 99
- i-učbenik, 35, 70, 71, 113, 119, 121–123, 128–133
- individualizacija, 12, 54, 69, 73, 74, 81, 85, 113, 133
- informacijsko-komunikacijska tehnologija (IKT), 1, 11–13, 22, 31, 53–62, 64, 66, 67, 69–74, 80–94, 99–101, 113, 133, 134
- informatizacija, 70–72, 90
- integracija, 40, 47
- interakcija, 18, 21, 31, 33, 39, 41, 44, 60, 66, 87
- interaktivna naloga, 58, 114, 115, 119, 124, 132, 134
- interaktivna tabla, 70, 71, 92, 121
- interaktivni element, 58, 77
- interaktivnost, 77, 86, 87
- internet, 54, 58, 69, 70, 72, 89
- interpretacija, 18, 30, 35, 41, 45, 50, 51, 54, 56, 60
- intuitivna predstava, 63
- izkustveno učenje, 38, 63, 64
- izobraževalni portal, 88
- klasifikacija znanj, 45
- ključne kompetence, 72
- kognicija, 15, 18, 21, 63
- kognitivna aktivnost, 45, 58
- kognitivna psihologija, 28
- kognitivna raven, 45, 51, 60
- kognitivna revolucija, 17
- kognitivna struktura, 13, 19, 27, 48, 60
- kognitivna znanost, 40
- kognitivne sposobnosti, 83
- kognitivni konflikt, 19, 27, 39, 51, 66, 109
- kognitivni razvoj, 14, 25, 28, 29, 31, 85, 87
- kognitivno sredstvo, 92
- kompetence 21. stoletja, 72, 80
- kompetenčni razredi
  - razred povezovanja, 45
  - razred reflektiranja, 45
  - razred reproduciranja, 45
- kompleksna struktura, 38
- koncentracija, 42, 64, 83, 93
- konceptualni model, 60
- konektivizem, 15, 21, 22
- konstruiranje, 41, 95, 98, 102, 104, 106
- konstrukcija znanja, 11, 13, 18, 26
- konstrukcijska metoda
  - metoda geometrijskih mest točk, 104
  - metoda konstruiranja s pomožnim likom, 106
- konstrukcijska naloga, 98, 104
- konstruktivizem, 15, 18, 20, 26, 27, 29, 59
- konstruktivno učenje, 82
- kreativnost, 86
- kritično mišljenje, 26, 63, 81, 83, 101, 114
- kritično prijateljevanje, 52
- m-izobraževanje, 69
- matematična ideja, 30, 33, 35, 37
- matematične sposobnosti, 19, 67, 95
- matematične vsebine, 20, 35, 40, 51, 67, 74
- matematični jezik, 56, 57, 101, 117, 118, 120
- matematični koncept, 50, 51, 67, 92, 93, 95, 99
- matematični kontekst, 32, 109, 110
- matematični pojem, 11, 13, 20, 23–25, 30–37, 39, 66, 67, 91, 93, 110, 112, 113
- matematični problem, 12, 17, 28, 32, 34, 42, 55, 91, 99, 101, 112
- matematični simbol, 23, 32, 33, 36, 37, 99
- matematični učbenik, 35
- matematično dejstvo, 101
- matematično razmišljanje, 28, 62, 92, 99

- medij, 67, 78, 83, 87, 115
- mentalna slika, 99
- mentalni model, 30
- metakognitivne kompetence, 38, 51
- metakognitivne strategije, 19
- metakognitivno mišljenje, 61
- mišljenje, 13–15, 17–20, 28, 29, 31, 41, 59, 62, 78, 91, 134
- mobilna tehnologija, 69
- mobilnost, 54
- model problemskega pouka
  - geometrije z IKT, 113
- motivacija, 13, 24, 31, 38, 43, 44, 64–66, 82–85, 90, 93, 94, 133
  - intristična, 19
  - notranja, 17, 18, 41, 43, 60
  - zunanja, 16, 18, 41, 43, 60
- multimedija, 78
- multimedijski gradnik, 62, 77, 78, 80, 114, 115, 119, 121, 134
- multisenzorni gradnik, 62
- načela
  - načelo dinamike, 25
  - načelo konstrukcije, 25
  - načelo matematične spremenljivosti, 25
  - načelo nazornosti, 66
  - načelo postopnosti, 59
  - načelo pozitivne podkrepitve, 16
  - načelo variacije ponazarjanja, 20
  - načelo zaznavne spremenljivosti, 25, 26
- nevizualni matematični koncept, 95
- nevralgična točka, 48
- nevroznanost, 13
- oblika poučevanja, 2, 12, 14, 85
- ocenjevanje, 16, 19, 31, 45, 51, 52, 85, 93
- odkrivanje, 11, 19, 20, 24, 26, 41, 48, 49, 91
- opisni kriterij, 54
- organizacija pouka, 16
- organizacija učenja, 26
- orientacija v prostoru, 23, 95
- orodje, 13, 58, 65, 71, 74, 91, 93, 97, 98, 102
- osnovni geometrijski pojmi, 96, 99, 109, 112, 113, 115, 133
- pasivna raba IKT, 88, 92
- percepcija, 63, 73, 78
- personalizacija, 61, 74, 81, 133
- pismenost
  - bralna, 80
  - digitalna, 69
  - IKT-, 82
  - informacijska, 69, 71
  - matematična, 69, 80
  - naravoslovna, 80
- pojmovna predstava, 27, 28, 39, 48
- pomanjkljivost, 14, 22, 57, 59, 74, 80
- pomnjenje, 16, 19, 30, 44, 51, 64, 77, 78, 81, 82, 85, 86, 114
- ponazorilo, 31, 65
- postopek
  - računski, 44, 48
- pouk, 11, 12, 14, 16, 22, 23, 26, 27, 29–31, 33, 34, 37, 44, 45, 51–54, 58, 61, 62, 65, 66, 70–73, 81–86, 88–90, 92, 93, 96, 99–101, 110, 113, 133, 134
  - geometrije, 11, 12, 91, 98, 113, 133, 134
  - interaktivni, 80
  - kognitivno-konstruktivistični, 11
  - problemski, 12, 86, 113, 133
  - sodoben, 55
  - tradicionalni, 11, 62, 74, 113
  - transformacijski, 11
  - transmisijski, 11
- poučevanje, 2, 12–15, 17–23, 25, 26, 29–31, 33–35, 38–41, 48, 52–54, 56–59, 61, 63, 64, 66, 69–71, 73, 80–82, 84–86, 88–96, 101, 110, 113, 114, 133, 134
- povratna informacija, 16, 24, 30, 41, 53, 54, 59, 76, 79, 83–85, 93, 115, 116, 118–120, 123, 125, 126, 128, 134
- predznanje, 11, 17, 19, 20, 25, 27, 38, 39, 41, 53, 54, 60, 73, 76, 88, 115
- preverjanje predznanja, 117
- pristop
  - atomistični, 44

- behavioristični, 16, 24
- didaktični, 18
- holistični, 66
- intuitivno-holistični, 44
- kognitivni, 24, 25
- konstruktivistični, 11, 18, 24, 26, 88
- poglobljeni, 44
- površinski, 44
- problemski, 12, 113
- procesno-didaktični, 64
- transmisijski, 26
- v tehnologijo usmerjen, 58
- v učenca/učenje usmerjen, 58
- problem iz življenjske situacije, 12, 26, 67, 113, 133
- problemska situacija, 19, 47, 48, 56, 109, 112
  - dinamična, 40
  - kompleksna, 40
- procedura, 13, 16, 23, 33, 34, 40, 48, 49, 67, 112, 114
- procesiranje informacij, 17, 38, 41, 42, 82
- profesionalna skupnost, 72
- program dinamične geometrije, 91, 93, 96, 100
- projektno učno delo, 53
- prostorska geometrija, 67, 101
- prostorska predstava, 11, 23, 92, 95, 98, 109, 112
- raziskava, 11, 23, 25, 28, 29, 31, 54, 65, 67, 72, 78, 84, 86, 89, 90, 93, 99, 113, 133
- raziskovalno učenje, 20, 29, 64, 83, 88, 134
- raziskovanje, 11, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 22, 23, 27, 29, 30, 35, 37, 42, 44, 46, 49, 50, 62, 67, 74, 82, 91, 92, 94–96, 99, 100, 113, 115, 117, 129, 131, 133, 134
- razumevanje, 13–15, 17–19, 22–26, 28, 29, 31, 32, 34, 37, 39–42, 44–51, 56, 58, 59, 65, 74, 83, 85, 88, 91–95, 98, 99, 101, 103, 109–112, 114, 115
- relacije med reprezentacijami, 23, 31, 34
- reprezentacija
  - abstraktna, 47, 111
  - enaktivna, 33, 35
  - IKT, 32
  - kognitivna, 33
  - konkretna, 32, 36, 47
  - mentalna, 24, 111
  - notranja, 32, 33
  - simbolna, 24, 47, 111
  - zunanja, 32, 33
- reprezentacijska preslikava, 32
- reprezentacijski model, 30
- rutinski problem, 40
- samopreverjanje znanja, 87
- samoregulacija učenja, 20, 63
- samoregulirano učenje, 82
- samostojno odkrivanje, 26, 29, 61, 63, 64
- senzorična oblika, 85
- simbol, 20, 32, 33, 36, 37, 40, 42, 46, 48, 63, 112
- simulacija, 58, 62, 69, 73, 79, 80, 85, 87, 113, 133
- skica, 36, 65, 91, 98–100, 103, 104, 106–109, 112, 119, 120, 126
- slika, 30, 32, 35, 42, 43, 47, 49, 55, 56, 60, 62, 65, 69, 77–79, 86, 87, 91, 93, 99, 100, 103, 110, 111, 114, 117–120, 123, 127, 128
- slikovna reprezentacija, 20, 28, 35, 110, 129, 131
- slovensko izobraževalno omrežje (SIO), 70
- socialno omrežje, 15, 21, 62
- sodoben pouk, 81
- spletna igra, 64
- spletna učilnica, 69, 73, 76, 88, 114, 116, 121, 124, 128
- spomin, 17
  - delovni, 20, 42, 59, 60, 78
  - dolgoročni, 42, 60, 78
  - kratkoročni, 42, 87
- spoznavna zmožnost, 86
- spoznavni proces, 15, 17, 27, 44, 59, 69, 73

- stališče, 11, 15, 18, 25, 29, 33, 44, 51, 81  
 standard, 20, 70  
 standard znanja, 52–54, 75, 92, 103  
 strategija  
   poučevalna, 99  
   reševanja problemov, 13, 92, 112  
   učna, 40, 43, 75  
 strukturirano vodenje, 88  
 številka predstava, 23, 94  
 štirikotnik, 24, 27, 39, 46, 106, 107, 109,  
   111, 113, 114, 117–124, 126, 127, 130,  
   132  
 taksonomska raven, 45, 46  
 tehnologija, 13, 15, 21, 22, 54, 56–58, 63,  
   67, 69, 70, 72–74, 79–84, 87–93,  
   100, 113  
 tehnološka inovacija, 54  
 tehnološka revolucija, 55  
 teoretski model, 15, 56  
 teorija učenja, 14, 15, 22, 24, 59, 63  
 test, 16, 19, 39, 59  
 tipi matematičnih znanj, 45  
 trajnost znanja, 17, 26, 63, 66  
 transfer znanja, 13, 50, 60, 64  
 transformacija, 37, 43, 92  
 trivializacija, 93  
 učenci s posebnimi potrebami, 59, 85  
 učenje  
   aktivno, 20, 38, 64, 82, 83, 114  
   kolaborativno, 58  
   kombinirano, 74  
   mobilno, 69  
   na napakah, 30  
   omrežno, 21  
   problemsko, 86, 114, 134  
   produktivno, 22  
   programirano, 16, 24  
   sistematično, 26, 63  
   sodelovalno, 18, 61, 82  
   z odkrivanjem, 20  
   z razumevanjem, 26, 28, 39  
 učila, 65  
 učna enota, 77  
 učna metoda, 61–63, 74, 87, 110, 133  
 učna pot, 44, 74–77, 79, 80, 88, 114–116,  
   129, 131, 133, 134  
 učna potreba, 53  
 učna situacija, 17, 74, 89, 91, 92, 101  
 učna tehnologija, 11  
 učna vsebina, 21, 52, 58, 73, 75, 77–79, 82,  
   93, 122  
 učni načrt, 14, 22, 30, 53, 54, 66, 84, 91,  
   92, 98, 102, 103  
 učni pripomoček, 18, 65, 86, 91, 92, 101  
 učni proces, 11, 12, 18, 29–31, 38, 39, 48,  
   52, 53, 58, 61, 65, 66, 73–75, 80, 83,  
   89, 90, 113, 133  
   klasični, 73  
   spletni, 73  
 učni stil, 32, 60, 76  
 učni vir, 81, 85  
 učno gradivo, 16, 17, 23, 31, 38, 58–60,  
   64, 67, 74–77, 80, 85, 87, 88, 115  
 učno načelo, 66  
 učno okolje, 24, 55, 58, 72–75, 82, 83, 100,  
   128, 133  
   avtonomno, 73  
   inovativno, 22, 23  
   spletno, 73–76, 79, 114, 123, 126, 131,  
   132, 134  
   tradicionalno, 83  
   virtualno, 73, 133  
 usposabljanje, 11, 23, 71, 72, 84  
 ustvarjalno mišljenje, 26, 43, 81, 82, 86  
 večkotnik, 24, 40, 41  
 večsenzorno sprejemanje, 61  
 verbaliziranje, 34, 35  
 virtualna učilnica, 66  
 virtualni objekti, 35  
 vizualizacija, 11, 12, 24, 78, 84, 85, 91,  
   93–95, 99, 100, 113, 115, 128, 133, 134  
 vizualna reprezentacija, 99, 100  
   shematska, 99  
   slikovna, 99, 100, 111  
 vodeno odkrivanje, 41, 61, 63, 64  
 vrednotenje, 51, 52, 71, 93

- vseživljenjsko učenje, 2, 12, 113
- znanje
  - abstraktno, 58, 63, 78
  - deklarativno, 13
  - dinamično, 13
  - faktografsko, 13
  - kompleksno, 13, 16, 49
  - kompleksno proceduralno, 46, 48, 49
  - konceptualno, 13, 16, 40, 45, 47, 49, 51
  - matematično, 13, 14, 25, 31, 33, 34, 39, 45, 51, 55, 66, 91, 93, 118
  - metakognitivno, 13
  - metodično, 38
  - osnovno, 35, 45, 46
  - problemsko, 12, 13, 46, 49–51, 54, 55, 91, 96
  - proceduralno, 11, 13, 24, 28, 44, 46, 48, 49, 51, 91, 123, 128, 132
  - procesno, 13, 27, 51, 59, 88, 93
  - rutinsko proceduralno, 46, 48, 49, 111, 112
  - vsebinsko, 27, 38, 113
  - vseživljenjsko, 27
- življenjska situacija, 13, 14, 30, 101, 111, 112, 117, 120, 131



